

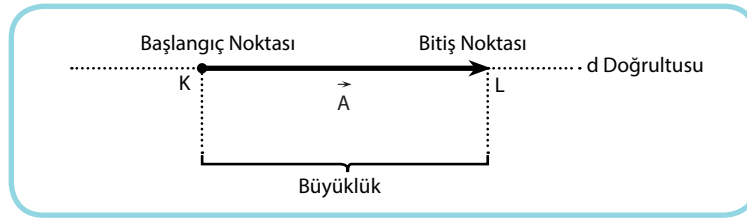
## 1.1. VEKTÖRLER

### A) VEKTÖRLER VE ÖZELLİKLERİ

Fizik, ölçmeye dayalı temel bir bilim dalıdır. Bir olayın incelenebilmesi ve fiziksel büyüklüklerin hesaplanabilmesi için ölçümler yapılır. Ölçüm sonuçları, sayılar ve birimlerle ifade edilir. Örneğin pazardan 5 kg elma aldığını söyleyen bir kişi, aldığı elma miktarını ifade etmektedir. Benzer şekilde, laboratuvar masasının 2 m olduğunu söyleyen bir öğrenci de masanın uzunluğu ile ilgili yeterli bilgiyi vermektedir. Örneklerde verilen kütle ve uzunluk gibi temel büyüklükler, yön belirtilmeden sadece sayı ve birimler verilerek anlatılabilir. Sadece sayılar ve birimlerle ifade edilebilen bu büyüklüklere **skaler büyüklük** denir.

Hız, kuvvet ve yer değiştirme gibi büyüklükler sadece sayı ve birimlerle tam olarak ifade edilemez. Örneğin bir cismin 10 m yer değiştirdiğini söylemek cismin hareketini tam olarak açıklamaz. Bu ifadede hareketlinin hangi yönde yer değiştirdiği belli değildir, sayı ve birimin yanı sıra yönü de belirtilmelidir. Dolayısıyla hareketlinin kuzeye doğru 10 m yer değiştirdiğini söylemek daha doğru bir anlatımdır. Sayı ve birimlerin yanı sıra doğrultu ve yön bilgisini de içeren büyüklüklere **vektörel büyüklük** denir.

Vektörel büyüklüklerin gösteriminde yönlendirilmiş doğru parçaları kullanılır. Bu büyüklükleri incelemek ve işlem yapabilmek için vektörlerin özelliklerini ve vektörel işlemlerin nasıl yapıldığını bilmek gerekir.



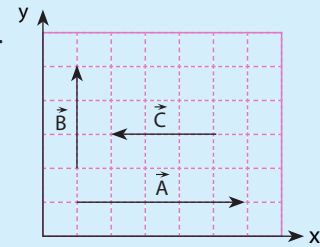
Şekil 1.1: Bir vektörün gösterimi ve özellikleri

Her vektörün bir başlangıç noktası, bitiş noktası, büyüklüğü, doğrultusu ve yönü vardır. Vektörler harflerle isimlendirilir ve harfin üzerine ok işareti konarak  $\vec{A}$  şeklinde gösterilir. Büyüklüğü ise vektörün boyu ile orantılıdır. Büyüklüğü  $|\vec{A}|$  veya  $A$  ile gösterilir. Bu kitapta vektörün büyüklüğü  $A$  ile gösterilecektir. K noktası  $\vec{A}$  vektörünün başlangıç noktasını, L noktası bitiş noktasını, ok işareti yönünü ve d ise doğrultusunu göstermektedir (Şekil 1.1).

### 1. ÖRNEK

$\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  ve  $\vec{C}$  vektörleri birimkarelerden oluşmuş düzlem üzerindedir.

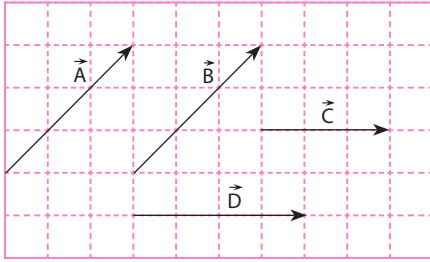
Buna göre aşağıda verilen tabloyu doldurunuz.



### ÇÖZÜM

	Yönü	Doğrultusu	Büyüklüğü
$\vec{A}$	+x yönünde	Yatay	5 birim
$\vec{B}$	+y yönünde	Düşey	3 birim
$\vec{C}$	-x yönünde	Yatay	3 birim

## İki Vektörün Eşitliği



Şekil 1.2: Eşit olan ve olmayan vektörler

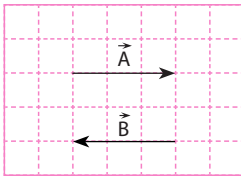
İki vektörün eşit olabilmesi için yönlerinin ve büyüklüklerinin aynı olması gerekir. Şekil 1.2'de gösterilen eşit kare bölmelere ayrılmış aynı düzlem üzerinde bulunan  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{C}$  ve  $\vec{D}$  vektörlerinden  $\vec{A}$  vektörü ile  $\vec{B}$  vektörünün yönleri ve büyüklükleri aynıdır. Bu durumda  $\vec{A}$  vektörü ile  $\vec{B}$  vektörü eşit vektörlerdir. Bu eşitlik

$$\vec{A} = \vec{B} \text{ şeklinde yazılır.}$$

$\vec{C}$  ve  $\vec{D}$  vektörlerinin yönleri aynı olmasına rağmen büyüklükleri farklıdır.  $\vec{C}$  ve  $\vec{D}$  vektörleri eşit değildir. Bu durum

$$\vec{C} \neq \vec{D} \text{ şeklinde yazılır.}$$

## Vektörün Negatifi (Tersi)

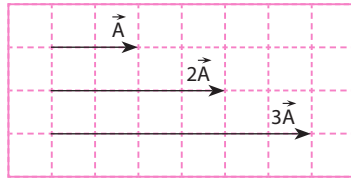


Şekil 1.3: Ters vektörler

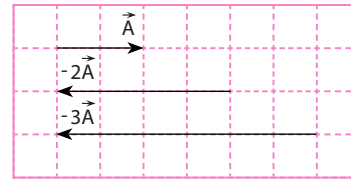
Vektörün negatifi, vektöre eşit büyüklükte ve zıt yönlüdür. Şekil 1.3'te gösterilen ve aynı düzlemde bulunan  $\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörlerinin büyüklükleri aynı, yönleri zıttır. O hâlde  $\vec{A}$  vektörü ile  $\vec{B}$  vektörü birbirinin tersidir. Bu eşitlik

$$\vec{A} = -\vec{B} \text{ veya } \vec{B} = -\vec{A} \text{ şeklinde yazılır.}$$

## Vektörün Bir Skaler ile Çarpımı



a) Vektörün pozitif bir sayı ile çarpımı



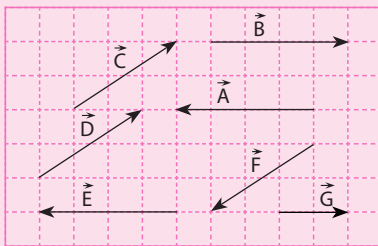
b) Vektörün negatif bir sayı ile çarpımı

Şekil 1.4: Vektörün bir sayı ile çarpımı

Pozitif sayıyla çarpılan vektörün büyüklüğü değişebilir, yönü ve doğrultusu değişmez. Şekil 1.4.a'daki  $\vec{A}$  vektörü 2 ile çarpıldığında bu vektörün boyu iki katına çıkar ve  $2\vec{A}$  vektörü oluşur. 3 ile çarpıldığında ise üç katına çıkar ve  $3\vec{A}$  vektörü oluşur.

Negatif sayıyla çarpılan vektörün yönü  $180^\circ$  değişir ve vektör ters döner. Vektörün doğrultusu değişmez ancak büyüklüğü değişebilir. Şekil 1.4.b'deki  $\vec{A}$  vektörü -2 ile çarpıldığında bu vektörün boyu iki katına çıkar ve  $-2\vec{A}$  vektörü oluşur. -3 ile çarpıldığında ise üç katına çıkar ve  $-3\vec{A}$  vektörü oluşur.

## 1. ALIŞTIRMA



Eşit bölmelendirilmiş düzlemde  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{C}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{E}$ ,  $\vec{F}$  ve  $\vec{G}$  vektörleri verilmiştir. Tabloda vektörlerle ilgili verilen ifadeleri inceleyiniz.

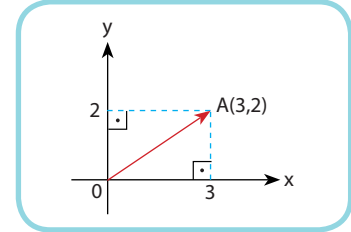
Yanlış olan ifadeleri bulup düzeltiniz.

$\vec{A} = -\vec{B}$	$A = E$	$\vec{B} = \vec{E}$
$\vec{C} = \vec{D}$	$D = F$	$\vec{A} = 2\vec{G}$
$\vec{C} = \vec{F}$	$\vec{B} = -2\vec{G}$	$\vec{G} = -\frac{1}{2}\vec{E}$

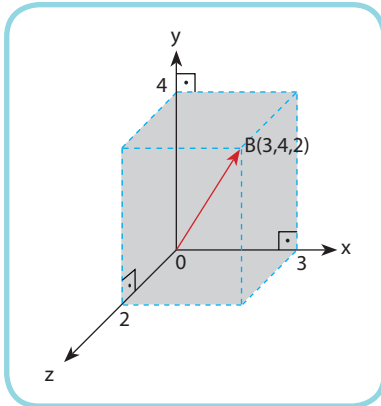
## B) İKİ VE ÜÇ BOYUTLU KARTEZYEN KOORDİNAT SİSTEMİNDE VEKTÖR ÇİZİMİ

İki boyutlu  $(x, y)$  kartezyen koordinat sisteminde vektör çizilirken vektörün başlangıç noktası orijin olarak kabul edilir. Vektörün bitiş noktası ise koordinatlarla belirtilen noktadır. Başlangıç noktası ile bitiş noktası birleştirilerek vektörün çizimi tamamlanır. Vektörün yönü de başlangıç noktasından bitiş noktasına doğrudur.

Koordinatları  $A(3,2)$  olarak verilen  $\vec{A}$  vektörünün  $x$  eksenindeki koordinatı 3,  $y$  eksenindeki koordinatı 2'dir. Bu noktalardan eksnelere paralel doğrular çizilir ve doğruların kesiştiği nokta belirlenir. Kesişim noktası vektörün bitiş noktasıdır. Orijin ile bitiş noktası birleştirildiğinde  $\vec{A}$  vektörü çizilmiş olur (Şekil 1.5).



Şekil 1.5: İki boyutlu kartezyen koordinat sisteminde vektör



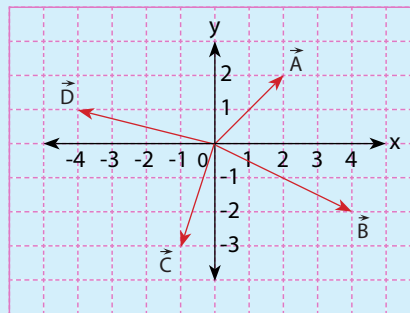
Şekil 1.6: Üç boyutlu kartezyen koordinat sisteminde vektör

Üç boyutlu  $(x,y,z)$  kartezyen koordinat sisteminde vektör çizilirken vektörün başlangıç noktası orijin olarak kabul edilir. Vektörün bitiş noktası ise verilen koordinat noktası kullanılarak belirlenir. Başlangıç noktası ile bitiş noktası birleştirilerek vektör çizimi tamamlanır.

Koordinatları  $B(3,4,2)$  olarak verilen  $\vec{B}$  vektörünün çizilebilmesi için  $x$ ,  $y$  ve  $z$  eksenleri üzerinde kenar uzunlukları 3, 4 ve 2 birim olan dikdörtgenler prizması çizilir. Prizmanın orijininden çizilen cisim köşegeni  $\vec{B}$  vektörünü oluşturur (Şekil 1.6).

### 2. ÖRNEK

$\vec{A}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{C}$  ve  $\vec{D}$  vektörleri şekildeki koordinat sisteminde gösterilmiştir.



Verilen vektörlerin koordinatlarını yazınız.

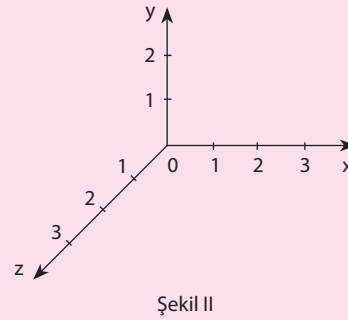
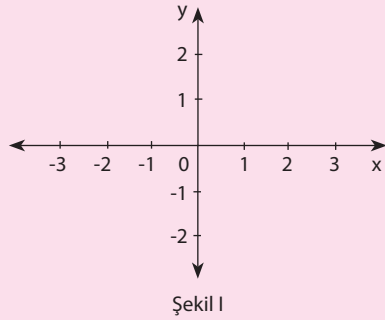
### ÇÖZÜM

Vektörlerin uçlarından eksnelere dik doğrular çizilerek doğruların eksenleri kestiği noktalar belirlenir. Bu noktalar, vektörlerin koordinatlarıdır. A vektörünün ucundan eksnelere çizilen dikmeler  $x$  eksenini 2,  $y$  eksenini 2 noktasından keser. A vektörünün koordinatları  $A(2,2)$  olarak ifade edilir. Benzer şekilde diğer vektörlerin koordinatları  $B(4,-2)$ ,  $C(-1,-3)$  ve  $D(-4,1)$  şeklinde bulunur.

## 2. ALIŞTIRMA

- a) Koordinatları  $A(1,2)$ ,  $B(-2,1)$  ve  $C(-1,-2)$  olan  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  ve  $\vec{C}$  vektörlerini Şekil I'deki kartezyen koordinat sisteminde çiziniz.
- b) Koordinatları  $D(3,2,2)$  olan  $\vec{D}$  vektörünü Şekil II'deki kartezyen koordinat sisteminde çiziniz.

## ÇÖZÜM



## C) VEKTÖRLERİN BİLEŞKESİ



a) 10 kg kütleli elma kasaları

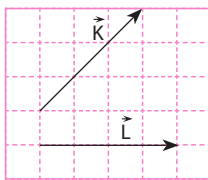
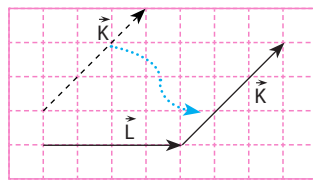
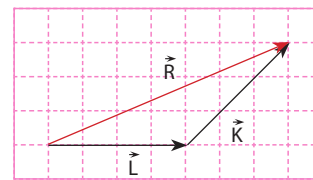


b) Elma kasasına etki eden kuvvetler

Görsel 1.1: Skaler ve vektörel toplama örnekleri

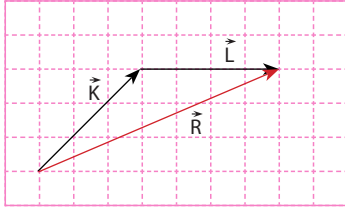
Skaler büyüklükler toplanırken cebirsel toplama işlemi yapılır. Örneğin her birinde 10 kg elma bulunan iki kasadaki toplam elma kütlesi 20 kg'dır (Görsel 1.1.a). Elma kasalarından birine, birbirine zıt yönlü 15 N ve 25 N büyüklüğündeki iki kuvvet uygulandığında (Görsel 1.1.b) kasaya etki eden toplam kuvveti bulmak için vektörel işlem yapılır. Kasaya etkiyen net kuvvet 10 N büyüklüğünde ve büyük olan kuvvet yönündedir. Birden çok vektörün toplanmasıyla elde edilen vektöre **bileşke vektör** denir. Bileşke vektör  $\vec{R}$  sembolü ile gösterilir ve farklı yöntemler kullanılarak bulunabilir.

## Uç Uca Ekleme Yöntemi

a)  $\vec{K}$  ve  $\vec{L}$  vektörlerib)  $\vec{K}$  vektörünün taşınmasıc)  $\vec{R}$  bileşke vektör

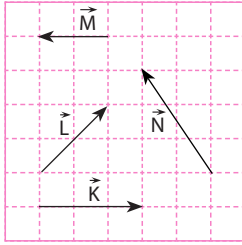
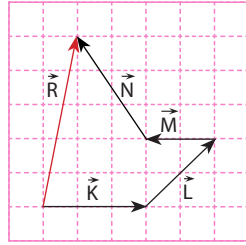
Şekil 1.7: İki vektörün uç uca eklenmesi

$\vec{K}$  ve  $\vec{L}$  vektörlerinin bileşkesi bulunurken  $\vec{K}$  vektörü, yönü ve doğrultusu değiştirilmeden  $\vec{L}$  vektörünün ucuna taşınır (Şekil 1.7.a, b).  $\vec{L}$  vektörünün başlangıç noktasından  $\vec{K}$  vektörünün bitiş noktasına doğru çizilen vektör, bileşke vektördür (Şekil 1.7.c). Çizilen vektörün uzunluğu hesaplanarak bileşke vektörün büyüklüğü bulunur.

Şekil 1.8:  $\vec{L}$  vektörünün taşınması

Vektörlerin bileşkesi bulunurken toplama işleminin değişme özelliğinden yararlanılabilir (Şekil 1.8). Aynı işlemler,  $\vec{L}$  vektörü  $\vec{K}$  vektörünün ucuna taşınarak da yapılabilir. Vektörel toplama işlemi

$$\vec{R} = \vec{K} + \vec{L} \text{ veya } \vec{R} = \vec{L} + \vec{K} \text{ şeklinde gösterilir.}$$

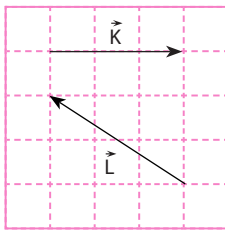
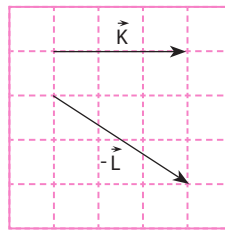
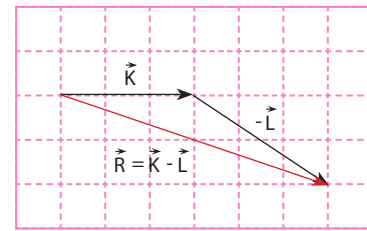
a)  $\vec{K}$ ,  $\vec{L}$ ,  $\vec{M}$  ve  $\vec{N}$  vektörlerib)  $\vec{L}$ ,  $\vec{M}$  ve  $\vec{N}$  vektörlerinin taşınması

Şekil 1.9: İki den fazla vektörün uç uca eklenmesi

İki den fazla vektörün bileşkesi bulunurken bütün vektörlerin uç uca eklenmesi bitene kadar işleme devam edilir. İlk vektörün başlangıç noktası ile son vektörün bitiş noktası birleştirilerek bileşke vektör bulunur (Şekil 1.9).

$$\vec{R} = \vec{K} + \vec{L} + \vec{M} + \vec{N} \text{ olur.}$$

### Vektörlerde Çıkarma İşlemi

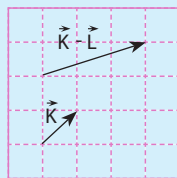
a)  $\vec{K}$  ve  $\vec{L}$  vektörlerib)  $\vec{L}$  vektörünün ters çevrilmesi

c) Bileşke vektörün bulunuşu

Şekil 1.10: Vektörlerde çıkarma işlemi

İki vektörün farkı alınırken toplama işleminin özellikleri kullanılabilir. Şekil 1.10.a'daki  $\vec{K}$  ve  $\vec{L}$  vektörlerinin farkı olan  $\vec{R} = \vec{K} - \vec{L}$  vektörü,  $\vec{R} = \vec{K} + (-\vec{L})$  şeklinde de yazılabilir.  $\vec{K}$  vektöründen  $\vec{L}$  vektörünü çıkarma işlemiyle  $\vec{K}$  vektörü ile  $-\vec{L}$  vektörünü toplama işlemi aynıdır.  $-\vec{L}$  vektörü ise  $\vec{L}$  vektörünün -1 ile çarpılmış hâlidir.  $\vec{L}$  vektörünün büyüklüğü değiştirilmeden yönü ters çevrilerek  $-\vec{L}$  vektörü bulunur (Şekil 1.10.b). Ardından  $-\vec{L}$  vektörü,  $\vec{K}$  vektörü ile toplanarak  $\vec{K} - \vec{L}$  vektörü elde edilir (Şekil 1.10.c).

### 3. ÖRNEK



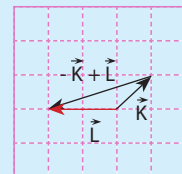
Aynı düzlemde bulunan  $\vec{K}$  ve  $\vec{K} - \vec{L}$  vektörleri şekildeki gibidir.

Buna göre  $\vec{L}$  vektörünü bulunuz.

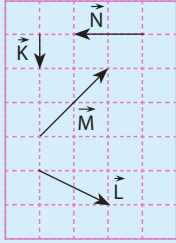
### ÇÖZÜM

$\vec{K} - \vec{L}$  vektörü ters çevrilirse  $-\vec{K} + \vec{L}$  vektörü elde edilir. Elde edilen bu vektör  $\vec{K}$  ile toplanarak

$$-\vec{K} + \vec{L} + \vec{K} = \vec{L} \text{ elde edilir.}$$



## 4. ÖRNEK



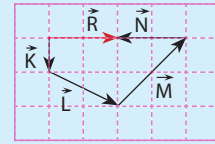
Eşit kare bölmelere ayrılmış aynı düzlemde bulunan  $\vec{K}$ ,  $\vec{L}$ ,  $\vec{M}$  ve  $\vec{N}$  vektörlerinden  $\vec{K}$  vektörünün büyüklüğü 1 birimdir.

Buna göre

- $\vec{R} = \vec{K} + \vec{L} + \vec{M} + \vec{N}$  ise  $\vec{R}$  vektörünün yönü ve büyüklüğü nedir?
- $\vec{R} = 2\vec{K} - 2\vec{L} + \frac{1}{2}\vec{M} - \frac{3}{2}\vec{N}$  ise  $\vec{R}$  vektörünün yönü ve büyüklüğü nedir?
- $\vec{R} = \vec{L} - \vec{K} + \vec{N}$  ise  $\vec{R}$  vektörünün yönü ve büyüklüğü nedir?

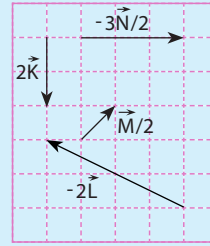
## ÇÖZÜM

- a) Vektörler, Şekil I'deki gibi yönleri ve doğrultuları değiştirilmeden taşınıp uç uca eklenir.  $\vec{K}$  vektörünün başlangıcı ile  $\vec{N}$  vektörünün bitiş noktası birleştirildiğinde bileşke vektör  $\vec{R}$  bulunur.  $\vec{R}$  vektörünün büyüklüğü 2 birim olup +x yönündedir.

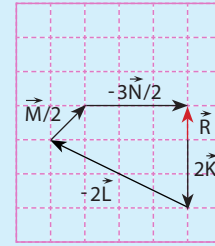


Şekil I

- b) Verilen vektörler sayılarla çarpıldığı için bu vektörlerden bazılarının büyüklüğü, bazılarının da hem büyüklüğü hem de yönü değişmiştir. Önce Şekil II'deki gibi  $2\vec{K}$ ,  $-2\vec{L}$ ,  $\frac{1}{2}\vec{M}$  ve  $-\frac{3}{2}\vec{N}$  vektörleri bulunur. Ardından Şekil III'teki gibi çizilen vektörler uç uca eklenerek  $\vec{R}$  vektörü oluşturulur.  $\vec{R}$  vektörü +y yönünde ve 1 birim büyüklüğündedir.

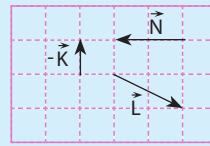


Şekil II

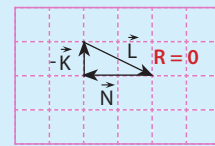


Şekil III

- c) Şekil IV'teki gibi  $\vec{K}$  vektörü ters çevrilerek  $-\vec{K}$  ve  $\vec{N}$  vektörleriyle uç uca eklenir. Şekil V'teki gibi uç uca ekleme işlemi yapıldığında aynı noktaya geri dönmüştür. Bu nedenle  $\vec{R}$  vektörü sıfır olur.

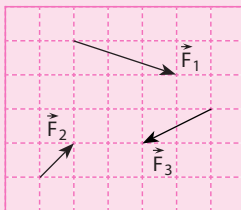


Şekil IV



Şekil V

## 3. ALIŞTIRMA



Eşit kare bölmelere ayrılmış aynı düzlemde bulunan  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  ve  $\vec{F}_3$  kuvvetleri şekilde verilmiştir.

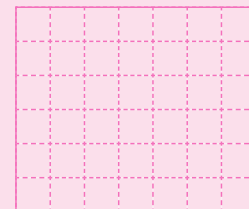
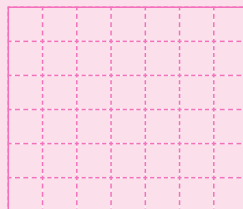
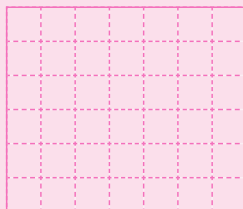
Aşağıda verilen kare bölmelere  $\vec{R}_1$ ,  $\vec{R}_2$  ve  $\vec{R}_3$  kuvvetlerini çizin.

## ÇÖZÜM

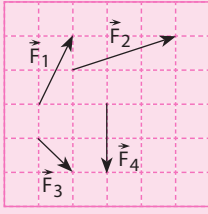
$$\vec{R}_1 = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$$

$$\vec{R}_2 = \vec{F}_1 - \vec{F}_3$$

$$\vec{R}_3 = \vec{F}_2 - \vec{F}_3$$



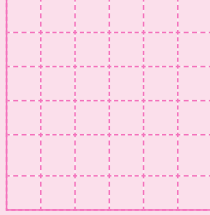
## 4. ALIŞTIRMA



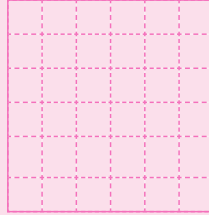
Eşit kare bölmelere ayrılmış aynı düzlemde bulunan  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  ve  $\vec{F}_4$  kuvvetleri şekilde verilmiştir.

Uç uca ekleme yöntemini kullanarak  $\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{R}_3, \vec{R}_4$  ve  $\vec{R}_5$  vektörlerini verilen bölmelere çiziniz.

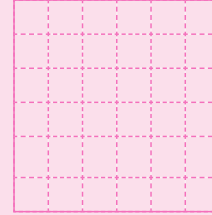
## ÇÖZÜM



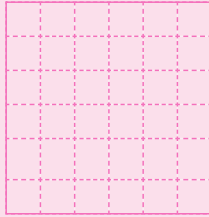
$$\vec{R}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$



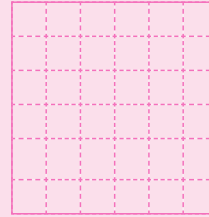
$$\vec{R}_2 = \vec{F}_1 - \vec{F}_2 + 2\vec{F}_3 + \vec{F}_4$$



$$\vec{R}_3 = 2\vec{F}_1 + \vec{F}_2 - 2\vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

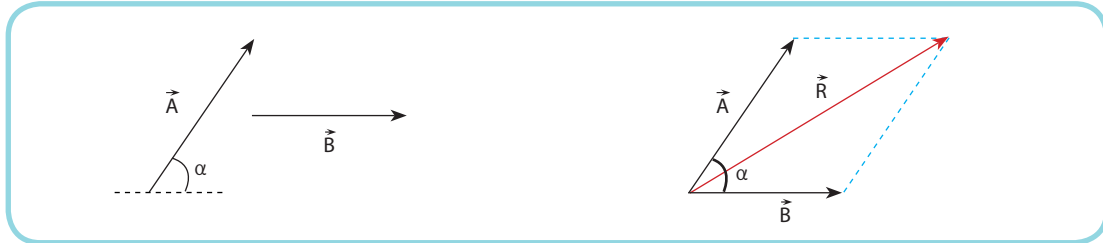


$$\vec{R}_4 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 - 2\vec{F}_3 + \frac{1}{2}\vec{F}_4$$



$$\vec{R}_5 = \vec{F}_1 - \vec{F}_2 - \vec{F}_3 - \vec{F}_4$$

## Paralelkenar Yöntemi



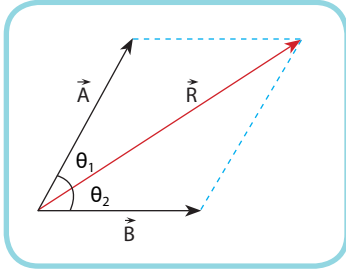
Şekil 1.11: Paralelkenar yöntemiyle bileşke vektörün bulunması

Bileşke vektörü bulmanın diğer bir yolu da paralelkenar yöntemidir. Paralelkenar yöntemiyle bileşkesi bulunacak  $\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörleri, yön ve doğrultuları değiştirilmeden başlangıç noktaları bir araya gelecek şekilde taşınır. Bu nokta aynı zamanda bileşke vektörün başlangıç noktasıdır. Vektörlerin kenar kabul edildiği bir paralelkenar oluşturulur. Bunun için vektörlerin uçlarından diğer vektöre paralel olan doğrular çizilir. Doğruların kesiştiği nokta, bileşke vektörün bitiş noktasıdır. Vektörlerin başlangıç noktası ile paralel doğruların kesişim noktası birleştirilerek bileşke vektör  $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$  bulunur (Şekil 1.11).

Paralelkenar yöntemiyle çizilen bileşke vektörün büyüklüğü hesaplanarak bulunur. Aralarında  $\alpha$  açısı bulunan  $\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörlerinin bileşkesinin büyüklüğünü hesaplamak için Kosinüs teoreminden elde edilen

$$R^2 = A^2 + B^2 + 2 \cdot A \cdot B \cdot \cos \alpha \text{ ifadesi kullanılır.}$$

*✱ Kosinüs Teoremi*



Şekil 1.12: Vektörler ile bileşke vektör arasındaki açılar

Vektörlerin büyüklükleri eşit ise bileşke vektör her iki vektörle aynı açıyı yapar ve açıortay üzerinde bulunur. Vektörlerin büyüklükleri birbirinden farklı ise bileşke vektörün büyük olan vektör ile yaptığı açı daha küçüktür. Vektörlerin büyüklükleri ile bileşke vektörle yaptıkları açılar arasında

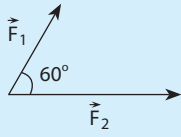
$$A = B \text{ ise } \theta_1 = \theta_2$$

$$B > A \text{ ise } \theta_1 > \theta_2$$

$$A > B \text{ ise } \theta_2 > \theta_1 \text{ ilişkisi vardır (Şekil 1.12).}$$



### 5. ÖRNEK



Aynı noktaya etki eden sırasıyla 3 N ve 5 N büyüklüğündeki  $\vec{F}_1$  ve  $\vec{F}_2$  kuvvetleri, aralarında  $60^\circ$  açı olacak şekilde yerleştirilmiştir.

$\vec{F}_1$  ve  $\vec{F}_2$  kuvvetlerinin bileşkesinin büyüklüğü kaç N olur? ( $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$  alınınız.)

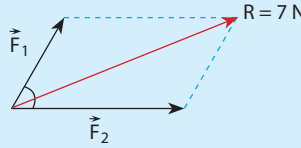
### ÇÖZÜM

Kosinüs teoremine göre

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 60^\circ$$

$$R^2 = 3^2 + 5^2 + 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2}$$

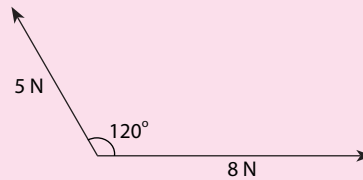
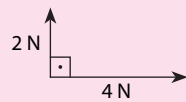
$$R^2 = 49 \Rightarrow R = 7 \text{ N bulunur.}$$



### 5. ALIŞTIRMA

Büyüklükleri ve yönleri aşağıda verilen kuvvetlerin bileşkelerinin büyüklüğü kaç N olur?

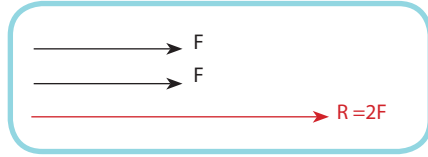
( $\cos 90^\circ = 0$  ve  $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$  alınınız.)



### ÇÖZÜM





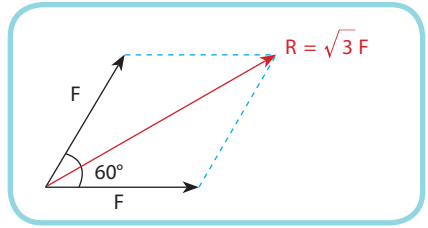
**Eşit Büyüklükteki Vektörlerin Bileşkesi** $\alpha = 0^\circ$  iseŞekil 1.13: Aralarında  $0^\circ$  açı bulunan eşit büyüklükte vektörler

Şekil 1.13'teki  $F$  büyüklüğündeki vektörlerin doğrultu ve yönleri aynıdır. Vektörler arasındaki açı  $0^\circ$  dir.

$$R^2 = F^2 + F^2 + 2 \cdot F \cdot F \cdot \cos 0^\circ \quad (\cos 0^\circ = 1)$$

$$R^2 = F^2 + F^2 + 2 \cdot F^2 \cdot 1$$

$$R^2 = 4F^2 \implies R = 2F \text{ bulunur.}$$

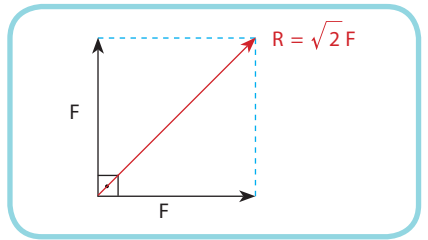
 $\alpha = 60^\circ$  iseŞekil 1.14: Aralarında  $60^\circ$  açı bulunan eşit büyüklükte vektörler

Şekil 1.14'teki  $F$  büyüklüğündeki vektörlerin doğrultuları farklıdır ve vektörler arasındaki açı  $60^\circ$  dir.

$$R^2 = F^2 + F^2 + 2 \cdot F \cdot F \cdot \cos 60^\circ \quad (\cos 60^\circ = \frac{1}{2})$$

$$R^2 = F^2 + F^2 + 2 \cdot F^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$R^2 = 3F^2 \implies R = \sqrt{3} F \text{ bulunur.}$$

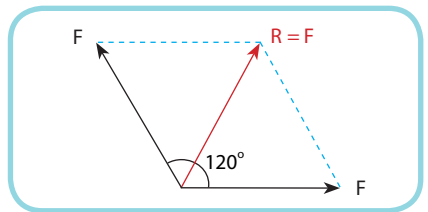
 $\alpha = 90^\circ$  iseŞekil 1.15: Aralarında  $90^\circ$  açı bulunan eşit büyüklükte vektörler

Şekil 1.15'teki  $F$  büyüklüğündeki vektörlerin doğrultuları farklıdır ve vektörler arasındaki açı  $90^\circ$  dir.

$$R^2 = F^2 + F^2 + 2 \cdot F \cdot F \cdot \cos 90^\circ \quad (\cos 90^\circ = 0)$$

$$R^2 = F^2 + F^2 + 2 \cdot F^2 \cdot 0$$

$$R^2 = 2F^2 \implies R = \sqrt{2} F \text{ bulunur.}$$

 $\alpha = 120^\circ$  iseŞekil 1.16: Aralarında  $120^\circ$  açı bulunan eşit büyüklükte vektörler

Şekil 1.16'daki  $F$  büyüklüğündeki vektörlerin doğrultuları farklıdır ve vektörler arasındaki açı  $120^\circ$  dir.

$$R^2 = F^2 + F^2 + 2 \cdot F \cdot F \cdot \cos 120^\circ \quad (\cos 120^\circ = -\frac{1}{2})$$

$$R^2 = F^2 + F^2 + 2 \cdot F^2 \cdot (-\frac{1}{2})$$

$$R^2 = F^2 \implies R = F \text{ bulunur.}$$

 $\alpha = 180^\circ$  iseŞekil 1.17: Aralarında  $180^\circ$  açı bulunan eşit büyüklükte vektörler

Şekil 1.17'deki  $F$  büyüklüğündeki vektörlerin yönleri zıttır ve vektörler arasındaki açı  $180^\circ$  dir.

$$R^2 = F^2 + F^2 + 2 \cdot F \cdot F \cdot \cos 180^\circ \quad (\cos 180^\circ = -1)$$

$$R^2 = F^2 + F^2 + 2 \cdot F^2 \cdot (-1)$$

$$R^2 = 2F^2 - 2F^2 \implies R = 0 \text{ bulunur.}$$

*indele*

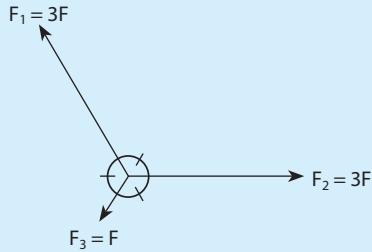
F büyüklüğünde eşit iki vektörün arasındaki açıya göre bileşkelerinin büyüklükleri aşağıdaki tabloda gösterilmiştir (Tablo 1.1).

Tablo 1.1: Büyüklükleri Eşit ve F Olan İki Vektörün Aralarındaki Açılara Göre Bileşkesi

Vektörler Arasındaki Açı	Bileşke Vektörün Büyüklüğü	Özel Durum
$0^\circ$	$2F$	Eşit büyüklükteki vektörler arasındaki açı $0^\circ$ ise bileşke vektörün büyüklüğü, en büyük değerini alır ve vektörlerden birinin iki katıdır.
$60^\circ$	$\sqrt{3}F$	Eşit büyüklükteki vektörler arasındaki açı $60^\circ$ ise bileşke vektörün büyüklüğü, vektörlerden birinin $\sqrt{3}$ katına eşittir.
$90^\circ$	$\sqrt{2}F$	Eşit büyüklükteki vektörler arasındaki açı $90^\circ$ ise bileşke vektörün büyüklüğü, vektörlerden birinin $\sqrt{2}$ katına eşittir.
$120^\circ$	$F$	Eşit büyüklükteki vektörler arasındaki açı $120^\circ$ ise bileşke vektörün büyüklüğü, vektörlerden birinin büyüklüğüne eşittir.
$180^\circ$	$0$	Eşit büyüklükteki vektörler arasındaki açı $180^\circ$ ise bileşke vektörün büyüklüğü sıfırdır.

Tablo 1.1 incelendiğinde bileşke vektörün büyüklüğünün vektörler arasındaki açıya bağlı olarak değiştiği görülmektedir. Açı  $0^\circ$  iken bileşke vektör en büyük değerini; açı  $180^\circ$  iken en küçük değerini almaktadır. İki vektör arasındaki açı arttıkça bileşke vektörün büyüklüğü azalır. İki vektör arasındaki açı  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  ise bileşke vektör her zaman bileşenlerden daha büyük olur.

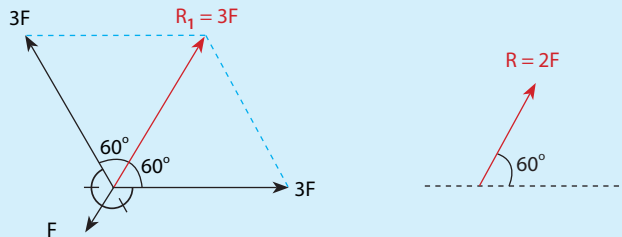
## 6. ÖRNEK



Aynı noktaya etki eden ve aralarında eşit büyüklükte açı bulunan  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  ve  $\vec{F}_3$  kuvvetleri şekildeki gibidir.

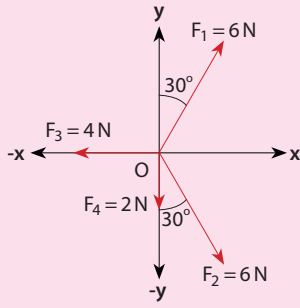
**Kuvvetlerin bileşkesinin yönünü ve büyüklüğünü bulunuz.**

## ÇÖZÜM



Eşit büyüklükteki kuvvetler arasındaki açılar  $120^\circ$  dir.  $\vec{F}_1$  ve  $\vec{F}_2$  kuvvetlerinin bileşkesi  $\vec{R}_1$ , açıortay üzerinde ve  $3F$  büyüklüğündedir.  $\vec{R}_1$  ile  $\vec{F}_3$  kuvveti zıt yönlüdür. Buna göre üç vektörün bileşkesi  $R$ 'nin büyüklüğü  $R = 3F - F = 2F$  olur.

## 6. ALIŞTIRMA



Şekildeki kartezyen koordinat sisteminde  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  ve  $\vec{F}_4$  kuvvetlerinin yönleri ve büyüklükleri verilmiştir.

**Kuvvetlerin bileşkesinin büyüklüğü kaç N olur?**

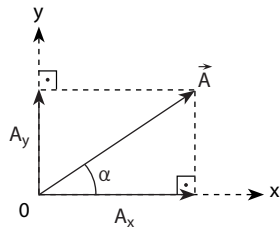
( $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$  ve  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  alınız.)

## ÇÖZÜM

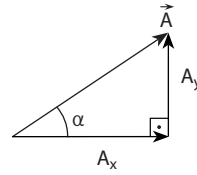


### Ç) VEKTÖRLERİN İKİ BOYUTLU KARTEZYEN KOORDİNAT SİSTEMİNDE BİLEŞENLERİNE AYRILMASI

İki vektör toplandığında bileşke vektör elde edilir. Bileşke vektörü bulmak için kullanılan her bir vektöre de bileşke vektörün bileşenleri denir. Kartezyen koordinat sisteminde bir vektörün bileşenleri bulunabilir.



a) Vektörün koordinatta gösterimi



b) Vektör ve bileşen büyüklüklerinin oluşturduğu üçgen

Şekil 1.18: Vektörün bileşenleri

Bileşenlerine ayrılmak istenen  $\vec{A}$  vektörü, başlangıç noktası orijin olacak şekilde koordinat sistemine yerleştirilir.  $\vec{A}$  vektörünün bitiş noktasından x ve y eksenlerine paralel doğrular çizilir. Bu doğruların eksenleri kestiği noktalar ile orijin noktası birleştirilerek yatay ve dikey doğrultuda iki vektör elde edilir. x eksenindeki vektör,  $\vec{A}$  vektörünün x bileşeni olup  $A_x$  sembolü ile gösterilir. y eksenindeki vektör,  $\vec{A}$  vektörünün y bileşeni olup  $A_y$  sembolü ile gösterilir (Şekil 1.18.a).

$\vec{A}$  vektörünün bileşenleri  $A_x$  ve  $A_y$ 'nin büyüklükleri hesaplanırken Şekil 1.18.b'deki üçgenin kenar uzunlukları kullanılabilir.  $\vec{A}$  vektörünün yatay düzlemle yaptığı açının trigonometrik değerleri kullanılarak

$$\cos \alpha = \frac{A_x}{A} \text{ ise } A_x = A \cdot \cos \alpha$$

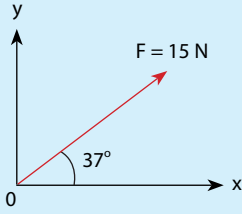
$$\sin \alpha = \frac{A_y}{A} \text{ ise } A_y = A \cdot \sin \alpha \text{ bağıntıları bulunur.}$$

*Bileşenlere ayırma*

$\vec{A}$  vektörünün büyüklüğü Pisagor teoremi yardımıyla hesaplanabilir.

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2 \text{ olur.}$$

## 7. ÖRNEK



Şekildeki koordinat sisteminde gösterilen 15 N büyüklüğündeki  $\vec{F}$  kuvvetinin x eksenindeki bileşeninin büyüklüğü  $F_x$ , y eksenindeki bileşeninin büyüklüğü  $F_y$ 'dir.

Buna göre  $\frac{F_x}{F_y}$  oranını bulunuz. ( $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $\sin 37^\circ = 0,6$  alınız.)

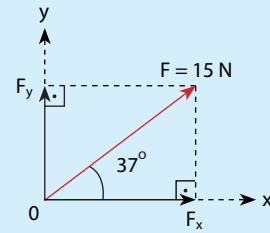
## ÇÖZÜM

$\vec{F}$  kuvvetinin uçlarından x ve y eksenlerine paralel doğrular çizilerek  $F_x$  ve  $F_y$  elde edilir. Oluşan dik üçgenin kenar uzunlukları, trigonometrik değerler kullanılarak bulunur.

$$F_x = F \cdot \cos 37^\circ = 15 \cdot 0,8 = 12 \text{ N}$$

$$F_y = F \cdot \sin 37^\circ = 15 \cdot 0,6 = 9 \text{ N}$$

$$\frac{F_x}{F_y} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \text{ olur.}$$

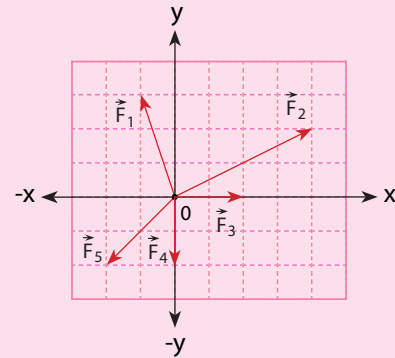


## 7. ALIŞTIRMA

Eşit bölmelere ayrılmış yatay düzlemde, O noktasal cisminde, aynı anda etki eden  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  ve  $\vec{F}_5$  kuvvetleri şekildeki gibidir. Her bölmenin kenar uzunluğu 1 birim kabul edilerek  $\vec{F}_1$  kuvvetinin bileşenleri tabloda verilmiştir.

Buna göre

- $\vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  ve  $\vec{F}_5$  kuvvetlerinin bileşenlerini tabloya yazınız.
- $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5$  ise  $\vec{R}$  vektörünün koordinatlarını tabloya yazınız.

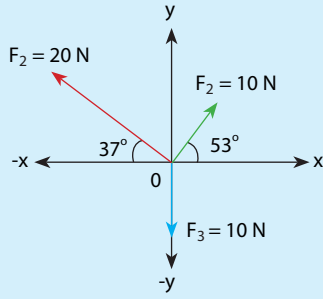


## ÇÖZÜM



Kuvvet	x bileşeni	y bileşeni
$\vec{F}_1$	-1	+3
$\vec{F}_2$		
$\vec{F}_3$		
$\vec{F}_4$		
$\vec{F}_5$		
$\vec{R}$		

## 8. ÖRNEK



Şekilde verilen koordinat sisteminde  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  ve  $\vec{F}_3$  kuvvetleri gösterilmiştir.

Buna göre kuvvetlerin bileşkesini bulunuz.

( $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $\sin 37^\circ = 0,6$  alınınız.)

## ÇÖZÜM

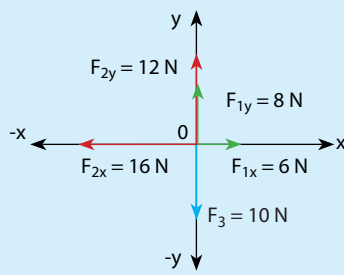
$\vec{F}_1$  ve  $\vec{F}_2$  kuvvetlerinin yatay ve düşey bileşenleri bulunur.

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos 53^\circ = 10 \cdot 0,6 = 6 \text{ N}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin 53^\circ = 10 \cdot 0,8 = 8 \text{ N}$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos 37^\circ = 20 \cdot 0,8 = 16 \text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin 37^\circ = 20 \cdot 0,6 = 12 \text{ N olur.}$$



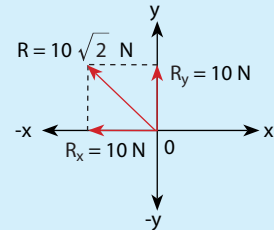
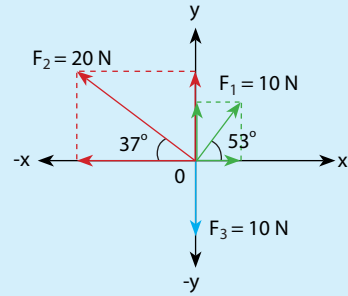
Düşey doğrultudaki kuvvetlerin bileşkesi  $R_y$  olmak üzere bileşkenin büyüklüğü

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} - F_3 \implies R_y = 8 + 12 - 10 = 10 \text{ N olur.}$$

Yatay doğrultudaki kuvvetlerin bileşkesi  $R_x$  olmak üzere bileşkenin büyüklüğü

$$R_x = F_{1x} - F_{2x} \implies R_x = 6 - 16 = -10 \text{ N olur.}$$

$R_x$  ve  $R_y$  vektörleri eşit büyüklüktedir ve aralarındaki açı  $90^\circ$  dir. Bileşmeleri, bileşenlerden birinin  $\sqrt{2}$  katına eşittir. Buna göre  $R_x$  ve  $R_y$  vektörlerinin bileşkesi  $R$ 'nin büyüklüğü  $10\sqrt{2}$  N olur.



## 8. ALIŞTIRMA



Bir araç AB yolunda, C noktasından sabit 80 km/h hızla harekete başlayıp B noktasına doğru gitmektedir.

Verilen ifadeye göre aracın hızıyla ilgili özelliklerini aşağıdaki tabloya yazınız.

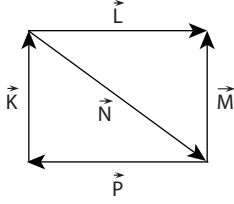
## ÇÖZÜM



Doğrultu	
Yön	
Başlangıç Noktası	
Hızın Büyüklüğü	

## 1. BÖLÜM SONU SORULARI

1. Aynı düzlemde bulunan  $\vec{K}$ ,  $\vec{L}$ ,  $\vec{M}$ ,  $\vec{N}$  ve  $\vec{P}$  vektörlerinin yönleri ve doğrultuları şekildeki gibidir.



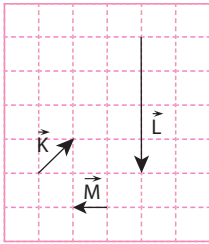
Buna göre verilen eşitliklerden hangileri doğrudur?

- I.  $\vec{N} + \vec{P} = \vec{K}$     II.  $\vec{L} + \vec{M} = \vec{N}$     III.  $\vec{N} + \vec{P} + \vec{K} = 0$   
IV.  $\vec{K} + \vec{L} - \vec{M} = -\vec{P}$     V.  $\vec{M} + \vec{N} = -\vec{L}$

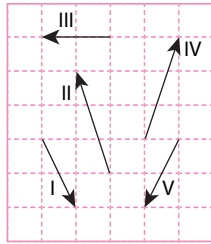
## ÇÖZÜM



2. Eşit kare bölmelere ayrılmış düzlemde  $\vec{K}$ ,  $\vec{L}$  ve  $\vec{M}$  vektörleri Şekil I'deki gibidir.



Şekil I



Şekil II

Buna göre  $\vec{K} - \frac{\vec{L}}{2} + 2\vec{M}$  vektörü Şekil II'dekilerden hangisidir?

## ÇÖZÜM



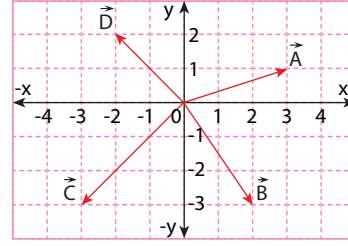
3. Başlangıç noktaları aynı, büyüklükleri sırasıyla 2 birim ve 3 birim olan iki vektörün arasındaki açı  $60^\circ$  dir.

Buna göre vektörlerin bileşkesinin büyüklüğü kaç birimdir? ( $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$  alınınız.)

## ÇÖZÜM



4. İki boyutlu kartezyen koordinat sisteminde  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{C}$  ve  $\vec{D}$  vektörleri verilmiştir.

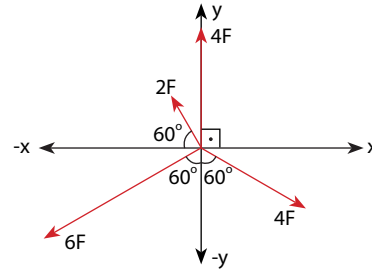


Buna göre bileşke vektörün koordinatları nedir?

## ÇÖZÜM



- 5.



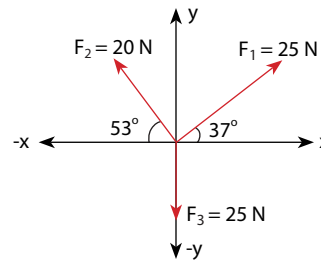
Şekildeki gibi verilen kuvvetlerin bileşkesinin büyüklüğü kaç F olur?

( $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  ve  $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$  alınınız.)

## ÇÖZÜM



6. Aynı düzlemde bulunan  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  ve  $\vec{F}_3$  kuvvetleri şekilde verilmiştir.

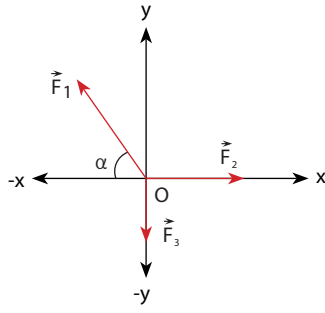


Buna göre kuvvetlerin bileşkesinin büyüklüğü kaç N olur? ( $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $\sin 37^\circ = 0,6$  alınınız.)

## ÇÖZÜM



7. O noktasına etki eden aynı düzlemdeki  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  ve  $\vec{F}_3$  kuvvetlerinin bileşkesi sıfırdır.

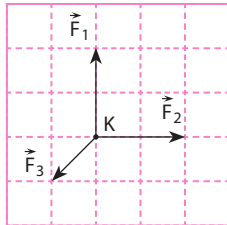


$\alpha > 45^\circ$  olduğuna göre  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  ve  $\vec{F}_3$  kuvvetlerinin büyüklükleri arasındaki ilişki nedir?

### ÇÖZÜM



8. K noktasal cismi sürtünmelerin ihmal edildiği eşit kare bölmelere ayrılmış yatay düzlemde durmakta ve K cismine aynı anda  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  ve  $\vec{F}_3$  kuvvetleri uygulanmaktadır.



Buna göre

- Kuvvetlerin etkisindeki cismin hareket yönü nedir?
- Hangi kuvvet kaldırılırsa cismin hareket yönü değişmez?
- Başlangıçta  $\vec{F}_3$  kuvvetinin büyüklüğü iki katına çıkarılmış olsaydı cismin hareketi için ne söylenebilirdi?

### ÇÖZÜM

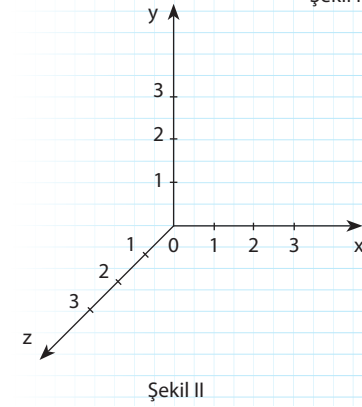
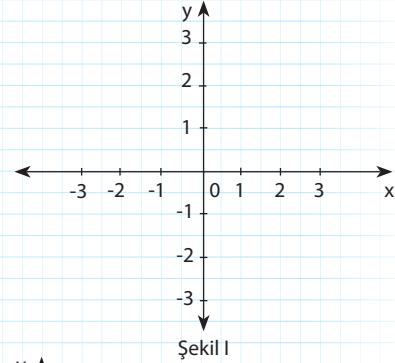


9. İki ve üç boyutlu kartezyen koordinat sistemleri verilmiştir.

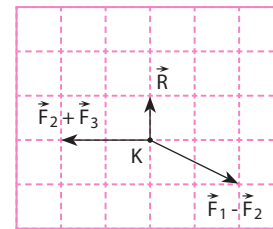
Buna göre

- Koordinatları  $A(2,-2)$  ve  $B(-3,2)$  olan  $\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörlerini Şekil I'deki kartezyen koordinat sisteminde çizin.
- Koordinatları  $C(1,2,3)$  olan  $\vec{C}$  vektörünü Şekil II'deki kartezyen koordinat sisteminde çizin.

### ÇÖZÜM



10. Eşit kare bölmelere ayrılmış düzlemde bulunan noktasal K cismine etki eden  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  ve  $\vec{F}_3$  kuvvetlerinin bileşkesi  $\vec{R}$ ,  $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$  ve  $\vec{F}_2 + \vec{F}_3$  kuvvetleri verilmiştir. Kare bölmelerin bir kenarı 1 birimdir.



Buna göre  $\vec{F}_2$  kuvvetinin büyüklüğü kaç birimdir?

### ÇÖZÜM



## 1.2. BAĞIL HAREKET

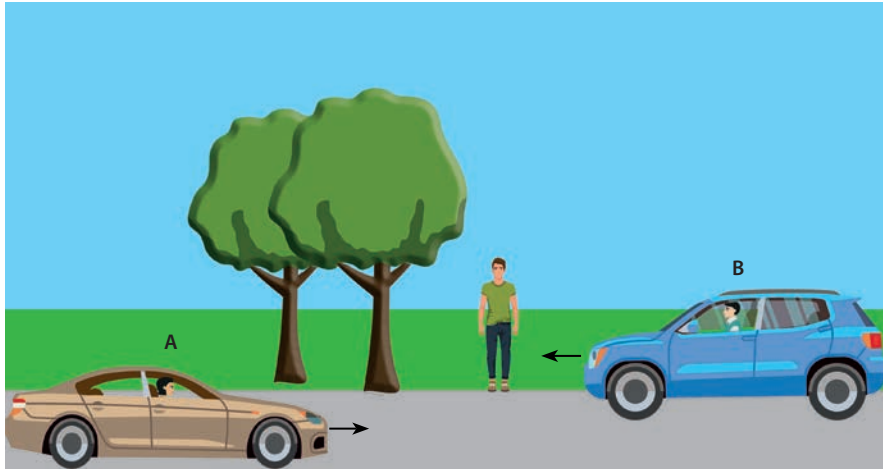


Görsel 1.2: Belediye otobüsünde seyahat eden insanlar

Hareket hâlindeki belediye otobüsünde bulunan bir yolcu, dışarıya baktığında binaları, kaldırım taşlarını, durakta otobüs bekleyen insanları hareketli; otobüsün içindeki diğer yolcuları durgun görür (Görsel 1.2). Otobüs-ten indiğinde ise otobüsteyken hareketli gördüğü insanların ve nesnelerin durgun olduğunu görür. Bu durumda bir cismin aynı anda farklı hızlara sahip olduğu söylenebilir mi?



Görsel 1.3'te oklarla gösterilen yönlerde hareket eden A ve B araçlarının sürücüleri ile yol kenarında duran kişiye ağacın hareket edip etmediği sorulduğunda her biri nasıl cevap verir?



Görsel 1.3: Yere göre hareketli ve hareketsiz gözlemciler

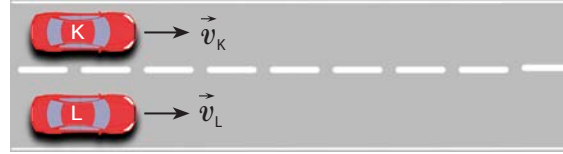
Görsel 1.3'teki gibi yatay düz bir yolda A ve B araçları birbirlerine doğru hareket ederken bir kişi de yol kenarında durmaktadır. Yol kenarında duran kişiye sorulduğunda, ağacın durgun olduğunu söyleyecektir. Araçların sürücüleri ise ağacın kendilerine göre zıt yönde hareket ettiğini ifade edeceklerdir. Kişi durduğu yerden, sürücüler ise belirli bir hızla ve belirli bir yöne doğru ilerleyen araçların içinden gözlem yapmaktadırlar. Gözlemlerinin farklı olmasının sebebi, farklı referans sistemlerinde (hız, yer değiştirme gibi fiziksel büyüklüklerin tanımlanabilmesi için gözlem yapılan yer) bulunmalarıdır.

Cisimlerin hareketlerinin veya hızlarının tanımlanması, seçilen referans sistemine göre farklılık gösterebilir. Bir cismin herhangi bir referans sistemindeki gözlemciye göre hareketine **bağlı hareket**, sahip olduğu hıza ise **bağlı hız** denir. Araçların hızlarını anlatmak için kullanılan ifadelerde, referans sistemi olarak yerküre seçilmiştir. Örneğin "Araba 60 km/h'lik hızla gitmektedir." dendiğinde arabanın yere göre hızının büyüklüğü anlatılmaktadır.



## A) SABİT HIZLI İKİ CİSMİN BİRBİRİNE GÖRE HAREKETİ

Aynı yönde sabit hızla hareket eden sistemlerde bulunan gözlemciler birbirlerinin hızlarını sahip oldukları hızlardan farklı görebilir. Bunun sebebi her birinin referans sisteminin farklı olmasıdır.



Şekil 1.19: Aynı yönde sabit hızla hareket eden araçlar

Şekil 1.19'daki gibi yere göre  $\vec{v}_K$  ve  $\vec{v}_L$  sabit hızlarıyla aynı yönde hareket eden araçlardan K aracındaki gözlemci, L aracının

$v_K = v_L$  ise durgun olduğunu

$v_K > v_L$  ise geriye doğru gittiğini

$v_K < v_L$  ise ileriye doğru gittiğini görür.

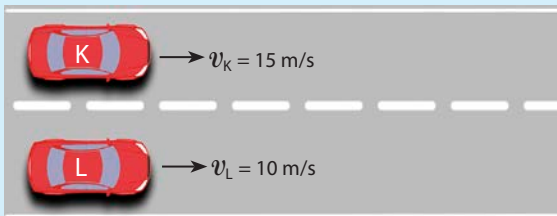
L aracının K'deki gözlemciye göre hızının yani bağıl hızının yönü ve büyüklüğü vektörel işlemler yardımıyla bulunur. Bağıl hız bulunurken önce gözlemci ve gözlenen belirlenir. Ardından gözlemci ve gözlenenin yere göre hız vektörleri belirlenir. Bağıl hız, gözlenen cismin yere göre hızından gözlemcinin yere göre hızı vektörel olarak çıkarılarak

$$\vec{v}_{\text{bağıl}} = \vec{v}_{\text{gözlenen}} - \vec{v}_{\text{gözlemci}}$$

*Bağıl Hız Formülü*

ifadesi ile bulunur. Elde edilen bağıl hız vektörü, L aracının K'deki gözlemciye göre hızının yönünü ve büyüklüğünü ifade eder.

### 9. ÖRNEK



Yere göre hızının büyüklüğü sabit 15 m/s olan K aracı ile 10 m/s olan L aracı aynı yönde hareket etmektedir.

**K aracının L'deki gözlemciye göre hızı nedir?**

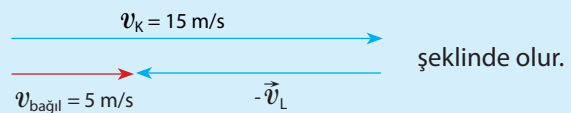
### ÇÖZÜM

K aracının L aracına göre hızı sorulduğu için K aracı gözlenen, L aracı ise gözlemcidir.

$$\vec{v}_{\text{bağıl}} = \vec{v}_{\text{gözlenen}} - \vec{v}_{\text{gözlemci}} \text{ ifadesinden}$$

$$\vec{v}_{\text{bağıl}} = \vec{v}_K - \vec{v}_L \implies \vec{v}_{\text{bağıl}} = \vec{v}_K + (-\vec{v}_L) \implies v_{\text{bağıl}} = 15 - 10 = 5 \text{ m/s olur.}$$

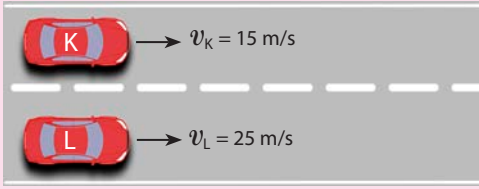
Vektörel olarak bağıl hızın gösterimi yapılırsa



şeklinde olur.

K aracının L aracındaki gözlemciye göre hızı, L ile aynı yönde ve 5 m/s'dir.

## 9. ALIŞTIRMA



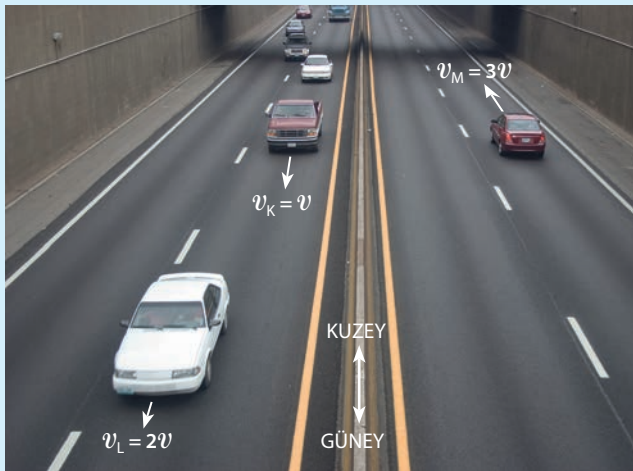
Yere göre hızının büyüklüğü sabit 15 m/s olan K aracı ile 25 m/s olan L aracı aynı yönde hareket etmektedir.

K aracının L'deki gözlemciye göre hızı kaç m/s olur?

## ÇÖZÜM



## 10. ÖRNEK



K, L ve M araçları kuzey-güney doğrultusunda birbirine paralel yollarda ve şekilde gösterilen yönlerde sırasıyla  $v$ ,  $2v$  ve  $3v$  büyüklüğünde sabit hızlarla hareket etmektedir.

Buna göre

- K aracının sürücüsü, L aracının hızını nasıl görür?
- K aracının sürücüsü, M aracının hızını nasıl görür?

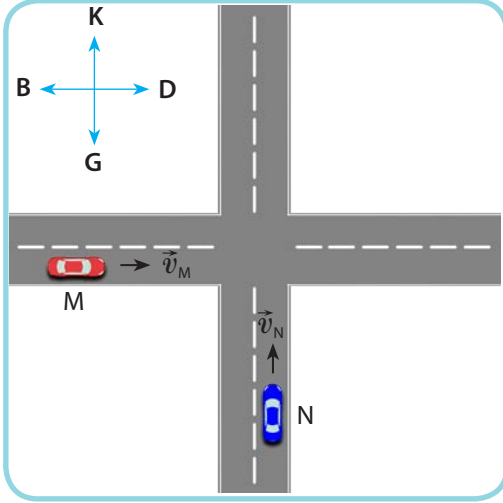
## ÇÖZÜM

- a) K aracının sürücüsü, L aracına baktığı için gözlemci; L aracı ise gözlenendir.  $\vec{v}_L$  ile  $-\vec{v}_K$  vektörlerinin bileşkesi alınarak  $\vec{v}_{\text{bağıl}}$  bulunur. K aracının sürücüsü, L aracının güneye doğru  $v$  büyüklüğünde hızla hareket ettiğini görür.

$$\begin{aligned}\vec{v}_{\text{bağıl}} &= \vec{v}_{\text{gözlenen}} - \vec{v}_{\text{gözlemci}} \\ \vec{v}_{\text{bağıl}} &= \vec{v}_L - \vec{v}_K \\ \vec{v}_{\text{bağıl}} &= \vec{v}_L + (-\vec{v}_K)\end{aligned}$$

- b) K aracının sürücüsü, M aracına baktığı için gözlemci; M aracı ise gözlenendir.  $\vec{v}_M$  ile  $-\vec{v}_K$  vektörlerinin bileşkesi alınarak  $\vec{v}_{\text{bağıl}}$  bulunur. K aracının sürücüsü, M aracının kuzeye doğru  $4v$  büyüklüğünde hızla hareket ettiğini görür.

$$\begin{aligned}\vec{v}_{\text{bağıl}} &= \vec{v}_{\text{gözlenen}} - \vec{v}_{\text{gözlemci}} \\ \vec{v}_{\text{bağıl}} &= \vec{v}_M - \vec{v}_K \\ \vec{v}_{\text{bağıl}} &= \vec{v}_M + (-\vec{v}_K)\end{aligned}$$

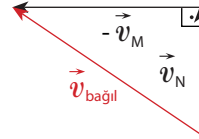


Şekil 1.20: Farklı yönde sabit hızla hareket eden araçlar

Şekil 1.20'de verilen yolda sabit  $\vec{v}_M$  hızıyla doğu yönünde hareket eden M aracının sürücüsü, sabit  $\vec{v}_N$  hızıyla kuzey yönünde hareket eden N aracına bakmaktadır. Araçların hareket doğrultularının farklı olması, bağıl hızın hesaplanmasında bir farklılık oluşturmaz. M aracı gözlemci, N aracı ise gözlenen durumundadır. Bağıl hız

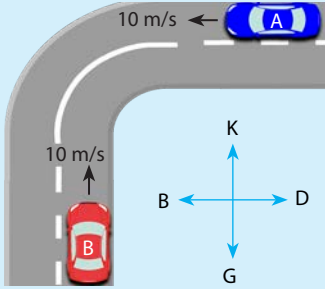
$$\vec{v}_{\text{bağıl}} = \vec{v}_{\text{gözlenen}} - \vec{v}_{\text{gözlemci}}$$

ifadesi kullanılarak bulunur. Vektörel olarak



$$\vec{v}_{\text{bağıl}} = \vec{v}_N - \vec{v}_M \text{ şeklinde gösterilir.}$$

## 11. ÖRNEK



Şekildeki A aracı batıya, B aracı ise kuzeye doğru 10 m/s büyüklüğünde sabit hızlarla hareket etmektedir.

Buna göre

- A aracının sürücüsü, B aracının hangi hızla hareket ettiğini görür?
- A aracının sürücüsü, B aracına bakarak kendisinin hangi hızla hareket ettiğini görür?

## ÇÖZÜM

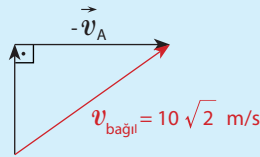
- a) A aracının sürücüsü gözlemci, B aracı ise gözlenendir.

$$\vec{v}_{\text{bağıl}} = \vec{v}_{\text{gözlenen}} - \vec{v}_{\text{gözlemci}}$$

$$\vec{v}_{\text{bağıl}} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

$$\vec{v}_{\text{bağıl}} = \vec{v}_B + (-\vec{v}_A)$$

$$v_B = 10 \text{ m/s}$$



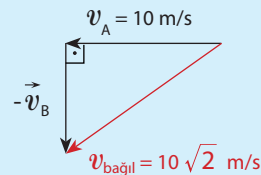
$\vec{v}_B$  ile  $-\vec{v}_A$  vektörleri eşit büyüklükte ve aralarındaki açı  $90^\circ$  olduğundan  $v_{\text{bağıl}} = 10\sqrt{2}$  m/s bulunur. A aracının sürücüsü, B aracının kuzeydoğuya doğru  $10\sqrt{2}$  m/s büyüklüğünde hızla hareket ettiğini görür.

- b) Bir hareketli başka bir hareketliye baktığında kendisini gözlenen diğer hareketliyi ise gözlemciymiş gibi görür. Buna göre B aracının sürücüsü gözlemci, A aracı ise gözlenenmiş gibi işlem yapılarak bağıl hız bulunur.

$$\vec{v}_{\text{bağıl}} = \vec{v}_{\text{gözlenen}} - \vec{v}_{\text{gözlemci}}$$

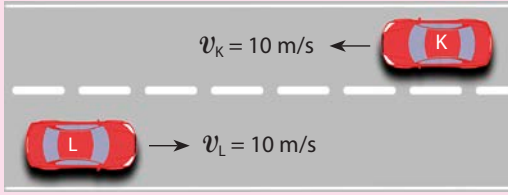
$$\vec{v}_{\text{bağıl}} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$$

$$\vec{v}_{\text{bağıl}} = \vec{v}_A + (-\vec{v}_B)$$



A aracının sürücüsü, B aracına bakarak kendisinin güneybatıya doğru  $10\sqrt{2}$  m/s büyüklüğünde hızla hareket ettiğini görür.

## 10. ALIŞTIRMA



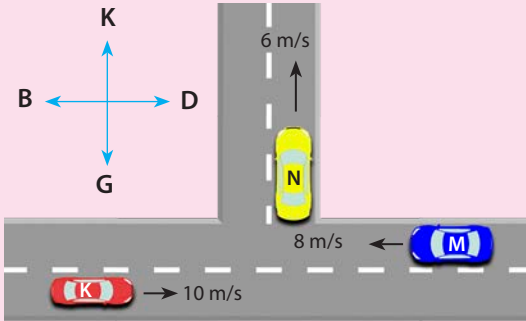
K ve L araçları, yere göre 10 m/s büyüklüğündeki sabit hızla zıt yönde hareket etmektedir.

K aracının L aracının sürücüsüne göre hızı kaç m/s olur?

## ÇÖZÜM



## 11. ALIŞTIRMA



Şekildeki gibi bir yolda hareket eden K, M ve N araçlarından K aracı doğuya doğru 10 m/s, M aracı batıya doğru 8 m/s ve N aracı kuzeye doğru 6 m/s sabit hızlarla hareket etmektedir.

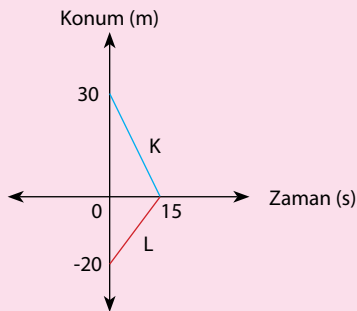
M aracının sürücüsüne göre

- K aracının hızı kaç m/s olur?
- N aracının hızı kaç m/s olur?

## ÇÖZÜM



## 12. ALIŞTIRMA



Doğrusal yolda hareket eden K ve L araçlarının konum-zaman grafiği verilmiştir.

Buna göre K aracının L aracındaki gözlemciye göre hızının büyüklüğü kaç m/s olur?

## ÇÖZÜM



## 12. ÖRNEK

Güney yönünde  $2\mathcal{V}$  büyüklüğünde sabit hızla hareket eden K aracındaki gözlemci, L aracının  $2\mathcal{V}$  büyüklüğünde sabit hızla doğu yönünde hareket ettiğini görmektedir.

Buna göre L aracının yere göre hızı nedir?

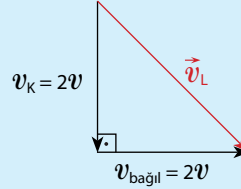
## ÇÖZÜM

K aracının sürücüsü gözlemci, L aracı ise gözlenendir.

$$\vec{v}_{\text{bağıl}} = \vec{v}_{\text{gözlenen}} - \vec{v}_{\text{gözlemci}}$$

$$\vec{v}_{\text{bağıl}} = \vec{v}_L - \vec{v}_K$$

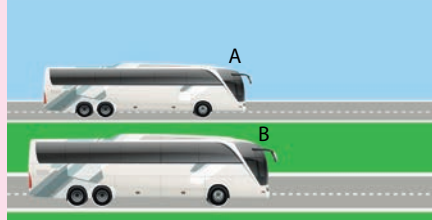
$$\vec{v}_L = \vec{v}_K + \vec{v}_{\text{bağıl}}$$



$\vec{v}_K$  ile  $\vec{v}_{\text{bağıl}}$  vektörlerinin arasındaki açı  $90^\circ$  ve eşit büyüklükte olduğundan L aracının yere göre hızı  $2\sqrt{2}\mathcal{V}$  büyüklüğünde olup güneydoğu yönündedir.

## 13. ALIŞTIRMA

A ve B otobüsleri birbirine paralel doğrusal yollarda eşit büyüklükte ve sabit hızlarla aynı yönde hareket etmektedir.



Buna göre

- A otobüsünde oturan bir yolcu, B otobüsünde oturan bir yolcunun hareketini nasıl yorumlar?
- A otobüsünün sürücüsü hızını artırdığında B otobüsünde oturan yolcu, A otobüsüne bakarak kendisinin hareketini nasıl görür?
- Otobüsler yan yana giderken A otobüsünün sürücüsü hızını azaltırsa A otobüsünde oturan yolcu, B otobüsündeki yolcunun hareketini nasıl yorumlar?

## ÇÖZÜM

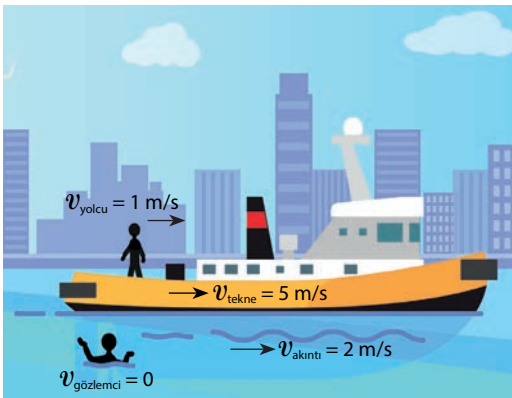


## B) HAREKETLİ BİR ORTAMDAKİ SABİT HIZLI CİSİMLERİN BAĞIL HAREKETİ



Görsel 1.4: İstanbul Boğazı'nda ilerleyen vapur

İstanbul Boğazı'nda akıntının ihmal edildiği bir yerde Görsel 1.4'teki gibi vapurun güvertesinde ve vapurun hareket yönünde yürümekte olan bir yolcu, hem kendi hızından hem de vapurun hızından dolayı yer değiştirir. Kıyıda duran bir gözlemciye göre (yere göre) yolcunun yer değiştirmesi, vapurun yer değiştirmesinden büyüktür. Bu nedenle yolcunun vapurda duran diğer yolculara göre hızı ile kıyıdaki gözlemciye göre hızı farklıdır. Boğaz'da vapurun hareketi ile aynı yönde akıntı olduğunda ise hem vapurun hem de yolcunun yere göre hızı değişecektir. Vapur kendinin ve akıntının hızından dolayı yer değiştirirken yolcu hem kendisinin hem akıntının hem de vapurun hızından dolayı yer değiştirir. Bu durum, hareketli ortamlardaki cisimlerin hareketinin farklı gözlem çerçevelerine göre yorumlanabileceğini gösterir. Birden fazla hareketin etkisindeki cisimlerin yaptığı bu tür hareketlere **bileşik hareket** denir.



Şekil 1.21: Akıntılı nehirde yüzen teknede yürüyen yolcu

Akıntı hızı sabit 2 m/s olan nehirdeki bir tekne, su içerisinde duran bir gözlemciye göre (suya göre) akıntıyla aynı yönde 5 m/s'lik sabit hızla hareket etmektedir. Bu teknenin üzerindeki bir yolcu, tekneyle aynı yönde ve tekneye göre 1 m/s'lik sabit bir hızla yürümektedir (Şekil 1.21).

Yerden bakan bir gözlemciye göre yolcunun 1 saniyedeki yer değiştirmesi, yürüme hızından dolayı 1 m, teknenin hızından dolayı 5 m, akıntı hızından dolayı 2 m olmak üzere

$$x_{\text{yolcu}} = 1 + 5 + 2 = 8 \text{ m olur.}$$

Dolayısıyla yolcunun yere göre hızı 8 m/s'dir.

Yerden bakan gözlemciye göre tekne, hızından dolayı 5 m, akıntı hızından dolayı 2 m olmak üzere 1 saniyede

$$x_{\text{tekne}} = 5 + 2 = 7 \text{ m}$$

yer değiştirir. Dolayısıyla teknenin yere göre hızı 7 m/s'dir. Bu durumda hareketli ortamdaki cisimlerin yere göre hızı, cismi etkileyen hızların vektörel olarak toplanmasıyla bulunur.

## 13. ÖRNEK

İstanbul Boğazı'nda akıntı hızının büyüklüğünün 3 m/s olduğu bir yerde, suya göre hızının büyüklüğü 4 m/s olan bir gemi akıntıyla aynı yönde hareket etmektedir. Gemide bulunan bir yolcu gemiye göre 1 m/s büyüklüğünde sabit hızla yürümektedir.



- a) Yolcunun gemiye aynı yönde yürümesi durumunda gemiye göre ( $v_g$ ), suya göre ( $v_{su}$ ) ve yere göre ( $v_{yer}$ ) hızlarının büyüklükleri kaç m/s olur?
- b) Yolcunun gemiye zıt yönde yürümesi durumunda gemiye göre ( $v_g$ ), suya göre ( $v_{su}$ ) ve yere göre ( $v_{yer}$ ) hızlarının büyüklükleri kaç m/s olur?

## ÇÖZÜM

Yolcunun gemiye göre hızı, kendi yürüme hızına eşittir. Suya göre hızı ise yürüme hızı ile geminin durgun sudaki hızının vektörel toplamına eşittir. Yere göre hızı da yürüme hızı, geminin durgun sudaki hızı ile akıntının hızının vektörel toplamına eşittir.

- a) Yolcunun gemiye aynı yönde yürümesi durumunda yolcunun yürüme hızı, akıntı hızı ve geminin hızı ile aynı yönlü olur.

$$\vec{v}_g = \vec{v}_{yolcu}$$

$$\rightarrow v_{yolcu} = 1 \text{ m/s olur.}$$

$$\vec{v}_{su} = \vec{v}_{yolcu} + \vec{v}$$

$$v_{su} = 1 + 4 = 5 \text{ m/s olur.}$$

$$\vec{v}_{yer} = \vec{v}_{yolcu} + \vec{v}_a + \vec{v}$$

$$v_{yer} = 1 + 3 + 4 = 8 \text{ m/s olur.}$$

- b) Yolcu gemiye zıt yönde yürüdüğü için geminin hareket yönü (+), yolcunun hareket yönü (-) seçilerek vektörel işlemler yapılabilir.

$$\vec{v}_g = \vec{v}_{yolcu}$$

$$\leftarrow v_{yolcu} = 1 \text{ m/s olur.}$$

$$\vec{v}_{su} = \vec{v}_{yolcu} + \vec{v}$$

$$v_{su} = 4 - 1 = 3 \text{ m/s olur.}$$

$$\vec{v}_{yer} = \vec{v}_{yolcu} + \vec{v}_a + \vec{v}$$

$$v_{yer} = 3 + 4 - 1 = 6 \text{ m/s olur.}$$

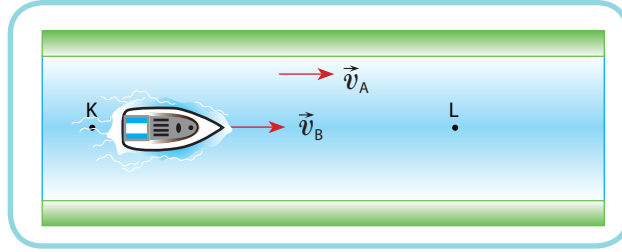
## 14. ALIŞTIRMA

Birbirlerine paralel hareket eden K ve L yürüme bantlarından K doğuya, L batıya doğru eşit büyüklükte ve sabit hızlarla hareket etmektedir. K bandındaki Melis, bant ile aynı yönde yürümektedirken L'deki Mert, banda göre hareketsizdir.

Buna göre

- Mert, Melis'in hangi yönde gittiğini görür?
- Mert, K bandının ve Melis'in hızları hakkında ne söyler?
- Yerde duran sabit bir gözlemci Mert ve Melis'in hızları hakkında ne söyler?

## ÇÖZÜM



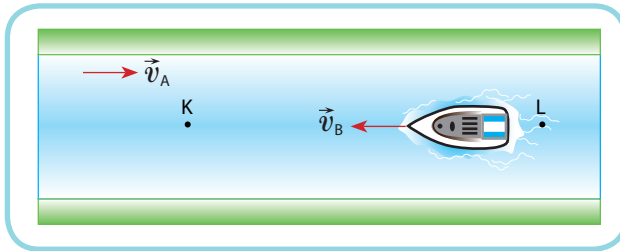
Şekil 1.22: Nehirde akıntıyla aynı yönde hareket eden bot

Akıntı hızının  $\vec{v}_A$  olduğu nehirde suya göre  $\vec{v}_B$  hızıyla ve akıntıyla aynı yönde hareket eden bot, K ve L noktaları arasında yere göre düzgün doğrusal hareket yapmaktadır (Şekil 1.22). Düzgün doğrusal hareket yapan cismin yer değiştirmesi

$$\Delta \vec{x} = \vec{v} \cdot t \text{ bağıntısıyla bulunur.}$$

Nehir kıyısında duran ve bota bakan bir gözlemci için bu bağıntı

$$|KL| = v_{\text{yere göre}} \cdot t \text{ şeklinde yazılır.}$$



Şekil 1.23: Nehirde akıntıya zıt yönde hareket eden bot

Suya göre  $\vec{v}_B$  hızıyla akıntıya zıt yönde hareket eden botun K ve L noktaları arasındaki hareketini, yere göre hızı belirler. Botun hareketi için üç farklı durum vardır (Şekil 1.23):

$$\vec{v}_{\text{yeregöre}} = \vec{v}_B + \vec{v}_A \text{ ifadesine göre}$$

$v_B > v_A$  ise  $v_{\text{yere göre}} = v_B - v_A$  olur. Yere göre hızı akıntıya zıt yönde olduğu için bot K noktasına ulaşabilir. Bu durumda  $|KL| = (v_B - v_A) \cdot t$  olur.

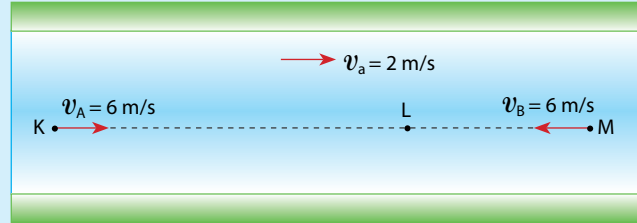
$v_B < v_A$  ise  $v_{\text{yere göre}} = v_A - v_B$  olur ve botun yönü akıntıyla aynıdır. Bu durumda bot akıntı yönünde sürüklenir ve K noktasına ulaşamaz.

$v_B = v_A$  ise  $v_{\text{yere göre}} = 0$  olur ve bot yer değiştirmez.



## 14. ÖRNEK

Akıntı hızının büyüklüğünün 2 m/s olduğu nehirde A motoru, kıyıya paralel olarak akıntıyla aynı yönde ve suya göre 6 m/s büyüklüğünde sabit hızla K noktasından geçmektedir. Aynı anda B motoru da kıyıya paralel olarak akıntıya zıt yönde ve suya göre 6 m/s büyüklüğünde sabit hızla M noktasından geçmektedir.



Motorlar 20 saniye sonra L noktasında karşılaştıklarına göre KL ve LM uzunlukları kaç m olur?

## ÇÖZÜM

|KL| uzunluğu A motorunun 20 saniyede aldığı yola eşittir. |LM| uzunluğu da B motorunun 20 saniyede aldığı yola eşittir. Motorların yere göre hızları, suya göre hızları ile akıntının hızının vektörel toplamına eşittir.

A motoru için

$$\vec{v}_{\text{yere göre}} = \vec{v}_A + \vec{v}_a$$

$$v_{\text{yere göre}} = 6 + 2 = 8 \text{ m/s}$$

$$|KL| = v_{\text{yere göre}} \cdot t = 8 \cdot 20 = 160 \text{ m olur.}$$

B motoru için

$$\vec{v}_{\text{yere göre}} = \vec{v}_B + \vec{v}_a$$

$$v_{\text{yere göre}} = 6 - 2 = 4 \text{ m/s}$$

$$|LM| = v_{\text{yere göre}} \cdot t = 4 \cdot 20 = 80 \text{ m olur.}$$

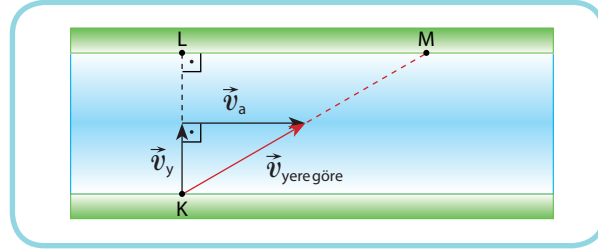
## 15. ALIŞTIRMA

Akıntı hızının sabit ve 1 m/s olduğu bir ırmakta akıntıyla aynı yönde, kıyıya paralel ve yere göre  $v_K$  büyüklüğünde hızla hareket eden bir kayıktan can simidi suya düşmüştür. Kayıkçı, yere göre aynı hızla hareketine devam ederken can simidinin düştüğünü 30 s sonra fark etmiştir. Can simidi bu sürede kayığın 60 m gerisinde kalmıştır.

Buna göre kayığın suya göre hızının büyüklüğü kaç m/s olur?

## ÇÖZÜM





Şekil 1.24: Nehirde akıntıya dik yönde hareket eden yüzücü

Akıntıya dik olarak hareket eden cisimler hem yatay hem de düşey doğrultuda yer değiştirir. Akıntı hızı büyüklüğünün  $v_a$  olduğu bir nehirde, K noktasından akıntıya dik olarak L noktasına doğru ve suya göre  $v_y$  büyüklüğünde hızla yüzmeye başlayan bir yüzücü, L noktasından karşı kıyıya çıkamaz. Akıntı yüzücüyü sürükleyerek M noktasından karşı kıyıya çıkmasına neden olur (Şekil 1.24). Yüzücünün yere göre hızı, akıntının hızı ile suya göre hızının bileşkesine eşittir. Yere göre hız vektörü, yüzücünün hangi yönde hareket ederek karşı kıyıya çıkacağını belirler. Yüzücünün karşı kıyıya çıkma süresinde (t) sadece nehrin genişliği ve bu doğrultudaki hız etkilidir. Yüzücünün yatay ve düşey yer değiştirmelerinin büyüklüğü

$$|KL| = v_y \cdot t$$

$$|LM| = v_a \cdot t$$

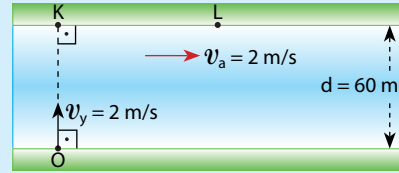
$$|KM| = v_{\text{yere göre}} \cdot t \text{ olur.}$$

## 15. ÖRNEK

Şekildeki gibi akıntı hızının sabit ve 2 m/s olduğu bir nehrin O noktasından K noktasına doğru suya göre 2 m/s büyüklüğünde hızla ve akıntıya dik olarak yüzmeye başlayan yüzücü, L noktasından karşı kıyıya çıkmaktadır.

Nehrin genişliği 60 m olduğuna göre

- Yüzücü kaç saniyede karşı kıyıya çıkar?
- Yüzücü kaç metre sürüklenmiştir?
- Yüzücünün yer değiştirmesi kaç metredir?



## ÇÖZÜM

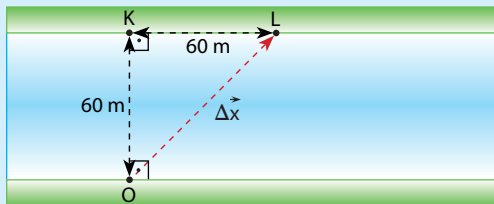
- Yüzücü karşı kıyıya çıktığında düşeyde 60 m yer değiştirmiştir. Buna göre

$$d = v_y \cdot t \Rightarrow 60 = 2 \cdot t \Rightarrow t = 30 \text{ s bulunur.}$$

- Yüzücü 30 saniye boyunca akıntı hızıyla sürüklenir. Buna göre yüzücünün yatayda yaptığı yer değiştirme

$$|KL| = v_a \cdot t \Rightarrow |KL| = 2 \cdot 30 \Rightarrow |KL| = 60 \text{ m olur.}$$

- Yüzücünün ilk konumu O noktası, son konumu L noktası olduğu için yer değiştirmesinin büyüklüğü  $|OL|$  uzunluğuna eşittir. Pisagor bağıntısı yardımıyla  $|OL|$  uzunluğu bulunur.

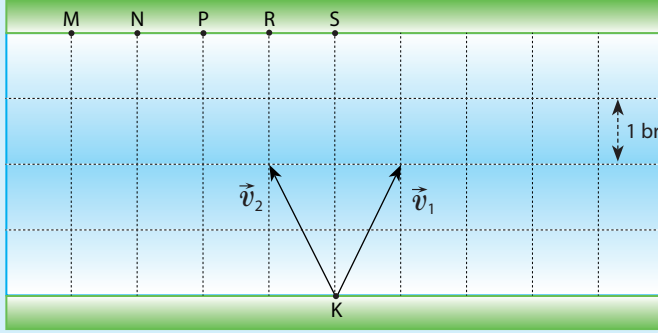


$$(\Delta x)^2 = 60^2 + 60^2$$

$$(\Delta x)^2 = 7200$$

$$\Delta x = 60\sqrt{2} \text{ m olur.}$$

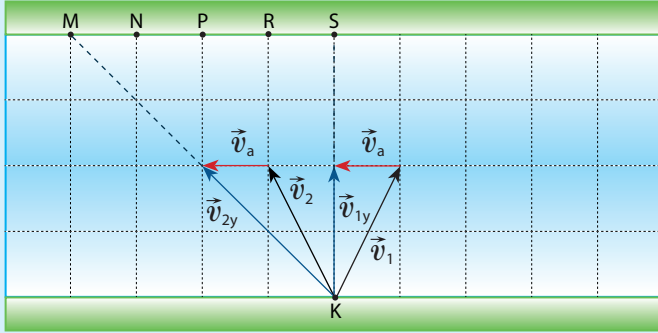
## 16. ÖRNEK



Akıntı hızının sabit olduğu bir nehrin K noktasından suya göre  $\vec{v}_1$  ve  $\vec{v}_2$  hızlarıyla yüzen yüzücülerden hızı  $\vec{v}_1$  olan, S noktasından karşı kıyıya çıkmaktadır.

Buna göre hızı  $\vec{v}_2$  olan yüzücü hangi noktadan karşı kıyıya çıkar?

## ÇÖZÜM



Yere göre hız vektörleri, yüzücülerin karşı kıyıya çıkacağı yeri belirler. Hızı  $\vec{v}_1$  olan yüzücü S noktasından karşı kıyıya çıktığına göre akıntının hızı sola doğru 1 birim olur. Hızı  $\vec{v}_2$  olan yüzücünün yere göre hızı, suya göre hızı ile akıntının hızının vektörel toplamıyla bulunur. Yüzücü yere göre hızının ( $\vec{v}_{2y}$ ) yönünde hareket ederek M noktasından karşı kıyıya çıkar.

## 16. ALIŞTIRMA

Bir balıkçı motoru, akıntı hızının sabit ve 3 m/s olduğu nehirde akıntıya dik olarak ve sabit hızla harekete başlayarak karşı kıyıya 10 s'de ulaşmaktadır.

Balıkçı motorunun kıyıdaki bir gözlemciye göre hızının büyüklüğü 5 m/s olduğuna göre

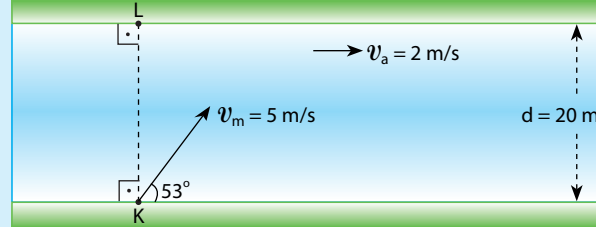
- Balıkçı motorunun suya göre hızının büyüklüğü kaç m/s olur?
- Balıkçı motorunun sürüklenme mesafesi kaç m olur?
- Balıkçı motoru kaç m yol alır?
- Nehrin genişliği kaç m olur?

## ÇÖZÜM



## 17. ÖRNEK

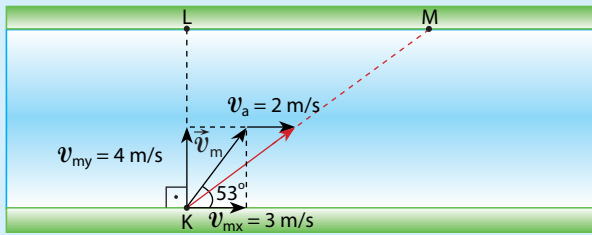
Bir motor, akıntı hızı sabit 2 m/s büyüklüğünde olan ve 20 m genişliğindeki nehirde K noktasından şekildeki gibi harekete başlayıp suya göre 5 m/s büyüklüğünde sabit hızla ilerlemektedir.



Buna göre motorun karşı kıyıya ulaştığı noktanın L noktasına olan uzaklığı kaç metredir?

( $\cos 53^\circ = 0,6$  ve  $\sin 53^\circ = 0,8$  alınınız.)

## ÇÖZÜM



Motorun suya göre hızının yatay ve düşey bileşenleri

$$v_{my} = v_m \cdot \sin 53^\circ = 5 \cdot 0,8 = 4 \text{ m/s}$$

$$v_{mx} = v_m \cdot \cos 53^\circ = 5 \cdot 0,6 = 3 \text{ m/s olur.}$$

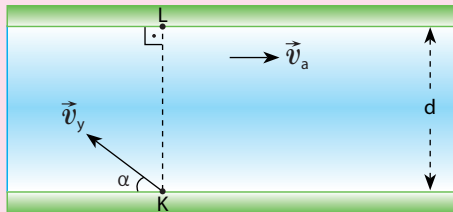
Motorun hareket süresini, KL uzunluğuna paralel olan hız bileşeni belirler.

$|KL| = v_{my} \cdot t \Rightarrow 20 = 4 \cdot t \Rightarrow t = 5 \text{ s}$  sonra karşı kıyıya ulaşır. Motor karşı kıyıya ulaşıncaya kadar kendi hızının yatay bileşeni ve akıntı hızının etkisi ile sürüklenerek yatayda LM mesafesini alır.

$$|LM| = (v_{mx} + v_a) \cdot t \Rightarrow |LM| = (3 + 2) \cdot 5 \Rightarrow |LM| = 25 \text{ m olarak bulunur.}$$

## 17. ALIŞTIRMA

Suya göre hızı  $\vec{v}_y$  olan bir yüzücü, akıntı hızı sabit ve  $\vec{v}_a$  olan d genişliğindeki nehre K noktasından girip karşı kıyıdaki L noktasından çıkmaktadır.



Buna göre

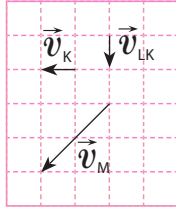
- Akıntının hızı daha büyük olduğunda
- Nehir daha geniş olduğunda
- Yüzücünün hızı daha büyük olduğunda yüzücünün karşı kıyıda çıktığı yerin L noktasına göre uzaklığı nasıl değişir?

## ÇÖZÜM



## 2. BÖLÜM SONU SORULARI

1. Eşit kare bölmelere ayrılmış düzlemde sabit hızla hareket eden K, L ve M araçlarından K ile M'nin yere göre hızları  $\vec{v}_K$  ve  $\vec{v}_M$ , L'nin K'ye göre hızı  $\vec{v}_{LK}$  şekildedeki gibidir.

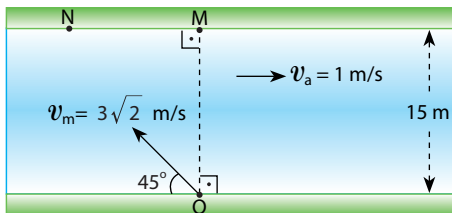


Bu durumda M'nin L'ye göre hızını bulunuz.

## ÇÖZÜM



2. Akıntı hızının sabit ve 1 m/s olduğu ırmakta bir motor yere göre  $3\sqrt{2}$  m/s sabit hızla O noktasından şekildedeki gibi harekete başladığı anda M noktasından da bir yüzücü kıyıya paralel olarak sabit hızla yüzmeye başlamıştır.



Irmağın genişliği 15 m olduğuna göre yüzücünün motorla aynı sürede N noktasına gelebilmesi için suya göre hızının büyüklüğü kaç m/s olmalıdır?

( $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$  alınız.)

## ÇÖZÜM



3. Doğrusal yolda 10 m/s sabit hızla hareket eden belediye otobüsündeki bir yolcu, otobüsün arka tarafından orta kısmına doğru otobüse göre 1 m/s sabit hızla yürümektedir.

Bu durumda yolcunun otobüse göre ve yere göre hızının büyüklüğü kaç m/s olur?

## ÇÖZÜM



4. Durgun sudaki hızının büyüklüğü 3 m/s olan bir yüzücü, akıntı hızının +x yönünde 2 m/s olduğu bir nehirde yüzmektedir.

Buna göre

- Akıntıyla aynı yönde yüzdüğünde yüzücünün yere göre hızı kaç m/s olur?
- Akıntıya zıt yönde yüzdüğünde yüzücünün yere göre hızı kaç m/s olur?
- Yerden bakan bir gözlemcinin yüzücüyü durgun hâlde görmesi için yüzücünün akıntıya göre hangi yönde ve kaç m/s büyüklüğünde hızla yüzmesi gerekir?

## ÇÖZÜM



5. Durgun sudaki hızı 3 m/s olan bir motor, akıntı hızının 1 m/s olduğu nehirde kıyıya dik olarak harekete başlayarak karşı kıyıya ulaşmaktadır.

Buna göre

- Motorun yere göre hızının büyüklüğü kaç m/s olur?
- Nehrin genişliği 30 m olduğuna göre motor kaç saniyede karşı kıyıya ulaşır?
- Karşı kıyıya ulaştığında akıntı motoru kaç metre sürüklemiştir?

## ÇÖZÜM



6. 60 km/h'lik hızla +x yönünde giden trende durmakta olan bir yolcu trenden dışarıya baktığında bir arabanın 40 km/h'lik hızla -x yönünde gittiğini görmektedir.

Arabanın yere göre hızının büyüklüğü kaç m/s olur?

### ÇÖZÜM



7. Doğu-batı doğrultusunda sabit hızlarla hareket eden K, L ve M araçlarından K'nin yere göre hızı batı yönünde  $\mathcal{V}$  büyüklüğündedir. L aracındaki gözlemci ise K'nin  $2\mathcal{V}$  büyüklüğünde hızla doğuya gittiğini görmektedir. M aracındaki gözlemci de L'nin  $2\mathcal{V}$  büyüklüğünde hızla batıya doğru gittiğini görmektedir.

Buna göre K aracındaki gözlemci M'ye bakarak kendi hızı için ne söyler?

### ÇÖZÜM



8. Rüzgârsız hava şartlarında 80 km/h büyüklüğünde hızla giden bir yangın söndürme uçağı, kuzeye doğru gitmektedir. Bu esnada uçak 60 km/h büyüklüğünde hızla doğu yönünde esen bir fırtınaya yakalanmıştır.

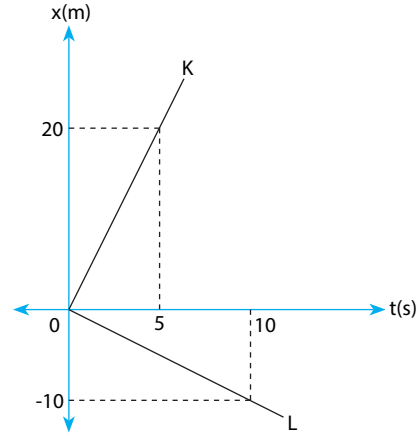


Uçağın fırtına içerisinde kaldığı süre boyunca yere göre hızının büyüklüğü kaç km/h olur?

### ÇÖZÜM



9. K ve L araçlarının konum-zaman grafikleri verilmiştir.

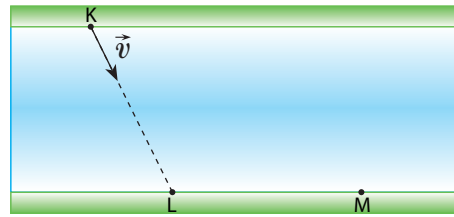


Doğuya doğru hareket eden K aracındaki gözlemciye göre L aracının hızı nedir?

### ÇÖZÜM



10. Akıntı hızının sabit olduğu nehirde K noktasından şekildeki gibi  $\vec{v}$  hızıyla L noktasına doğru harekete başlayan kayık, M noktasında karşı kıyıya ulaşmaktadır.



Buna göre akıntı hızı daha küçük olsaydı kayığın karşı kıyıya ulaşma süresi ve L noktasına olan uzaklığı nasıl değişirdi?

### ÇÖZÜM



### 1.3. NEWTON'IN HAREKET YASALARI

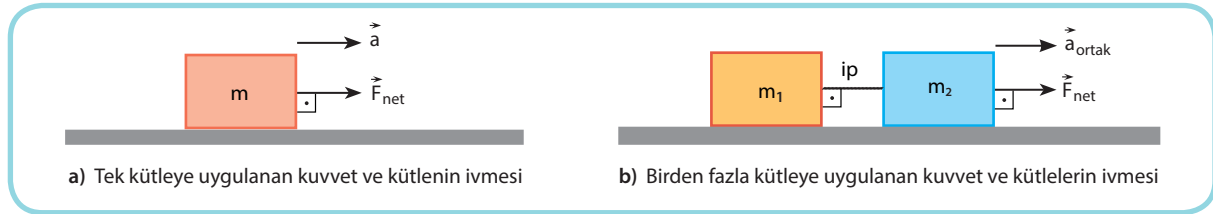
Mekaniğin, kuvvet etkisi altında hareket eden cisimlerin hareket özelliklerini inceleyen bölümüne **dinamik** denir. Bu bölümde kuvvet etkisinde gerçekleşen hareketler, Newton'ın Hareket Yasaları kullanılarak açıklanacaktır. Bölüm boyunca ağırlık kuvveti  $\vec{G}$ , ipte oluşan gerilme kuvveti  $\vec{T}$ , tepki kuvveti  $\vec{N}$  ve sürtünme kuvveti  $\vec{F}_s$  sembolleri ile gösterilecektir.

Bir cisme aynı anda birden çok kuvvet etki edebilir. Bu kuvvetlerin etkisinde cismin hareket edip etmeyeceği ve hareket ederse sahip olacağı ivme ile ilgili bilgilere ulaşmak için Newton'ın Hareket Yasaları kullanılır. Newton'ın Birinci Hareket Yasası'na göre bir cisme etkiyen net kuvvet sıfır ise cisim durgunsa durgun kalır, hareketli ise sabit hızla hareketine devam eder. Cismin hızı değişmediği için ivmesi sıfırdır. Newton'ın İkinci Hareket Yasası'na göre bir cisme etkiyen net kuvvet sıfırdan farklı ise cisim net kuvvet yönünde ivme kazanır. Cismin kazanacağı ivme, cisme uygulanan kuvvetle doğru orantılı; cismin kütlesi ile ters orantılıdır. Newton'ın Üçüncü Hareket Yasası'na göre bir cisim ikinci cisme dik bir kuvvet uyguladığında, ikinci cisim de birinci cisme eşit büyüklükte ve zıt yönde bir kuvvet uygular.

★  
Newton  
Yasaları

#### A) CİSİMLERE ETKİYEN NET KUVVET

Cisimler, birden çok kuvvetin etkisi altında hareket edebilir. Birden fazla kuvvetin yaptığı etkiyi tek başına yapan kuvvete **net kuvvet** denir. Net kuvvet, kuvvetlerin bileşkesi alınarak bulunur ve  $\vec{F}_{net}$  sembolü ile gösterilir.



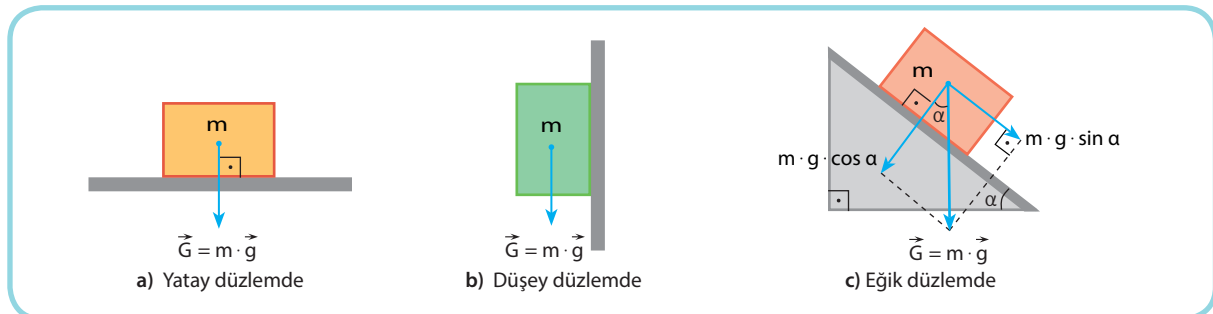
Şekil 1.25: Cisimlere etki eden net kuvvet ve ivmenin yönü

$m$  kütleli cisim  $\vec{F}_{net}$  kuvvetinin etkisiyle  $\vec{a}$  ivmesini kazanır (Şekil 1.25.a). Buna göre cismin ivmesi

$\vec{F}_{net} = m \cdot \vec{a}$  ifadesi kullanılarak bulunur.

Esnemeyen iplerle birbirine bağlanmış  $m_1$  ve  $m_2$  kütleli cisimler  $\vec{F}_{net}$  kuvvetinin etkisiyle  $\vec{a}_{ortak}$  ivmesini kazanır (Şekil 1.25.b). Aynı ivmeyle hareket eden birden çok cisim için  $\vec{F}_{net} = m_{toplam} \cdot \vec{a}_{ortak}$  ifadesi kullanılır.

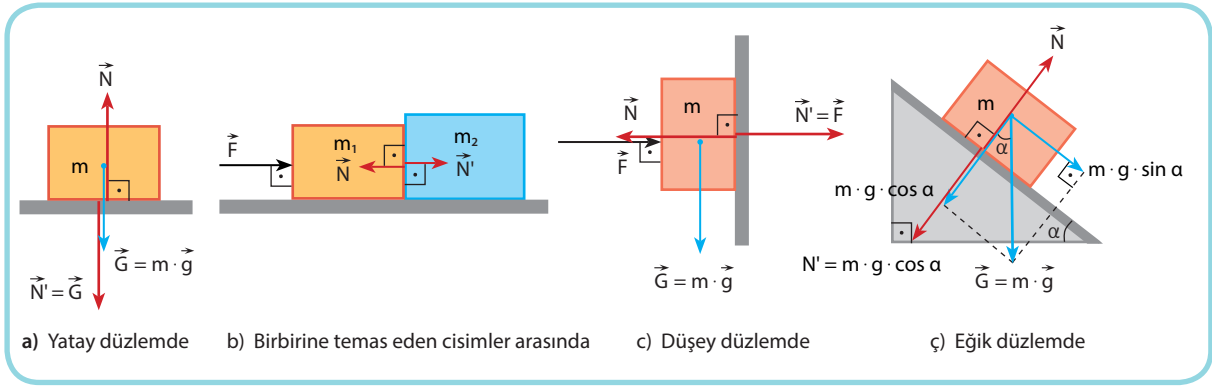
#### Ağırlık



Şekil 1.26: Farklı yüzeyler üzerinde duran cismin ağırlığının gösterimi

Bir cisme etkiyen kütle çekim kuvvetine **ağırlık** adı verilir ve ağırlığın yönü yerin merkezine doğrudur. Bir cismin ağırlığının yatay, düşey ve eğik düzlemdeki gösterimi Şekil 1.26'daki gibidir. Cisimler, yer çekimi olan ortamlarda her zaman ağırlıklarının etkisindedir.

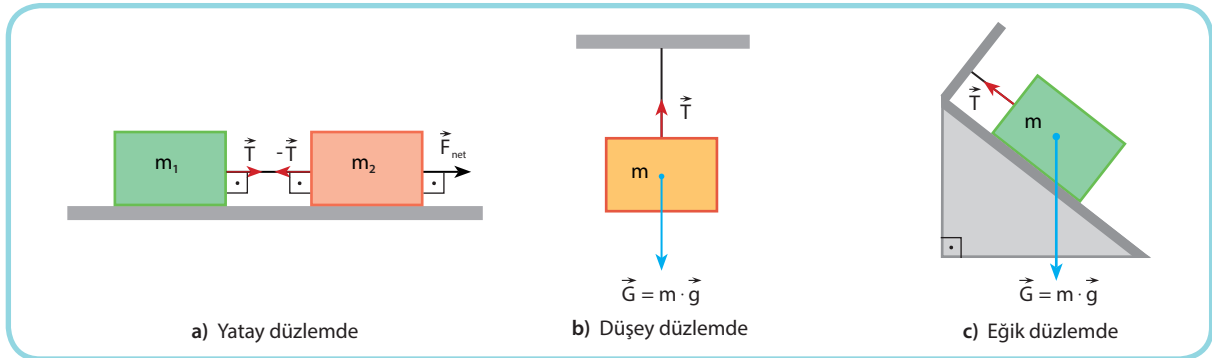
## Tepki Kuvveti



Şekil 1.27: Farklı sistemler için cisimlere etki eden tepki kuvvetlerinin gösterimi

Yatay düzlemde duran  $m$  kütleli bir cisim, bulunduğu yüzeye ağırlığından dolayı kuvvet uygular. Bu kuvvet,  $\vec{N}' = \vec{G}$  olan etki kuvvetidir. Yüzeyin cisme uyguladığı tepki kuvveti  $\vec{N}$  ise etki kuvvetine eşit büyüklükte ve zıt yöndedir (Şekil 1.27.a). Yatay düzlemde birbirine temas eden  $m_1$  ve  $m_2$  kütleli cisimlerden  $m_1$ 'e kuvvet uygulandığında  $m_1$  kütleli cisim,  $m_2$  kütleli cismi iterek  $\vec{N}'$  etki kuvveti uygular.  $m_2$  kütleli cisim de  $m_1$  kütleli cisme kendisine uygulanan etki kuvvetine eşit büyüklükte ve zıt yönde  $\vec{N}$  tepki kuvveti uygular (Şekil 1.27.b). Düşey düzlemde  $\vec{F}$  kuvveti ile dengelenen  $m$  kütleli cisim düzleme  $\vec{N}' = \vec{F}$  olan etki kuvveti uygular. Cisme düzlem tarafından uygulanan  $\vec{N}$  tepki kuvveti, cismin ağırlığından bağımsız olup  $\vec{F}$  kuvvetine eşit büyüklükte ve zıt yöndedir (Şekil 1.27.c). Eğik düzlem üzerindeki  $m$  kütleli cisim, bulunduğu yüzeye ağırlığından dolayı bir kuvveti uygular. Cismin yüzeye uyguladığı  $\vec{N}'$  etki kuvveti, cismin ağırlığının eğik düzleme dik bileşenine eşittir. Yüzeyin cisme uyguladığı tepki kuvveti  $\vec{N}$  ise  $\vec{N}'$  etki kuvvetine eşit büyüklükte ve zıt yöndedir (Şekil 1.27.ç).

## Gerilme Kuvveti



Şekil 1.28: Farklı sistemler üzerinde gerilme kuvvetlerinin gösterimi

Esnemeyen iplerle bağlı cisimlere kuvvet uygulandığında iplerde gerilme kuvvetleri meydana gelir. Gerilme kuvvetleri cisimlere sadece çekme kuvveti olarak etki eder (Şekil 1.28).

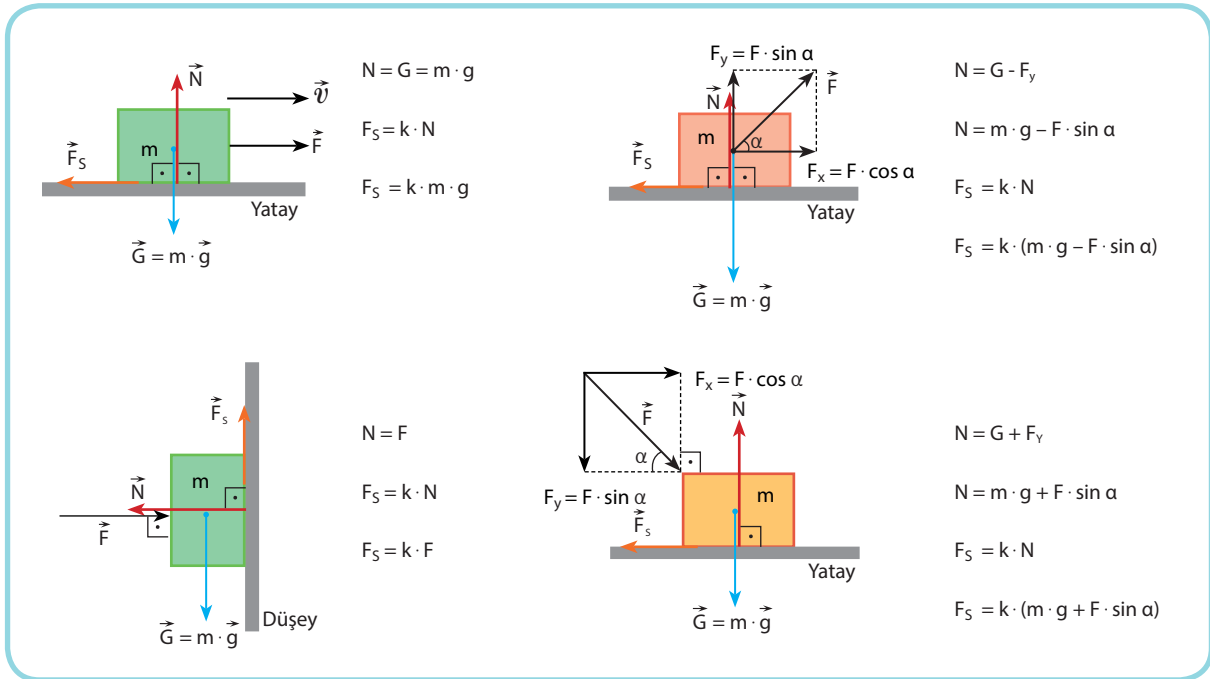
## Sürtünme Kuvveti

Sürtünme kuvveti, birbirine temas eden yüzeyler arasında, yüzeylere paralel doğrultuda oluşan ve hareketi zorlaştıran bir kuvettir ve iki yüzeye de etki eder. Cisim hareket hâlinde iken yüzeyde oluşan sürtünme kuvveti cismin hareket yönüne ters yöndedir.

Cisme hareket ettirilmek istenilen yönde uygulanan kuvvet, cismi harekete geçirememişse sürtünme kuvvetiyle dengelenmiştir. Bu durumda hareket ettirilmek istenilen doğrultudaki kuvvet ile sürtünme kuvveti eşit büyüklükte olur. Kuvvet arttırıldığında dengeleyici olan sürtünme kuvveti de artar. Cisim harekete geçtiği anda sürtünme kuvveti en büyük değerine ulaşır.

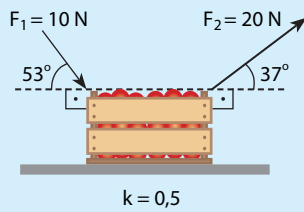


Yüzeyin cinsine bağlı olarak değişen sürtünme katsayısı  $k$  ve yüzeyin cisme uyguladığı tepki kuvveti  $\vec{N}$  ise sürtünme kuvvetinin büyüklüğü,  $F_s = k \cdot N$  bağıntısıyla bulunur. Yatay ve düşey düzlemde bulunan cisimlere farklı şekilde uygulanan kuvvetler ve etkiyen sürtünme kuvvetleri Şekil 1.29'da gösterilmiştir.



Şekil 1.29: Yatay ve düşey düzlemde sürtünme kuvvetleri

## 18. ÖRNEK



2 kg kütleli sandık, sürtümlü yolda şekildeki gibi 10 N büyüklüğündeki  $\vec{F}_1$  ve 20 N büyüklüğündeki  $\vec{F}_2$  kuvvetlerinin etkisinde hareket etmektedir. Sandıkla yüzey arasındaki sürtünme katsayısı 0,5'tir.

Buna göre sandığa etki eden sürtünme kuvvetinin büyüklüğü kaç N olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $\sin 37^\circ = 0,6$  alınır.)

## ÇÖZÜM

$\vec{F}_1$  ve  $\vec{F}_2$  kuvvetleri bileşenlerine ayrılır.

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos 53^\circ = 10 \cdot 0,6 = 6 \text{ N}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin 53^\circ = 10 \cdot 0,8 = 8 \text{ N}$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos 37^\circ = 20 \cdot 0,8 = 16 \text{ N}$$

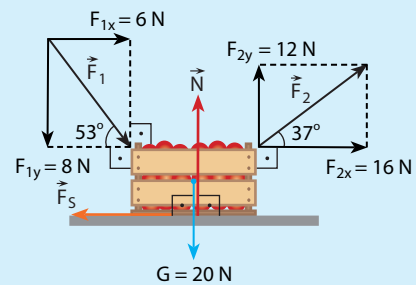
$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin 37^\circ = 20 \cdot 0,6 = 12 \text{ N}$$

Düşey doğrultuda cisme etkiyen tepki kuvvetinin büyüklüğü

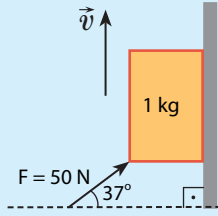
$$G + F_{1y} - F_{2y} = N \Rightarrow 20 + 8 - 12 = N \Rightarrow N = 16 \text{ N olur.}$$

Sürtünme kuvvetinin büyüklüğü

$$F_s = k \cdot N = 0,5 \cdot 16 = 8 \text{ N olur.}$$



## 19. ÖRNEK



Şekildeki 1 kg kütleli cisim, 50 N büyüklüğünde kuvvetin etkisinde düşey yukarı doğru çıkmaktadır. Düşey düzlem sürtümlü olup sürtünme katsayısı 0,3'tür.

**Buna göre cisme etkiyen sürtünme kuvvetinin büyüklüğü kaç N olur?**

( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $\sin 37^\circ = 0,6$  alınız.)

## ÇÖZÜM

$\vec{F}$  kuvveti  $F_x$  ve  $F_y$  olarak yatay ve düşey bileşenlerine ayrılır.

$$F_x = F \cdot \cos 37^\circ = 50 \cdot 0,8 = 40 \text{ N}$$

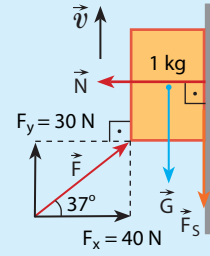
$$F_y = F \cdot \sin 37^\circ = 50 \cdot 0,6 = 30 \text{ N}$$

Yüzeyin tepki kuvveti ile  $F_x$ 'in büyüklükleri birbirine eşittir.

$$N = F_x = 40 \text{ N}$$

Sürtünme kuvveti  $F_s = k \cdot N$  bağıntısıyla hesaplanır. Cisim yukarı doğru hareket ettiğine göre sürtünme kuvvetinin yönü aşağıya doğrudur.

$$F_s = k \cdot N = 0,3 \cdot 40 = 12 \text{ N olur.}$$



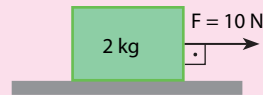
## 18. ALIŞTIRMA

Sürtümlü yatay ve düşey yüzeylerde bulunan cisimlere şekillerdeki gibi 10 N büyüklüğündeki kuvvetler etki etmektedir. Cisimler ile yüzeyler arasındaki sürtünme katsayısı 0,5'tir.

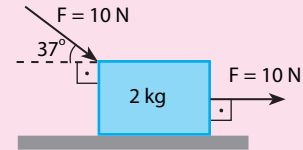
**Buna göre cisimlere etki eden sürtünme kuvvetlerinin büyüklükleri kaç N olur?**

( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $\sin 37^\circ = 0,6$  alınız.)

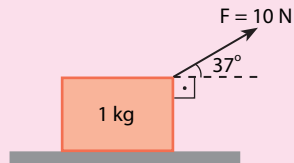
## ÇÖZÜM



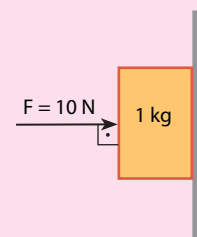
## ÇÖZÜM

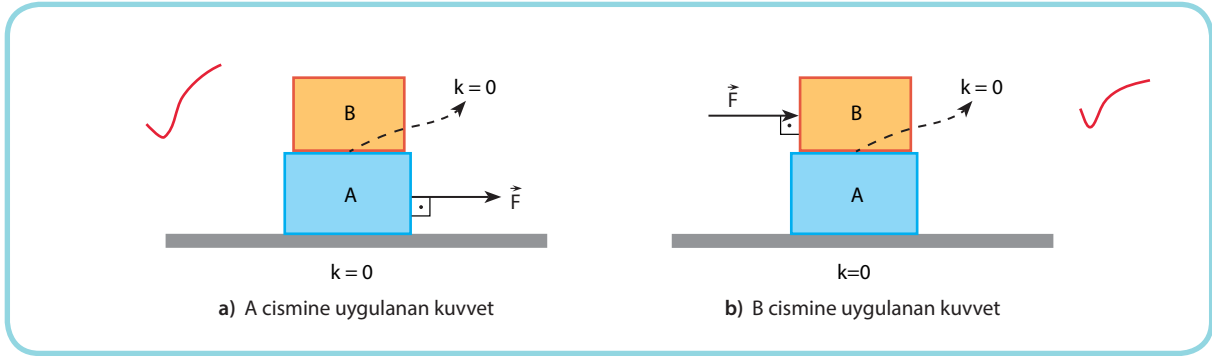


## ÇÖZÜM



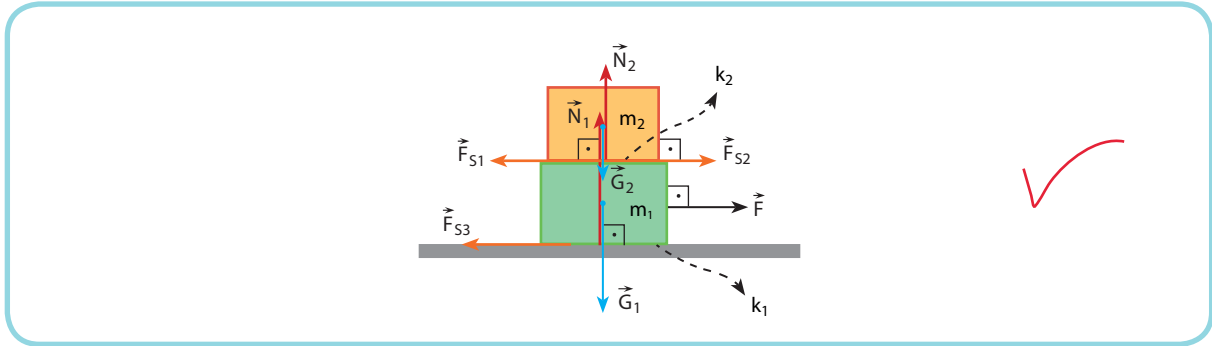
## ÇÖZÜM





Şekil 1.30: Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay sistemde üst üste yerleştirilmiş kütlere uygulanan kuvvetler

Yatay ve sürtünmelerin ihmal edildiği düzlemde üst üste duran A ve B cisimlerinden A cisminin altına yatay doğru  $\vec{F}$  kuvveti uygulanmaktadır. Yatay sistemde sürtünmeler ihmal edildiği için A cismi hareket ederken B cismi hareket etmez ve bir süre sonra yere düşer (Şekil 1.30.a). B cismi yatay  $\vec{F}$  kuvveti ile itildiğinde ise A cisminin üzerinden kayarak yere düşer ve A cismi hareket etmez (Şekil 1.30.b). Eğer cisimlerin arası sürtünmeli ise sürtünme kuvveti, kuvvet uygulanmayan cismi hareket ettirebilir. Cisimler, uygulanan kuvvetin büyüklüğüne göre birlikte ya da ayrı ayrı hareket edebilir.



Şekil 1.31: Sürtünmeli yatay sistemde üst üste yerleştirilmiş kütlere uygulanan kuvvetler

Şekil 1.31'de sürtünme katsayısı  $k_1$  olan sürtünmeli yatay zeminde aralarında sürtünme katsayısı  $k_2$  olan  $m_1$  ve  $m_2$  kütleli cisimler,  $m_1$  kütleli cismin altına yatay  $\vec{F}$  kuvveti ile çekilmektedir. Cisimler birlikte hareket ederken  $m_1$  kütleli cisim ile zemin arasında ve cisimlerin kendi arasında sürtünme kuvveti oluşur. Cisimler arasında oluşan sürtünme kuvveti her iki cisme de etki eder. Cisimler arasında oluşan bu sürtünme kuvvetleri bir etki-tepki kuvvet çiftidir. Kuvvetlerin uygulama noktaları farklı, büyüklükleri eşit ve zıt yönlüdür. Cisimler arasındaki  $m_1$  kütleli cisme etki eden sürtünme kuvveti  $\vec{F}_{S1}$  ile  $m_2$  kütleli cisme etki eden sürtünme kuvveti  $\vec{F}_{S2}$  eşit büyüklükte ve zıt yönlüdür.  $\vec{F}$  kuvveti  $m_1$  kütleli cisme uygulandığı için  $m_2$  kütleli cismi harekete geçiren kuvvet,  $\vec{F}$  ile aynı yönlü olan  $\vec{F}_{S2}$  kuvvetidir.  $\vec{F}_{S1}$  ise  $m_1$  kütleli cismin hareketini zorlaştıracak şekilde  $\vec{F}$  kuvveti ile zıt yönlüdür.

Sürtünme kuvvetlerinin büyüklüğü bulunurken ağırlık ve tepki kuvvetleri sistem üzerinde gösterilir.  $m_1$  kütleli cismin  $m_2$  kütleli cisme uyguladığı tepki kuvvetinin büyüklüğü ( $N_2$ ),  $m_2$  kütleli cismin ağırlığının büyüklüğü kadardır. Cisimler arasında oluşan en büyük sürtünme kuvvetlerinin büyüklüğü

$$N_2 = G_2 = m_2 \cdot g \quad F_{S1} = F_{S2} = k_2 \cdot N_2 \quad F_{S1} = F_{S2} = k_2 \cdot m_2 \cdot g \text{ olur.}$$

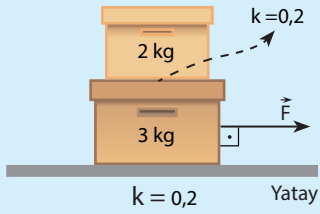
Zeminin cisimlere uyguladığı tepki kuvvetinin büyüklüğü ( $N_1$ ), cisimlerin ağırlıklarının büyüklüğünün toplamı kadardır. Zemin ile  $m_1$  kütleli cisim arasında oluşan sürtünme kuvveti  $\vec{F}_{S3}$

$$N_1 = G_1 + G_2$$

$$N_1 = m_1 \cdot g + m_2 \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot g$$

$$F_{S3} = k_1 \cdot N_1 = k_1 \cdot (m_1 + m_2) \cdot g \text{ olur.}$$

## 20. ÖRNEK



Yatay zeminde 2 kg kütleli  $m_1$  ve 3 kg kütleli  $m_2$  kolileri, yatay  $F$  büyüklüğünde kuvvet ile şekildeki gibi çekilmektedir. Tüm yüzeyler sürtünmeli ve sürtünme katsayısı 0,2'dir.

Buna göre koliler arasında ve zeminde oluşan sürtünme kuvvetinin en büyük değeri kaç N olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)

## ÇÖZÜM

Kolilere etki eden kuvvetler şekildeki gibidir.  $m_1$  kütleli koliye etki eden sürtünme kuvveti  $\vec{F}_{S1}$ ,  $m_2$  kütleli koliye etki eden  $\vec{F}_{S2}$  ve zemin ile  $m_2$  kütleli koli arasındaki sürtünme kuvveti  $\vec{F}_{S3}$  olsun.

3 kg kütleli kolinin 2 kg kütleli koliye uyguladığı tepki kuvveti ( $\vec{N}_1$ ), 2 kg kütleli kolinin ağırlığı kadardır.

$$N_1 = G_1 = m_1 \cdot g = 2 \cdot 10 = 20 \text{ N}$$

$$F_{S1} = k_1 \cdot N_1 = 0,2 \cdot 20 = 4 \text{ N olur.}$$

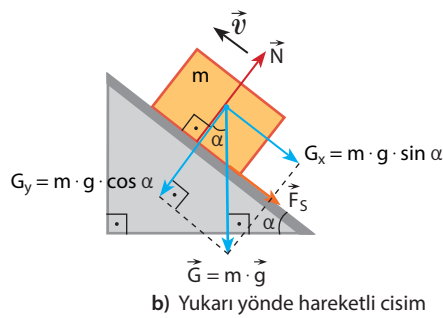
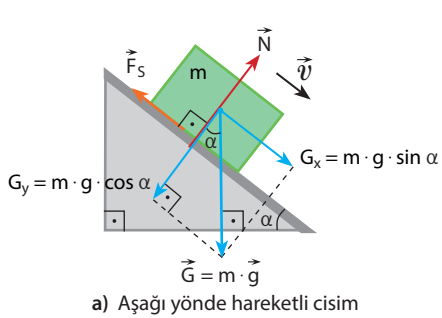
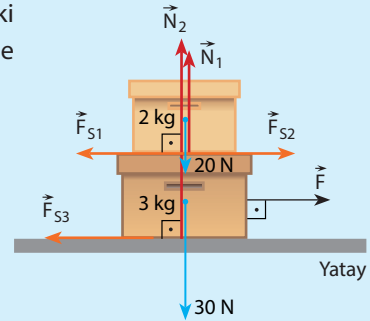
Koliler arasındaki sürtünme kuvveti her iki cisme etki eder. Kolilere etkiyen sürtünme kuvveti eşit büyüklükte ve zıt yönlüdür.

$$F_{S1} = F_{S2} = 4 \text{ N}$$

Yatay zeminin kolilere uyguladığı tepki kuvveti ( $N_2$ ), kolilerin ağırlıklarının toplamı kadardır.

$$N_2 = G_1 + G_2 = m_1 \cdot g + m_2 \cdot g = 2 \cdot 10 + 3 \cdot 10 = 50 \text{ N}$$

$$F_{S3} = k_2 \cdot N_2 = 0,2 \cdot 50 = 10 \text{ N olur.}$$



$$N = G_y$$

$$N = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

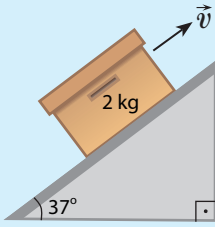
$$F_S = k \cdot N$$

$$F_S = k \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

Şekil 1.32: Sürtünmeli eğik düzlem üzerindeki cisimlere uygulanan kuvvetler

Eğik düzlem üzerinde hareket eden cisme etki eden sürtünme kuvvetinin büyüklüğü bulunurken cismin ağırlık vektörü, eğik düzleme paralel ve dik olarak bileşenlerine ayrılır. Eğik düzleme dik olan bileşeni, yüzeyin tepki kuvvetine eşittir. Yüzeye paralel bileşeni cismi eğik düzlem üzerinde harekete zorlayan kuvvettir. Bu durumda, cisimler eğik düzlem üzerinde yukarıdan aşağıya doğru hareket ederse eğik düzleme paralel sürtünme kuvveti yukarı yönde oluşur (Şekil 1.32.a). Cisim eğik düzlem üzerinde yüzeye paralel ve yukarı yönde hareket ederse sürtünme kuvveti yüzeye paralel ve aşağı yönde oluşur (Şekil 1.32.b).

## 21. ÖRNEK



2 kg kütleli koli, şekilde verilen sürtünlü eğik düzlemin alt ucundan yukarı doğru fırlatılmıştır. Koli ile yüzey arasındaki sürtünme katsayısı 0,5'tir.

Buna göre koli ile eğik düzlem arasındaki sürtünme kuvvetinin büyüklüğü kaç N olur? ( $\cos 37^\circ = 0,8$ ;  $\sin 37^\circ = 0,6$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM

Kolinin ağırlığı eğik düzlem üzerinde bileşenlerine ayrılır. Kolinin ağırlığı  $\vec{G}$ , eğik düzleme paralel bileşeni  $G_x$ , eğik düzleme dik bileşeni  $G_y$  ise

$$G = m \cdot g = 2 \cdot 10 = 20 \text{ N}$$

$$G_x = G \cdot \sin 37^\circ = 20 \cdot 0,6 = 12 \text{ N}$$

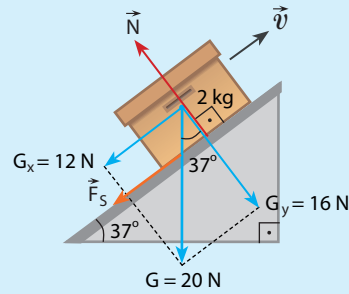
$$G_y = G \cdot \cos 37^\circ = 20 \cdot 0,8 = 16 \text{ N}$$

$$N = G_y = 16 \text{ N}$$

$$F_s = k \cdot N$$

$$F_s = 0,5 \cdot 16$$

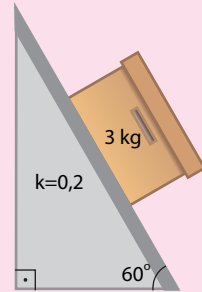
$$F_s = 8 \text{ N olur.}$$



## 19. ALIŞTIRMA

3 kg kütleli koli, şekilde verilen sürtünlü eğik düzlem üzerinden serbest bırakıldığında eğik düzlem üzerinde aşağıya doğru hareket etmektedir. Koli ile yüzey arasındaki sürtünme katsayısı 0,2'dir.

Buna göre koli ile eğik düzlem arasındaki sürtünme kuvvetinin büyüklüğü kaç N olur? ( $\cos 60^\circ = 0,5$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)



## ÇÖZÜM



## Serbest Cisim Diyagramı

Newton'ın İkinci Hareket Yasası'na göre cisimler, net kuvvet etkisinde ivme kazanır. Cisimlerin kazanacağı ivme bulunurken cisimlere etki eden tüm kuvvetlerin bileşkesi alınarak net kuvvet bulunur.


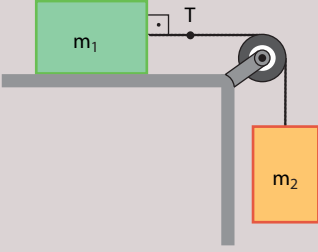
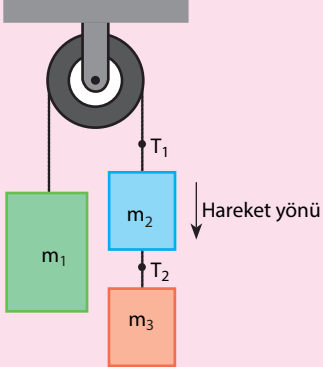
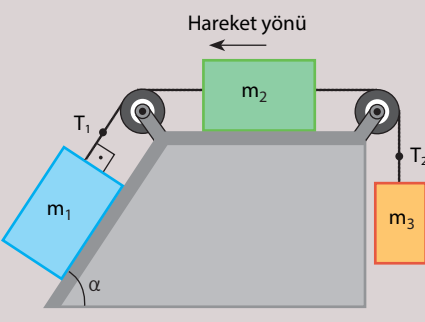
Bir cisme etki eden tüm kuvvetlerin uygulama noktaları, yönleri ve büyüklüklerinin gösterilmesine **serbest cisim diyagramı** adı verilir (Tablo 1.2). Birden fazla kütle kullanılarak oluşturulan sistemlerde bütün kütleler için ayrı ayrı serbest cisim diyagramı çizilerek Newton'ın İkinci Hareket Yasası uygulanabilir.

Tablo 1.2: Bazı Sistemlerin Serbest Cisim Diyagramları

Sistemin Serbest Cisim Diyagramı	$m_1$ Kütlelerinin Serbest Cisim Diyagramı	$m_2$ Kütlelerinin Serbest Cisim Diyagramı
<p>(Yatay düzlem sürtünmelidir.)</p>		
<p>(Yatay düzlem sürtünmelidir.)</p>		
<p>(Sürtünmeler ihmal edilmiştir.)</p>		
<p><math>T_1 = T_2 = T</math> olur. (Eğik düzlem sürtünmelidir.)</p>		

## 20. ALIŞTIRMA

Aşağıda verilen sistem ve cisimlerin serbest cisim diyagramlarını çiziniz.

Sistemin Serbest Cisim Diyagramı	$m_1$ Kütlesinin Serbest Cisim Diyagramı	$m_2$ Kütlesinin Serbest Cisim Diyagramı	
 <p>(Yatay düzlem sürtünmelidir.)</p>			
 <p>(Yatay düzlem sürtünmelidir.)</p>			
Sistemin Serbest Cisim Diyagramı	$m_1$ Kütlesinin Serbest Cisim Diyagramı	$m_2$ Kütlesinin Serbest Cisim Diyagramı	$m_3$ Kütlesinin Serbest Cisim Diyagramı
 <p>(Sürtünmeleri ihmal ediniz.)</p>			
 <p>(Tüm yüzeyler sürtünmelidir.)</p>			

## 22. ÖRNEK

Yatay düzlemde durmakta olan 3 kg kütleli valize şekildeki gibi 20 N büyüklüğünde  $\vec{F}$  kuvveti uygulanmaktadır.



Buna göre

- Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlemde valize etki eden net kuvvetin büyüklüğü kaç N olur?
- Yatay düzlem sürtümlü ve sürtünme katsayısı 0,5 iken valize etki eden net kuvvetin büyüklüğü kaç N olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $\sin 37^\circ = 0,6$  alınız.)

## ÇÖZÜM

- $\vec{F}$  kuvveti bileşenlerine ayrılarak serbest cisim diyagramı çizilir.

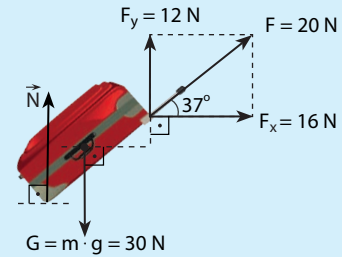
$$F_x = F \cdot \cos 37^\circ = 20 \cdot 0,8 = 16 \text{ N}$$

$$F_y = F \cdot \sin 37^\circ = 20 \cdot 0,6 = 12 \text{ N}$$

$$G = m \cdot g = 3 \cdot 10 = 30 \text{ N}$$

Valizin hareketi doğrultusunda yalnızca  $\vec{F}$  kuvvetinin yatay bileşeni vardır. Bu sebeple net kuvvet  $F_x$ 'e eşit olur.

$$F_{\text{net}} = F_x = 16 \text{ N}$$



- Eğer yüzey sürtümlü ise serbest cisim diyagramı aşağıdaki gibi çizilir. Sürtünme kuvvetinin bulunabilmesi için yüzeyin tepki kuvveti bilinmelidir. Tepki kuvvetini bulabilmek için dikey doğrultudaki kuvvetlere bakılır.  $\vec{N}$  ile  $F_y$ 'nin büyüklükleri toplamı  $\vec{G}$  ağırlığının büyüklüğüne eşittir.

$$N + F_y = G$$

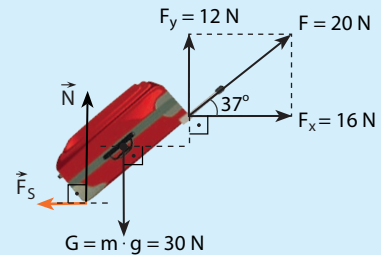
$$N = G - F_y = 30 - 12 = 18 \text{ N}$$

$$F_s = k \cdot N = 0,5 \cdot 18 = 9 \text{ N}$$

Yatay doğrultudaki  $F_x$  ile  $F_s$  zıt yönlüdür.

Bu durumda net kuvvet

$$F_{\text{net}} = F_x - F_s = 16 - 9 = 7 \text{ N} \text{ olarak bulunur.}$$



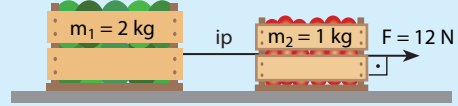


## B) NET KUVVET ETKİSİNDEKİ CİSİMLERİN HAREKETİ

Bir sistem, net kuvvet etkisinde ise ivmeli hareket eder. Sisteme etkiyen net kuvvet cisimlerin hareket ettiği yönde ise sistemde hızlanma olur. Sisteme etkiyen net kuvvet cisimlerin hareket ettiği yöne ters ise sistemde yavaşlama olur.

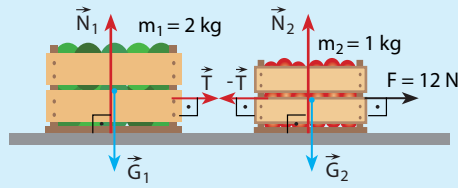
### 23. ÖRNEK

Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlemde esneme-  
yen iple birbirine bağlı 2 kg kütleli ve 1 kg kütleli kasalar,  
12 N büyüklüğündeki yatay kuvvetle çekilmektedir.

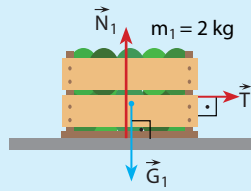


Buna göre her bir kasaya etki eden net kuvvetin ve ipteki gerilme kuvvetinin büyüklüğü kaç N olur?

### ÇÖZÜM

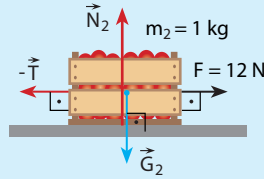


$m_1$  ve  $m_1$  kütleli kasaların oluşturduğu sistemin serbest cisim diyagramı şekildeki gibidir. Sisteme etki eden net kuvvet  $\vec{F}$  kuvvetidir. Kasaların aynı sürede yapacağı yer değiştirmeler eşit olacağından hızları ve ivmeleri de eşit olur. Newton'ın İkinci Hareket Yasası sisteme uygulanırsa  $F_{\text{net}} = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow 12 = (2 + 1) \cdot a \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$  olur.



$m_1$  kütleli kasaya etki eden net kuvvet  $\vec{F}_1$ ,  $m_2$  kütleli kasaya etki eden net kuvvet  $\vec{F}_2$  olarak kabul edilirse  $m_1$  kütleli kasanın serbest cisim diyagramı çizildiğinde net kuvvetin ip gerilmesine eşit olduğu görülür.  $m_1$  kütleli kasaya etkiyen net kuvvet

$$F_1 = m_1 \cdot a \Rightarrow F_1 = T = 2 \cdot 4 \Rightarrow F_1 = T = 8 \text{ N olur.}$$

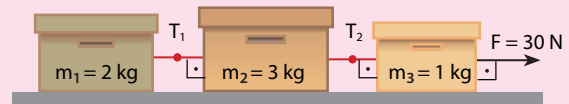


$\vec{T}$  ip gerilme kuvveti  $m_2$  kütleli kasaya etkiyen kuvvetlerle de bulunabilir.

$$F_2 = F - T \Rightarrow m_2 \cdot a = F - T \Rightarrow 1 \cdot 4 = 12 - T \Rightarrow T = 8 \text{ N olur.}$$

### 21. ALIŞTIRMA

Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlem üzerinde bulunan 2 kg kütleli  $m_1$ , 3 kg kütleli  $m_2$  ve 1 kg kütleli  $m_3$  kolileri esnemeyen iplerle birbirine bağlanarak 30 N büyüklüğündeki yatay  $\vec{F}$



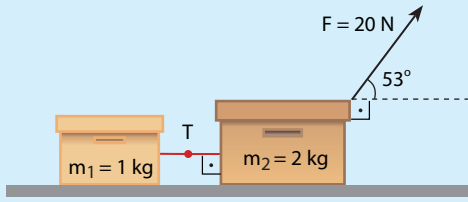
kuvvetiyle çekilmektedir.  $m_1$  ve  $m_2$  kütleli koliler arasındaki ipteki oluşan gerilme kuvveti  $\vec{T}_1$ ,  $m_2$  ve  $m_3$  kütleli koliler arasındaki ipteki oluşan gerilme kuvveti  $\vec{T}_2$ 'dir.

Buna göre ip gerilme kuvvetlerinin büyüklükleri  $\frac{T_1}{T_2}$  oranı kaçtır? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)

### ÇÖZÜM



## 24. ÖRNEK

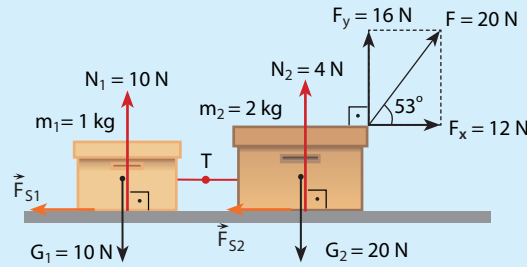


Sürtünlü yatay düzlem üzerinde bulunan 1 kg kütleli  $m_1$  ve 2 kg kütleli  $m_2$  kolileri birbirine esnemeyen ipe bağlanarak 20 N büyüklüğündeki kuvvetle şekildeki gibi çekilmektedir. Yatay düzlemin  $m_1$  kütleli koliyle arasındaki sürtünme katsayısı 0,1 ve  $m_2$  kütleli koliyle ise 0,5'tir.

Buna göre

- Sisteme etki eden net kuvvetin büyüklüğü kaç N olur?
- Kolilerin ivmesinin büyüklüğü kaç  $m/s^2$  olur?
- Koliler arasındaki ipteki oluşan gerilme kuvvetinin büyüklüğü kaç N olur?  
( $g = 10 m/s^2$ ,  $\cos 53^\circ = 0,6$  ve  $\sin 53^\circ = 0,8$  alınır.)

## ÇÖZÜM



- Sisteme ait serbest cisim diyagramı çizilir.  $\vec{F}$  kuvveti  $F_x$  ve  $F_y$  olarak yatay ve düşey bileşenlerine ayrılır.

$$F_x = F \cdot \cos 53^\circ = 20 \cdot 0,6 = 12 \text{ N}$$

$$F_y = F \cdot \sin 53^\circ = 20 \cdot 0,8 = 16 \text{ N}$$

Kolilerin ağırlıkları ve yüzeyin cisimlere uyguladığı tepki kuvvetleri bulunur.

$$G_1 = m_1 \cdot g = 1 \cdot 10 = 10 \text{ N} \Rightarrow N_1 = G_1 = 10 \text{ N}$$

$$G_2 = m_2 \cdot g = 2 \cdot 10 = 20 \text{ N} \Rightarrow N_2 = G_2 - F_y = 20 - 16 = 4 \text{ N}$$

Kolilerle yüzey arasında oluşan sürtünme kuvvetleri bulunur.

$$F_{S1} = k_1 \cdot N_2 = 0,1 \cdot 10 = 1 \text{ N}$$

$$F_{S2} = k_2 \cdot N_2 = 0,5 \cdot 4 = 2 \text{ N}$$

Kolilere hareketleri doğrultusunda etki eden net kuvvet

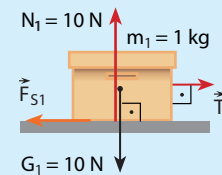
$$F_{\text{net}} = F_x - (F_{S1} + F_{S2}) = 12 - (1 + 2) = 9 \text{ N olur.}$$

- Kolileri birlikte hareket ettiren net kuvvet kullanılarak Newton'ın İkinci Hareket Yasası tüm sisteme uygulanır ve kolilerin ortak ivmesi bulunur.

$$F_{\text{net}} = m_{\text{toplam}} \cdot a \Rightarrow 9 = (1 + 2) \cdot a \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2 \text{ olur.}$$

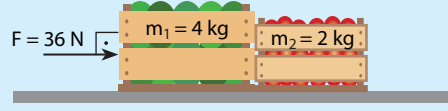
- İpte oluşan gerilme kuvvetini bulabilmek için kolilerden birinin serbest cisim diyagramı çizilerek Newton'ın İkinci Hareket Yasası sadece bu koliye uygulanır.

$$F_{\text{net}} = m_1 \cdot a \Rightarrow T - F_{S1} = m_1 \cdot a \Rightarrow T - 1 = 1 \cdot 3 \Rightarrow T = 4 \text{ N olur.}$$



## 25. ÖRNEK

Şekildeki gibi yerleştirilmiş 4 kg kütleli  $m_1$  ve 2 kg kütleli  $m_2$  kasaları yatay düzlemde, düzleme paralel 36 N büyüklüğündeki kuvvetin etkisinde hareket etmektedir.



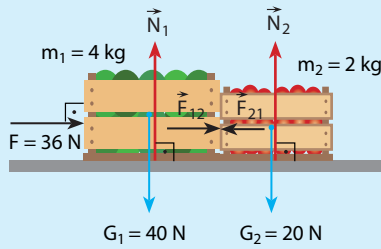
Buna göre

- Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlemde  $m_2$  kütleli kasanın  $m_1$  kütleli kasaya uyguladığı tepki kuvvetinin büyüklüğü kaç N olur?
- Yatay düzlem sürtünlü ve kasalarla yüzey arasındaki sürtünme katsayısı 0,2 ise  $m_2$  kütleli kasanın  $m_1$  kütleli kasaya uyguladığı tepki kuvvetinin büyüklüğü kaç N olur? ( $g=10 \text{ m/s}^2$  alın.)

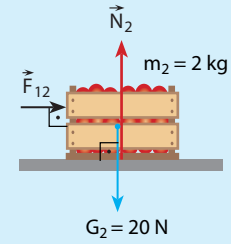
## ÇÖZÜM

- $m_1$  kütleli kasanın  $m_2$  kütleli kasaya uyguladığı kuvvet ( $F_{12}$ ) ile  $m_2$  kütleli kasanın  $m_1$  kütleli kasaya uyguladığı kuvvet ( $F_{21}$ ) eşit büyüklükte ve zıt yönlüdür. Yatay düzlemde sürtünme ihmal edilmişse kasalara etki eden net kuvvet 36 N'dır. Newton'ın İkinci Hareket Yasası'na göre 36 N büyüklüğündeki net kuvvetin etkisinde kasalar ivme kazanır. Kasaların ivmesi

$$F_{\text{net}} = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow 36 = (4 + 2) \cdot a \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2 \text{ olur.}$$



$m_2$  kütleli kasaya ait serbest cisim diyagramı çizilerek Newton'ın İkinci Hareket Yasası uygulandığında  $m_2$  kütleli kasanın  $m_1$  kütleli kasaya uyguladığı tepki kuvveti bulunur.



$$F_{\text{net}} = m_2 \cdot a \Rightarrow F_{12} = 2 \cdot 6 \Rightarrow F_{12} = 12 \text{ N olur.}$$

- Yatay düzlem sürtünlü ise her iki kasayla yüzey arasında harekete zıt yönde sürtünme kuvveti oluşur. Bu durumda serbest cisim diyagramı şekildeki gibi olur. Sisteme etki eden net kuvvet

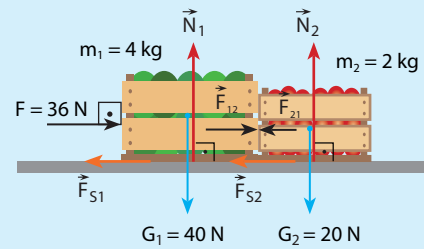
$$F_{S1} = k \cdot N_1 = 0,2 \cdot 40 = 8 \text{ N}$$

$$F_{S2} = k \cdot N_2 = 0,2 \cdot 20 = 4 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = F - F_{S1} - F_{S2}$$

$$F_{\text{net}} = 36 - 8 - 4 \Rightarrow F_{\text{net}} = 24 \text{ N olur.}$$

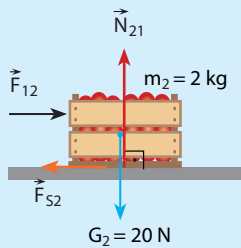
Newton'ın İkinci Hareket Yasası'na göre 24 N büyüklüğündeki net kuvvetin etkisinde kasalar ivme kazanır.



$$F_{\text{net}} = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow 24 = (4 + 2) \cdot a \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2 \text{ olur.}$$

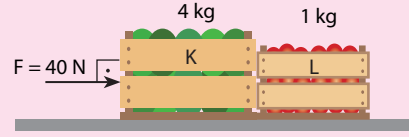
$m_2$  kütleli kasaya ait serbest cisim diyagramı çizilerek Newton'ın İkinci Hareket Yasası uygulandığında  $m_2$  kütleli kasanın  $m_1$  kütleli kasaya uyguladığı tepki kuvveti bulunur.

$$F_{12} - F_{S2} = m_2 \cdot a \Rightarrow F_{12} - 4 = 2 \cdot 4 \Rightarrow F_{12} = 12 \text{ N olur.}$$



## 22. ALIŞTIRMA

Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzleme yerleştirilmiş, kütleleri sırasıyla 4 kg ve 1 kg olan K ve L kasaları, düzleme paralel 40 N büyüklüğünde  $\vec{F}$  kuvvetinin etkisinde hareket etmektedir.



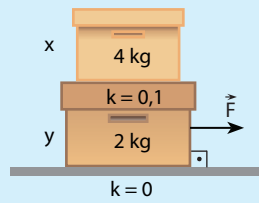
Buna göre

- K'nin L'ye uyguladığı etki kuvvetinin büyüklüğü kaç N olur?
- L'nin K'ye uyguladığı tepki kuvvetinin büyüklüğü kaç N olur? ( $g=10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM



## 26. ÖRNEK

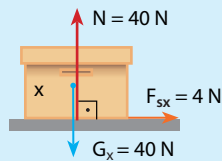


Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlemdeki 2 kg kütleli y kolisinin üzerine 4 kg kütleli x kolisi konularak y kolisine düzleme paralel  $\vec{F}$  kuvveti uygulanmaktadır. Sadece x ve y kolileri arasında sürtünme olup sürtünme katsayısı 0,1'dir.

Buna göre x kolisini kaydırmadan y kolisiyle birlikte hareket ettirebilen  $\vec{F}$  kuvveti, en fazla kaç N olur? ( $g=10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM

Koliler birlikte hareket ettikleri için her iki kolinin ivmesi aynıdır. x kolisinin serbest cisim diyagramı çizildiğinde, koliyi hareket ettiren net kuvvetin sürtünme kuvveti olduğu görülür. Sürtünme katsayısı ile y kolisinin x kolisine uyguladığı tepki kuvveti çarpılarak sürtünmenin en büyük değeri bulunur. Sürtünme kuvveti, bundan daha büyük bir değer alamaz. x kolisinin kazanacağı en büyük ivme



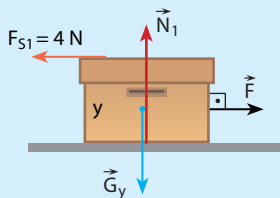
$$N_x = G_x = 40 \text{ N}$$

$$F_{sx} = k \cdot N_x = 0,1 \cdot 40 = 4 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = m_x \cdot a \Rightarrow F_{sx} = m_x \cdot a \Rightarrow 4 = 4 \cdot a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2 \text{ olur.}$$

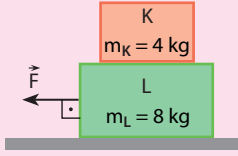
Koliler birlikte hareket ettiği için y kolisinin de ivmesi  $1 \text{ m/s}^2$  olur. y kolisinin serbest cisim diyagramı çizilir ve Newton'ın İkinci Hareket Yasası uygulanırsa F'nin en büyük değerine ulaşılır.

$$F_{\text{net}} = m \cdot a \Rightarrow F - 4 = m_y \cdot a \Rightarrow F - 4 = 2 \cdot 1 \Rightarrow F = 6 \text{ N olur.}$$



Eğer kolilere 6 N 'dan daha büyük bir kuvvet uygulanırsa koliler farklı ivme ile hareket eder. Örnekteki  $\vec{F}$  kuvvetinin büyüklüğü arttırılırsa x kolisine etkileyen sürtünme kuvvetinde herhangi bir değişim olmaz. Bu sebeple x kolisinin ivmesi değişmez. y kolisine etkileyen net kuvvet artacağından bu kolinin ivmesi artar.

## 23. ALIŞTIRMA



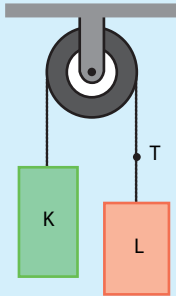
Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlemdeki 8 kg kütleli L cisminin üzerine 4 kg kütleli K cismi konulmuş ve L cisminin düzleme paralel  $\vec{F}$  kuvveti uygulanmıştır. Sadece  $m_K$  ve  $m_L$  kütleli cisimlerin arası sürtünmeli olup sürtünme katsayısı 0,2'dir.

Buna göre K cismini kaydırmadan L cismiyle birlikte hareket ettirebilen  $\vec{F}$  kuvvetinin büyüklüğü en fazla kaç N olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)

## ÇÖZÜM



## 27. ÖRNEK



Esnetmeyen ipe birbirine bağlı K ve L cisimlerinin kütleleri sırasıyla 2 kg ve 3 kg'dır.

Buna göre sürtünmelerin ihmal edildiği ortamda şekildeki konumlarından serbest bırakılan cisimler hareket ederken ipde oluşan gerilme kuvvetinin büyüklüğü T kaç N olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)

## ÇÖZÜM

Sisteme ait serbest cisim diyagramı şekildeki gibi çizilir.

L cismi ve K cismi makarayı birbirine ters yönde dönmeye zorlar. L cismi daha ağır olduğu için aşağı yönde, K cismi ise yukarı yönde hareket eder. Bu durumda hareket doğrultusundaki net kuvvet

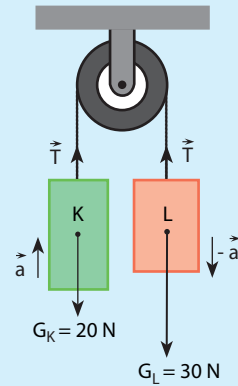
$$F_{\text{net}} = G_L - G_K = 30 - 20 = 10 \text{ N olur.}$$

Newton'ın İkinci Hareket Yasası'na göre cisimler 10 N büyüklüğündeki net kuvvetin etkisiyle ivme kazanır. Cisimlerin kazanacağı ivme

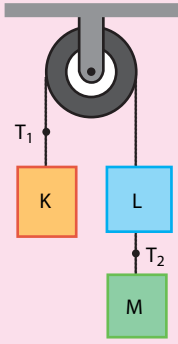
$$F_{\text{net}} = (m_K + m_L) \cdot a \implies 10 = (3 + 2) \cdot a \implies a = 2 \text{ m/s}^2 \text{ büyüklüğünde olur.}$$

K cisminin etkiyen serbest cisim diyagramı incelendiğinde

$$F_{\text{netK}} = m_K \cdot a \implies T - G_K = m_K \cdot a \implies T - 20 = 2 \cdot 2 \implies T = 24 \text{ N olur.}$$



## 24. ALIŞTIRMA



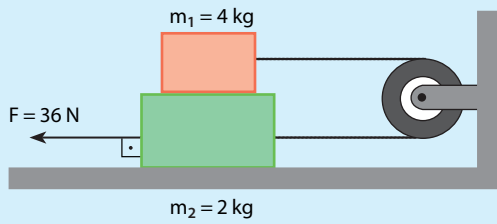
Yeterince uzun esnemeyen iplerle birbirine bağlı K, L ve M cisimlerinin kütleleri sırasıyla 1 kg, 4 kg ve 1 kg'dır. Sürtünmelerin ihmal edildiği ortamda cisimler, şekildedeki konumlarından serbest bırakılmaktadır.

Buna göre sistem hareket ederken iplerde oluşan gerilme kuvvetlerinin büyüklükleri  $\frac{T_1}{T_2}$  oranı kaçtır? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)

## ÇÖZÜM



## 28. ÖRNEK



Şekildeki sistemde sürtünme sadece  $m_1$  ve  $m_2$  kütleli cisimler arasında olup sürtünme katsayısı 0,3'tür.  $m_2$  kütleli cisme yatay düzleme paralel 36 N büyüklüğünde kuvvet uygulanmaktadır.

Buna göre  $m_1$  kütleli cisim  $m_2$  kütleli cismin üzerinden düşene kadar cisimlerin ivmesinin büyüklüğü kaç  $\text{m/s}^2$  olur?

## ÇÖZÜM

Cisimlerin serbest cisim diyagramı şekildeki gibidir.  $\vec{F}$  kuvveti cisimleri hareket ettirmek isterken cisimler arasındaki sürtünme kuvvetleri, cisimlerin hareketini zorlaştıracaktır.  $\vec{F}$  kuvvetinin etkisiyle 1 yönünde hareket eden  $m_2$  kütleli cisimlerin arasındaki sürtünme kuvveti 2 yönüne doğru engeller.  $m_2$  üzerinde bulunan  $m_1$  kütleli cisim 2 yönüne doğru ip ile çekilerek hareket eder ve sürtünme kuvveti hareket yönüne zıt 1 yönünde olur. Bu nedenle sisteme etkiyen net kuvvet bulunurken sürtünme kuvvetleri harekete zıt yönde alınır.

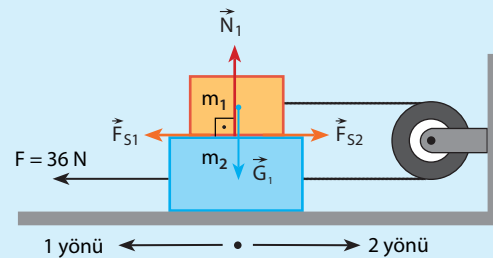
$$N_1 = G_1 = m_1 \cdot g = 4 \cdot 10 = 40 \text{ N}$$

$$F_{S1} = F_{S2} = k \cdot N_1 = 0,3 \cdot 40 = 12 \text{ N}$$

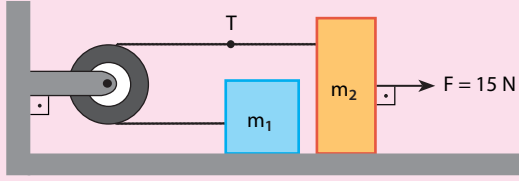
$$F_{\text{net}} = m_{\text{toplam}} \cdot a \Rightarrow (F - F_{S1} - F_{S2}) = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$(36 - 12 - 12) = (4 + 2) \cdot a$$

$$12 = 6 \cdot a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2 \text{ olur.}$$



## 25. ALIŞTIRMA



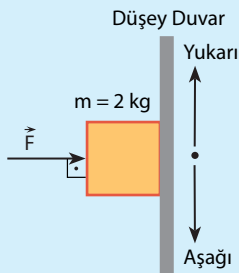
Sürtünlü yatay düzleme yerleştirilmiş 1 kg kütleli  $m_1$  cismi, 2 kg kütleli  $m_2$  cismi ve makaradan oluşan sistem, yatay doğrultuda 15 N büyüklüğündeki  $\vec{F}$  kuvvetiyle çekilmektedir. Cisimlerle yüzey arasındaki sürtünme katsayısı 0,2'dir ve makara sürtünmesi ihmal edilmiştir.

Buna göre cisimleri birbirine bağlayan ipteki gerilme kuvvetinin büyüklüğü T kaç N olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM



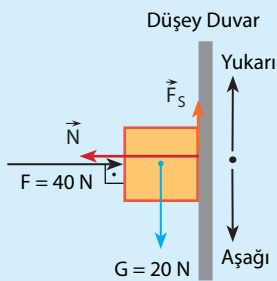
## 29. ÖRNEK



2 kg kütleli cisme, düşey duvara dik doğrultuda ve 40 N büyüklüğünde  $\vec{F}$  kuvveti uygulanmaktadır. Cisim ile duvar arasındaki sürtünme katsayısı 0,4'tür.

Buna göre cismin ivmesi kaç  $\text{m/s}^2$  olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM



Cisme ait serbest cisim diyagramı şekildeki gibi çizilir. Kuvvet eşitlikleri yazılarak tepki ve sürtünme kuvvetleri bulunur.

$$F = N = 40 \text{ N}$$

$$F_s = k \cdot N = 0,4 \cdot 40 = 16 \text{ N olur.}$$

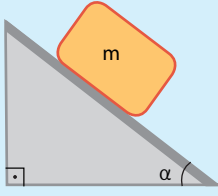
Ağırlık, cismi aşağı yönde hareket ettirmeye zorlarken sürtünme kuvveti hareketi engeller. Bu durumda hareket doğrultusundaki net kuvvet

$$F_{\text{net}} = G - F_s = 20 - 16 = 4 \text{ N olur.}$$

Newton'ın İkinci Hareket Yasası'na göre cisim 4 N büyüklüğünde net kuvvetin etkisiyle ivme kazanır. Kazanacağı ivmenin büyüklüğü

$$F_{\text{net}} = m \cdot a \implies 4 = 2 \cdot a \implies a = 2 \text{ m/s}^2 \text{ aşağı yönde olur.}$$

## 30. ÖRNEK



Eğim açısı  $\alpha$  olan eğik düzlem üzerinde serbest bırakılan  $m$  kütleli cisim, aşağı doğru belli bir ivme ile hızlanmaktadır.

Buna göre

- Eğik düzlemin sürtünmesi ihmal edilirse cismin ivmesinin bağlı olduğu değişkenler nelerdir?
- Eğik düzlem sürtülmeli ise cismin ivmesinin bağlı olduğu değişkenler nelerdir?

## ÇÖZÜM

- a) Sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde eğik düzlem üzerinde serbest bırakılan cisim, aşağı doğru hızlanır. Ağırlığın eğik düzleme paralel  $G_x$  bileşeni cismin hareket etmesini sağlar. Cisme etki eden net kuvvet  $G_x$ 'e eşittir. Cismin ivmesi

$$F = m \cdot a \Rightarrow G_x = m \cdot a$$

$$m \cdot g \cdot \sin \alpha = m \cdot a \Rightarrow a = g \cdot \sin \alpha \text{ olur.}$$

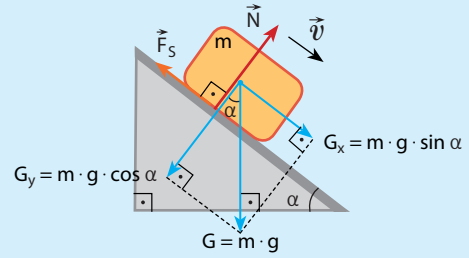
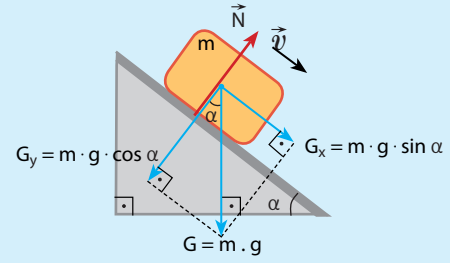
- b) Eğik düzlem sürtülmeli ve sürtünme katsayısı  $k$  ise  $G_x > F_s$  olması durumunda cisim yine aşağı doğru hızlanarak hareket edecektir. Bu durumda cismin ivmesi

$$F = m \cdot a \Rightarrow G_x - F_s = m \cdot a \Rightarrow G_x - k \cdot N = m \cdot a$$

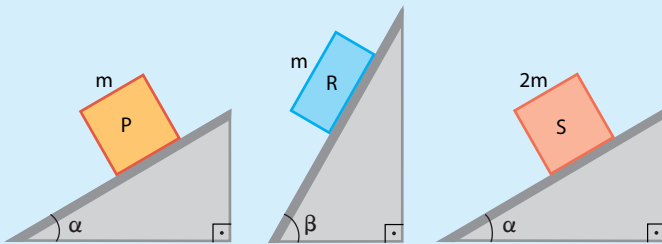
$$m \cdot g \cdot \sin \alpha - k \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha = m \cdot a$$

$$a = g \cdot (\sin \alpha - k \cdot \cos \alpha) \text{ olur.}$$

Cismin ivmesini veren bağıntılar incelendiğinde sürtülmeli ya da sürtünmelerin ihmal edildiği eğik düzlem üzerinde hareket eden cismin ivmesinin cismin kütleline bağlı olmadığı görülür. Eğim açısı artarsa ivme de artar.



## 31. ÖRNEK



Sürtünmelerin ihmal edildiği eğik düzlemler üzerinde bulunan P, R ve S cisimlerinin kütleleri sırasıyla  $m$ ,  $m$  ve  $2m$ 'dir.

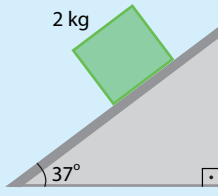
$\beta > \alpha$  olduğuna göre cisimler serbest bırakıldığında  $a_P$ ,  $a_R$  ve  $a_S$  ivmelerinin büyüklük sıralaması nedir?

## ÇÖZÜM

Sürtünmelerin ihmal edildiği eğik düzlem üzerindeki cisimlerin hareketleri sırasında sahip olacakları ivme, yer çekimi ivmesine ve düzlemin eğim açısına bağlı olarak değişir. Cisimlerin kütleline bağlı değildir. Eğim açısı büyük olan cismin ivmesi daha büyüktür. İvmelerinin büyüklükleri arasında  $a_R > a_P = a_S$  ilişkisi vardır.



## 32. ÖRNEK



2 kg kütleli cisim eğik düzlem üzerinde serbest bırakılmaktadır.

Buna göre

- Eğik düzlem ile cisim arasındaki sürtünme ihmal edildiğinde cismin ivmesinin büyüklüğü kaç  $m/s^2$  olur?
- Eğik düzlem sürtümlü ve sürtünme katsayısı 0,5 iken cismin ivmesi nedir? ( $g = 10 m/s^2$ ;  $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $\sin 37^\circ = 0,6$  alınız.)

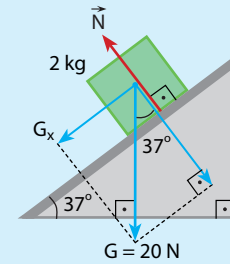
## ÇÖZÜM

- Cismin serbest cisim diyagramı şekildeki gibi çizilir. Ağırlık, bileşenlerine ayrılır. Ağırlığın eğik düzleme dik bileşeninin büyüklüğü yüzeyin tepki kuvvetinin büyüklüğü kadardır. Ağırlığın eğik düzleme paralel bileşeni ise cismi aşağı yönde hareket ettirir.

$$G = m \cdot g = 2 \cdot 10 = 20 \text{ N}$$

$$G_x = G \cdot \sin 37^\circ = 20 \cdot 0,6 = 12 \text{ N}$$

$$G_y = G \cdot \cos 37^\circ = 20 \cdot 0,8 = 16 \text{ N olur.}$$



Cisim  $G_x = 12 \text{ N}$  büyüklüğündeki kuvvetin etkisiyle ivme kazanır. Cismin ivmesinin büyüklüğü

$$F_{\text{net}} = m \cdot a$$

$$G_x = m \cdot a$$

$$12 = 2 \cdot a$$

$$a = 6 \text{ m/s}^2 \text{ olur.}$$

- Cismin serbest cisim diyagramı şekildeki gibi çizilir. Ağırlık bileşenlerine ayrılır ve sürtünme kuvvetinin büyüklüğü bulunur.

$$N = G_y = 16 \text{ N}$$

$$F_s = k \cdot N = 0,5 \cdot 16 = 8 \text{ N olur.}$$

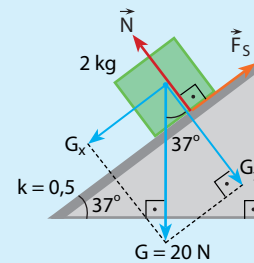
$G_x > F_s$  olduğundan cisim eğik düzlem üzerinde aşağı doğru ivmeli hareket yapar. Cismin ivmesinin büyüklüğü

$$F_{\text{net}} = m \cdot a$$

$$G_x - F_s = m \cdot a$$

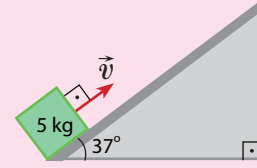
$$12 - 8 = 2 \cdot a$$

$$a = 2 \text{ m/s}^2 \text{ olur.}$$



## 26. ALIŞTIRMA

Sürtünlü eğik düzlemde bulunan 5 kg kütleli cisim ile yüzey arasındaki sürtünme katsayısı 0,5'tir. Yeterince uzun eğik düzlemin alt ucundan şekildeki gibi  $\psi$  büyüklüğünde hızla fırlatılan cisim, eğik düzlem üzerinde yukarı yönde hareket ederek durduktan sonra aynı yere dönmektedir.



Cismin çıkıştaki ivmesinin büyüklüğü  $a_1$ , inişteki ivmesinin büyüklüğü  $a_2$  olduğuna göre  $\frac{a_1}{a_2}$  oranı kaçtır? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $\sin 37^\circ = 0,6$  alınız.)

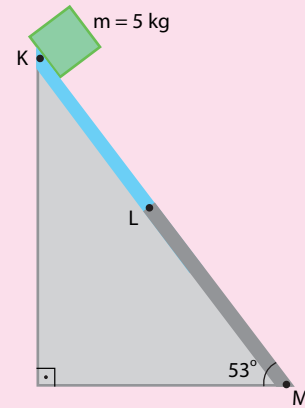
## ÇÖZÜM



## 27. ALIŞTIRMA

5 kg kütleli cisim şekildeki eğik düzlem üzerinde K noktasından serbest bırakılmaktadır. Eğik düzlemin sadece LM noktaları arası sürtünlü olup sürtünme katsayısı 0,2'dir.

Buna göre cismin KL noktaları arasındaki ivmesinin büyüklüğü  $a_1$ , LM noktaları arasındaki ivmesinin büyüklüğü  $a_2$  ise  $\frac{a_1}{a_2}$  oranı kaçtır? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $\sin 53^\circ = 0,8$  ve  $\cos 53^\circ = 0,6$  alınız.)



## ÇÖZÜM

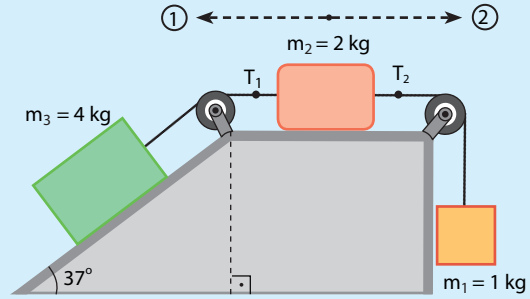


## 33. ÖRNEK

Sürtünmelerin ihmal edildiği şekildeki sistem serbest bırakıldığında kütleleri bağlayan esnemeyen iplerde  $\vec{T}_1$  ve  $\vec{T}_2$  gerilme kuvvetleri oluşmaktadır.

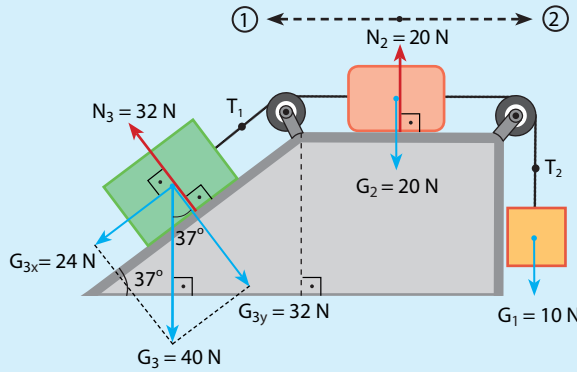
Buna göre

- Sisteme etki eden net kuvvetin büyüklüğü kaç N olur?
- Sistemin ivmesinin büyüklüğü kaç  $m/s^2$  olur?
- $\vec{T}_1$  ve  $\vec{T}_2$  ip gerilme kuvvetlerinin büyüklüğü kaç N olur? ( $\cos 37^\circ = 0,8$ ;  $\sin 37^\circ = 0,6$  ve  $g = 10 m/s^2$  alınır.)



## ÇÖZÜM

- Eğik düzlem üzerindeki  $m_3$  kütleli cismin ağırlığı bileşenlerine ayrılarak sistemin serbest cisim diyagramı çizilir.



$$G_1 = m_1 \cdot g = 1 \cdot 10 = 10 \text{ N}$$

$$G_2 = m_2 \cdot g = 2 \cdot 10 = 20 \text{ N}$$

$$G_3 = m_3 \cdot g = 4 \cdot 10 = 40 \text{ N}$$

$$G_{3x} = G_3 \cdot \sin 37^\circ = 40 \cdot 0,6 = 24 \text{ N}$$

$$G_{3y} = G_3 \cdot \cos 37^\circ = 40 \cdot 0,8 = 32 \text{ N olur.}$$

$G_{3x}$  kuvveti, sistemi 1 yönünde;  $G_1$  kuvveti ise 2 yönünde hareket ettirmeye zorlar.  $G_{3x} > G_1$  olduğu için sistem 1 yönünde hareket eder. Bu durumda sisteme etki eden net kuvvet

$$F_{\text{net}} = G_{3x} - G_1 = 24 - 10 = 14 \text{ N olur.}$$

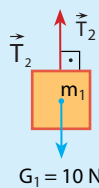
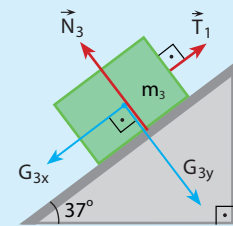
- Newton'ın İkinci Hareket Yasası tüm sisteme uygulanarak sistemin ivmesi bulunur.

$$F_{\text{net}} = m_{\text{toplam}} \cdot a \Rightarrow 14 = (1 + 2 + 4) \cdot a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2 \text{ olur.}$$

- $m_3$  kütleli cisme Newton'ın İkinci Hareket Yasası uygulanarak  $\vec{T}_1$  gerilme kuvvetinin büyüklüğü bulunabilir.  $m_3$  kütleli cisim düzlem üzerinde aşağıya doğru hareket ettiğine göre  $G_{3x} > T_1$ 'dir.

$$F_{\text{net}} = m_3 \cdot a$$

$$G_{3x} - T_1 = m_3 \cdot a \Rightarrow 24 - T_1 = 4 \cdot 2 \Rightarrow T_1 = 16 \text{ N olur.}$$

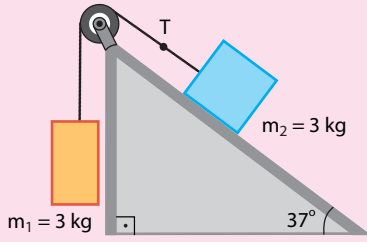


$m_1$  kütleli cisme Newton'ın İkinci Hareket Yasası uygulanarak gerilme kuvvetinin büyüklüğü bulunabilir.  $m_1$  kütleli cisim yukarı doğru hareket ettiğine göre  $T_2 > G_1$ 'dir.

$$F_{\text{net}} = m_1 \cdot a$$

$$T_2 - G_1 = m_1 \cdot a \Rightarrow T_2 - 10 = 1 \cdot 2 \Rightarrow T_2 = 12 \text{ N olur.}$$

## 28. ALIŞTIRMA



Şekildeki sürtünmelerin ihmal edildiği eğik düzlemde 3 kg kütleli cisimler, esnemeyen iple birbirine bağlanıp serbest bırakılmaktadır.

**Buna göre cisimlerin hareketi sırasında ipde oluşan  $\vec{T}$  gerilme kuvvetinin büyüklüğü kaç N olur?**

( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $\sin 37^\circ = 0,6$  alınız.)

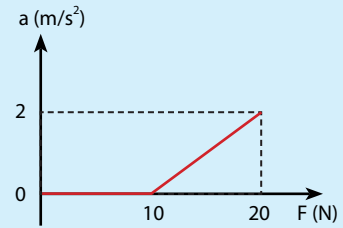
## ÇÖZÜM



## 34. ÖRNEK

Sürtülmeli yatay düzlem üzerinde durmakta olan  $m$  kütleli cisme düzleme paralel  $\vec{F}$  kuvveti uygulanmaktadır. Cismin ivmesinin uygulanan kuvvete bağlı değişimi grafikteki gibidir.

**Buna göre yüzeyin sürtünme katsayısı kaçtır?** ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)



## ÇÖZÜM

Grafik incelendiğinde kuvvetin değeri 10 N olana kadar cismin ivmesinin olmadığı,  $F > 10 \text{ N}$  olduğunda ivme kazandığı görülmektedir. O hâlde cisme etki eden sürtünme kuvveti 10 N büyüklüğündedir.

$$F_s = k \cdot N = k \cdot m \cdot g = 10 \text{ N olur.}$$

Kuvvetin büyüklüğü 20 N olduğu anda cismin ivmesi  $2 \text{ m/s}^2$  dir. Newton'ın İkinci Hareket Yasası uygulanırsa cismin kütlesi

$$F_{\text{net}} = m \cdot a$$

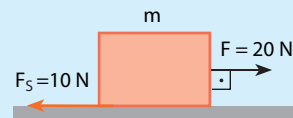
$$20 - 10 = m \cdot 2$$

$$m = 5 \text{ kg olur.}$$

$$F_s = k \cdot N = k \cdot m \cdot g$$

$$10 = k \cdot 5 \cdot 10$$

$$k = 0,2 \text{ olur.}$$



## 29. ALIŞTIRMA



Sabit hızla giden 1600 kg kütleli otomobil, hava sürtünmesinin ihmal edildiği ortamda her 50 metrede 2 metre yükselen eğik düzlem şeklindeki yokuşu çıkmaktadır. Otomobilin lastikleri ile yol arasındaki sürtünme kuvveti otomobilin kaymasını engelleyebilecek büyüklüktedir.

Otomobil yokuşu sabit hızla çıktığına göre motorun otomobile uyguladığı kuvvet kaç N olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM

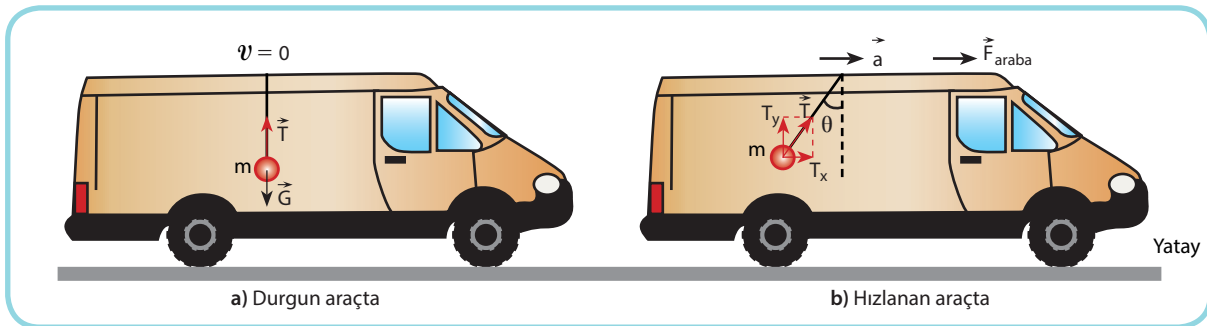


Görsel 1.5: Otobüs tutacağı

Toplu taşıma araçlarında ayakta yolculuk yapan insanlar herhangi bir yere tutunmadıklarında düşme tehlikesiyle karşı karşıya kalır. Bu tür araçlarda yolcuların tutunmalarını sağlayarak güvenliğini arttırmak amacıyla tutacaklar bulunur (Görsel 1.5).

Otobüs durgunken veya sabit hızla hareket hâlindeyken tutacaklar, düşey düzlemde durur. Otobüs fren yaptığında ya da hızlandığında ivme kazanır. Bu durumda tutacaklar, düşey doğrultudaki konumunu kaybederek öne ya da geriye doğru savrulur ve doğrultularını değiştirir. Bunun gibi ivmeli sistemlerin içinde

bulunan cisimlerin hareketleri Newton'ın Hareket Yasaları'ndan birincisi olan Eylemsizlik Yasası ile açıklanabilir. Bu yasaya göre bir cisme etkiyen net kuvvetin sıfır olması durumunda cisim durgun ise durmaya devam eder. Hareketli ise sabit hızla hareketini sürdürür. Her iki durumda da cisim dengededir. Denge olan bir cisme net kuvvet uygulanarak dengesi bozulursa cisim eski durumunu korumak için farklı yönlerde hareket edebilir.



Şekil 1.33: Bir aracın tavanına asılı duran cisim

$m$  kütleli bir cisim, esnemeyen ip ile durgun aracın tavanına asıldığında düşey doğrultuda dengede kalır (Şekil 1.33.a). İpteki gerilme kuvveti ile cismin ağırlığı eşit büyüklüktedir.  $\vec{T}_{ip} = -\vec{G}$  olur.

Araç  $\vec{a}$  ivmesiyle hızlandığında eylemsizliğini koruyan cismin bağlı olduğu ipin doğrultusu değişir ve ilk denge konumuna göre düşey düzlemle  $\theta$  kadar açı yapar. Cisim, araçla aynı ivmeye sahip olduğu için cisme etkiyen net kuvvet araca etkiyen net kuvvetle aynı yönde olur. Bu kuvveti, denge konumundan ayrılan cismin bağlı olduğu ipin gerginliğinin yatay bileşeni sağlar. Bu nedenle cisim denge konumundan ayrılır (Şekil 1.33.b).

Bu değişiklik cismin ivmesi ile aracın ivmesi eşit olana kadar sürer. İvmeler eşitlendiğinde cismin düşeyle yaptığı  $\theta$  açısı sabit kalır.

Yerden bakan bir gözlemciye göre cisme ait serbest cisim diyagramı çizilerek Newton'ın İkinci Hareket Yasası uygulanır (Şekil 1.34). Buna göre düşey düzlemde

$$T_y = m \cdot g \implies T \cdot \cos \theta = m \cdot g \text{ olur.}$$

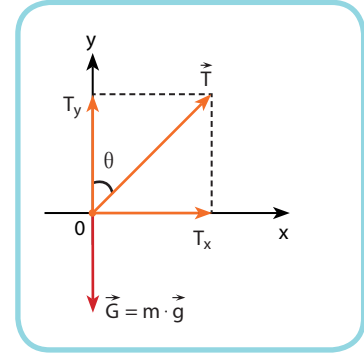
Yatay düzlemde de cisim  $T_x$  kuvvetinin etkisinde kalır. Bu kuvvet aracın ivmeli hareketinin sonucunda oluştuğu için kuvveti oluşturan ivme aracın ivmesidir.

Yatay düzlemde  $T_x = m \cdot a \implies T \cdot \sin \theta = m \cdot a$  olur. Elde edilen iki eşitlik oranlanırsa

$$\frac{T \cdot \sin \theta}{T \cdot \cos \theta} = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} \implies \tan \theta = \frac{a}{g} \text{ bulunur.}$$

Bu ifadeye göre cismin düşey doğrultuyla yaptığı açı çekim ivmesine ve aracın ivmesine bağlı, cismin kütlesine bağlı değildir.

Asansör içerisindeki cisimlere etki eden kuvvetler de araç içindeki cisimlere etki eden kuvvetler gibi Eylemsizlik Yasası ile açıklanır. Asansör içindeki cisim, asansörle aynı ivmeye sahip olduğundan cisme etki eden net kuvvet asansöre etkiyen net kuvvetle aynı yönde olur.



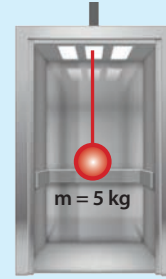
Şekil 1.34: Hızlanan aracın tavanına asılı cismin serbest cisim diyagramı

### 35. ÖRNEK

Bir asansör kabininin tavanına 5 kg kütleli cisim asılmıştır.

Buna göre

- Asansör kabini durgunken ipteki gerilme kuvveti  $\vec{T}_1$  kaç N olur?
- Asansör kabini  $2 \text{ m/s}^2$  ivme ile durgun hâlden yukarı doğru harekete başladığında ipteki gerilme kuvveti  $\vec{T}_2$  kaç N olur?
- Asansör kabini  $2 \text{ m/s}^2$  ivme ile durgun hâlden aşağı doğru harekete başladığında ipte oluşan gerilme kuvveti  $\vec{T}_3$  kaç N olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)



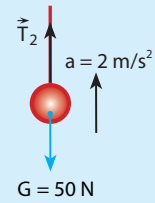
### ÇÖZÜM

- a) Asansör durgunken cismin ağırlığı ile ipte oluşan gerilme kuvvetinin büyüklükleri birbirine eşittir.

$$T_1 = G = m \cdot g = 5 \cdot 10 = 50 \text{ N olur.}$$

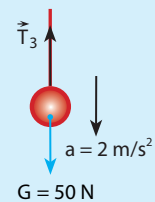
- b) Yukarıya doğru hızlanan asansöre etkiyen net kuvvet yukarıya doğru olduğu için asansör içindeki cisme etkiyen net kuvvetin de yukarı yönde olması gerekir. Bu nedenle kütleli cismin bağlı olduğu ipin gerginliği cismin ağırlığından daha büyük olur. Yere göre asansörün yukarı doğru  $2 \text{ m/s}^2$  ivmesi, aynı zamanda cismin de ivmesidir. Bu durumda cisme yukarı yönde bir net kuvvet etki eder.

$$F_{\text{net}} = T_2 - G = m \cdot a \implies T_2 - 50 = 5 \cdot 2 \implies T_2 = 60 \text{ N olur.}$$



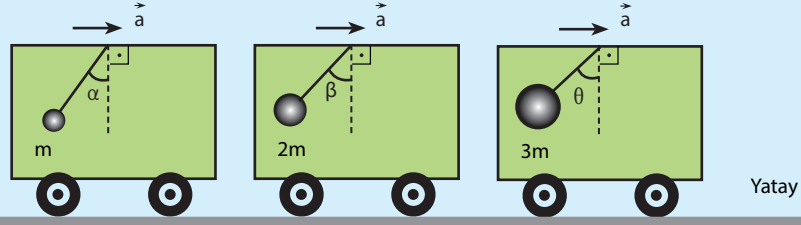
- c) Aşağıya doğru hızlanan asansöre etkiyen net kuvvet aşağıya doğru olduğu için asansör içindeki cisme etkiyen net kuvvetin de aşağı yönde olması gerekir. Bu nedenle kütleli cismin bağlı olduğu ipin gerginliği cismin ağırlığından daha küçük olur. Yere göre asansörün aşağı doğru  $2 \text{ m/s}^2$  ivmesi, aynı zamanda cismin de ivmesidir. Bu durumda cisme aşağı yönde bir net kuvvet etki eder.

$$F_{\text{net}} = G - T_3 = m \cdot a \implies 50 - T_3 = 5 \cdot 2 \implies T_3 = 40 \text{ N olur.}$$



## 36. ÖRNEK

$\vec{a}$  ivmesiyle hızlanan vagonların tavanlarına asılı  $m$ ,  $2m$  ve  $3m$  kütleli cisimler düşey doğrultu ile  $\alpha$ ,  $\beta$  ve  $\theta$  açıları yaparak dengede kalmaktadır.



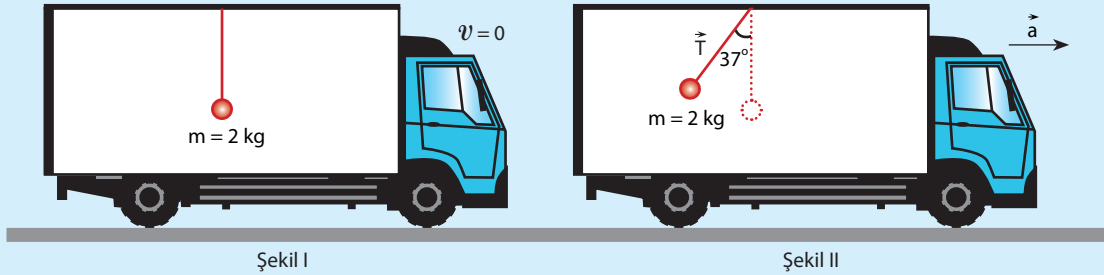
Buna göre  $\alpha$ ,  $\beta$  ve  $\theta$  açılarının büyüklük sıralaması nedir?

## ÇÖZÜM

İvmeli sistemlerde bulunan cisimlerin düşeyle yaptığı açı, kütlelerine bağlı değil vagonların ivmeleri- ne ve çekim ivmesine bağlıdır. Vagonların ivmeleri eşit olduğu için açılar da  $\alpha = \beta = \theta$  olur.

## 37. ÖRNEK

Şekil I'deki gibi durmakta olan aracın tavanına  $2 \text{ kg}$  kütleli cisim asılmıştır. Araç, Şekil II'deki gibi ok yönünde  $\vec{a}$  ivmesiyle harekete başladığında cisim düşeyle  $37^\circ$  lik açı yapacak şekilde tekrar dengelendiğinde ipteki gerilme kuvveti  $\vec{T}$  olmaktadır.



Buna göre aracın ivmesinin büyüklüğü kaç  $\text{m/s}^2$  olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $\sin 37^\circ = 0,6$  alınınız.)

## ÇÖZÜM

Cisme etkiyen net kuvvet araçla aynı yönde olmalıdır ve bu kuvveti ip gerginliğinin yatay bileşeni sağlar. Araç hareket hâlinde iken cismin serbest cisim diyagramı çizilerek cisme etki eden net kuvvet bulunur.

$$G = m \cdot g = 2 \cdot 10 = 20 \text{ N}$$

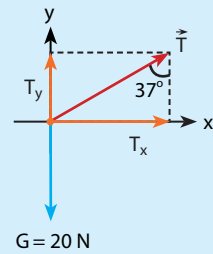
Cisim düşey doğrultuda hareket etmediği için düşeyde cisme etki eden net kuvvet sıfır olmalıdır. O hâlde

$$G = T_y \Rightarrow 20 = T \cdot \cos 37^\circ = T \cdot 0,8 \Rightarrow T = 25 \text{ N olur.}$$

Yatay doğrultuda cisme etki eden net kuvvet  $T_x$ 'e eşittir. Net kuvvet bulunarak Newton'ın İkinci Hareket Yasası uygulanır ve cismin ivmesi bulunur.

$$T_x = T \cdot \sin 37^\circ = 25 \cdot 0,6 = 15 \text{ N}$$

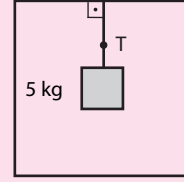
$$F_{\text{net}} = m \cdot a \Rightarrow T_x = m \cdot a \Rightarrow 15 = 2 \cdot a \Rightarrow a = 7,5 \text{ m/s}^2 \text{ olur.}$$



## 30. ALIŞTIRMA

Bir asansör, tavanına esnemeyen ipe bağlı 5 kg kütleli cisimle birlikte yukarı doğru sabit hızla çıkarken  $2 \text{ m/s}^2$  lik ivme ile yavaşlamaya başlamıştır.

Buna göre asansör yavaşlamaya başlamadan önce iptе var olan  $\vec{T}_1$  gerilme kuvvetinin büyüklüğünün yavaşlama sırasında oluşan  $\vec{T}_2$  gerilme kuvvetinin büyüklüğüne oranı kaçtır? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)

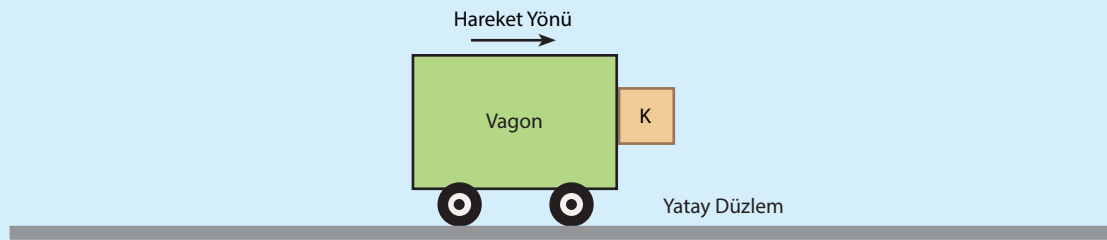


## ÇÖZÜM



## 38. ÖRNEK

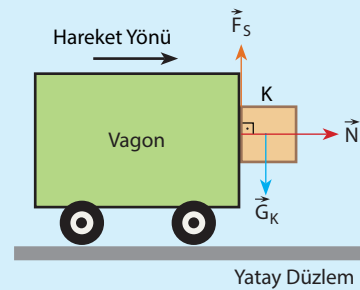
Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlemde şekildeki hareket yönünde hızlanan vagonun önündeki K cisimi, kaymadan vagonla birlikte hareket etmektedir.



Cisim ile vagon arasındaki sürtünme katsayısı  $k$  olduğuna göre vagonun hızlanma ivmesini veren ifade nedir?

## ÇÖZÜM

Yerden bakan bir gözlemciye göre cisim, vagon ile aynı ivmeyi kazanır. Cisme etkiyen net kuvvet, vagona etkiyen net kuvvet ile aynı yönde olmalıdır. Düşey düzlemde bu kuvveti cisim ile yüzey arasındaki tepki kuvveti oluşturur. K cisminin serbest cisim diyagramı çizildiğinde yatay doğrultuda vagonun cisme uyguladığı tepki kuvveti ( $\vec{N}$ ), cisme vagonla aynı ivmeyi kazandırır. Cismin aşağı doğru kaymaması için sürtünme kuvvetinin cismin ağırlığına eşit büyüklükte olması gerekir.



Düşey doğrultuda

$$G_K = F_s = k \cdot N \implies m_K \cdot g = k \cdot N$$

$$N = \frac{m_K \cdot g}{k} \text{ olur.}$$

Yatay doğrultuda

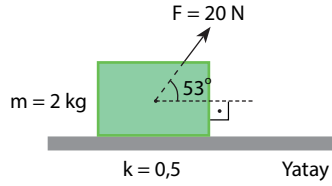
$$F_{\text{net}} = m_K \cdot a \implies N = m_K \cdot a$$

$$\frac{m_K \cdot g}{k} = m_K \cdot a \implies a = \frac{g}{k} \text{ olur.}$$



## 3. BÖLÜM SONU SORULARI

1. Sürtünme katsayısının 0,5 olduğu yatay düzlemde durmakta olan 2 kg kütleli cisme 20 N büyüklüğündeki kuvvet şekildeki gibi uygulanmaktadır.



Buna göre cismin ivmesinin büyüklüğü kaç  $m/s^2$  olur? ( $g = 10 \text{ N/kg}$ ;  $\sin 53^\circ = 0,8$  ve  $\cos 53^\circ = 0,6$  alınınız.)

## ÇÖZÜM



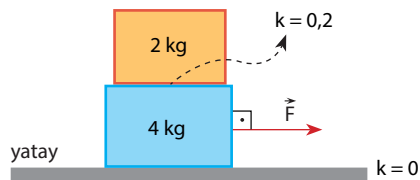
2. Yatay doğrusal bir yolda 20 m/s büyüklüğünde sabit hızla hareket eden aracın sürücüsü, trafik lambalarına yaklaşırken kırmızı ışığın yandığını görünce frene basarak aracını düzgün yavaşlatıp 4 saniyede durdurmaktadır.

Buna göre toplam kütlesi 1 000 kg olan aracın durmasını sağlayan kuvvet kaç N olur?

## ÇÖZÜM



3. Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlemde 4 kg ve 2 kg kütleli cisimler şekildeki gibi üst üste konularak 4 kg kütleli cisme yatay bir  $\vec{F}$  kuvveti uygulanmaktadır.



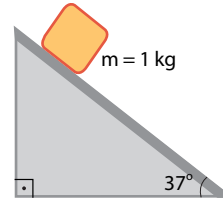
Cisimler arasında sürtünme katsayısı 0,2 olduğuna göre kütleleri birlikte hareket ettirecek kuvvetin en büyük değeri kaç N olur?

( $g = 10 \text{ N/kg}$  alınınız.)

## ÇÖZÜM



4. Yatayla  $37^\circ$  lik açı yapan eğik düzlemin üzerindeki 1 kg kütleli cisim şekildeki gibi serbest bırakılmaktadır.



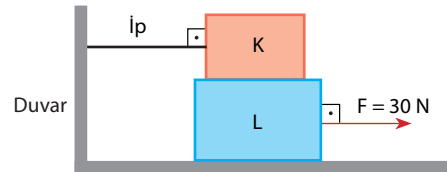
Buna göre

- a) Eğik düzlemde sürtünmeler ihmal edilmiş ise cismin ivmesinin büyüklüğü kaç  $m/s^2$  olur?  
b) Eğik düzlem sabit sürtünmeli ve sürtünme katsayısı 0,5 ise cismin ivmesinin büyüklüğü kaç  $m/s^2$  olur? ( $\sin 37^\circ = 0,6$ ;  $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $g = 10 \text{ N/kg}$  alınınız.)

## ÇÖZÜM



5. Esnemeyen iple duvara bağlanan 2 kg kütleli K cismi ile 4 kg kütleli L cismi şekildeki gibi üst üste konulmuştur. Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlemdeki L cismi, 30 N büyüklüğündeki yatay kuvvetle çekilmektedir.



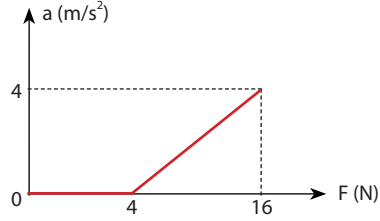
Sürtünme sadece K ve L cisimleri arasında ve sürtünme katsayısı sabit 0,5 olduğuna göre

- a) K cisminin bağlı olduğu ipteki gerilme kuvvetinin büyüklüğü T kaç N olur?  
b) K cismi L'nin üzerinden düşene kadar geçen sürede L cisminin ivmesinin büyüklüğü kaç  $m/s^2$  olur? ( $g = 10 \text{ N/kg}$  alınınız.)

## ÇÖZÜM



6. Yatay ve sürtünmeli bir düzlem üzerindeki cisme, yatay doğrultuda uygulanan kuvvet ile cismin kazandığı ivmeye bağlı değişim grafiği şekildeki gibidir.

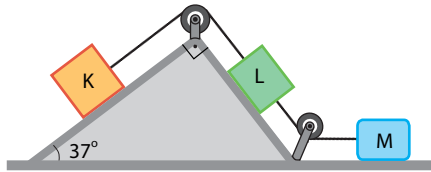


Buna göre cismin kütlesi kaç kg olur?

### ÇÖZÜM



7. Kütleleri sırasıyla 5 kg, 2 kg ve 3 kg olan K, L ve M cisimleri esnemeyen iplerle birbirine bağlanarak şekildeki sistem kurulmuştur. Sadece yatay düzlem sabit sürtünmeli ve sürtünme katsayısı 0,3'tür.



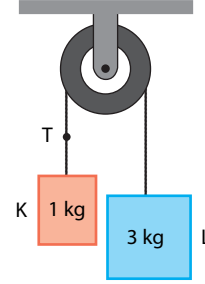
Buna göre

- Sistem serbest bırakıldığında cisimlerin ivmesinin büyüklüğü kaç  $m/s^2$  olur?
  - K cisminin bağlı olduğu ipteki oluşan gerilme kuvvetinin büyüklüğü kaç N olur?
  - M cisminin bağlı olduğu ipteki oluşan gerilme kuvvetinin büyüklüğü kaç N olur?
- ( $g = 10 \text{ N/kg}$ ;  $\sin 37^\circ = 0,6$  ve  $\cos 37^\circ = 0,8$  alınınız.)

### ÇÖZÜM



8. 1 kg kütleli K cismi, 3 kg kütleli L cismi, makara ve esnemeyen ipler yardımıyla kurulan şekildeki sistemde makara ağırlığı ve sürtünmeler ihmal edilmiştir.



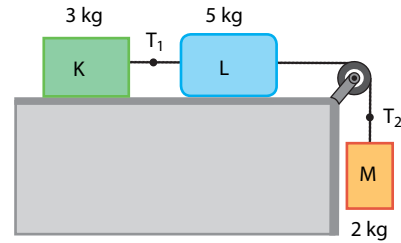
Buna göre sistem serbest bırakıldığında

- Cisimlerin ivmesinin büyüklüğü kaç  $m/s^2$  olur?
  - $\vec{T}$  ip gerilmesinin büyüklüğü kaç N olur?
- ( $g = 10 \text{ N/kg}$  alınınız.)

### ÇÖZÜM



9. Kütleleri sırasıyla 3 kg, 5 kg ve 2 kg olan K, L ve M cisimleri şekildeki gibi sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlem üzerinde esnemeyen iplerle birbirine bağlanmıştır.



Buna göre

- Cisimler serbest bırakıldığında cisimlerin ortak ivmesinin büyüklüğü kaç  $m/s^2$  olur?
  - $\vec{T}_1$  ve  $\vec{T}_2$  gerilmelerinin büyüklüğü kaç N olur?
- ( $g = 10 \text{ N/kg}$  alınınız.)

### ÇÖZÜM



## 1.4. BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

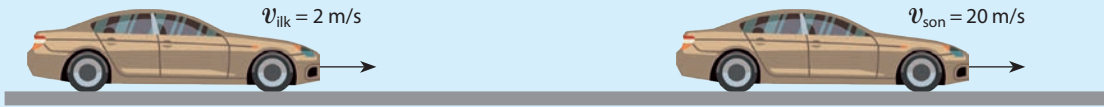
Fiziğin alt dallarından biri olan mekanik, kuvvet etkisindeki cisimlerin durumlarını statik, dinamik ve kinematik olmak üzere üç bölümde inceleyebilir. Dengede olan cisimleri statik, kuvvet etkisinde hareket eden cisimleri dinamik inceler. Kinematik ise kuvvet etkisi dikkate alınmadan sadece cisimlerin hareketini inceler.

Bir cismin, seçilen bir referans noktasına göre zamanla konum değiştirmesi olayına **hareket** denir. Cisimler; düz bir yolda giden araba gibi öteleme, Dünya'nın kendi ekseninde yaptığı gibi dönme veya hem öteleme hem de dönme hareketi yapabilir. Bu hareketlerden en kolay inceleneni, düz bir çizgi üzerinde ve bir boyutta gerçekleşen doğrusal harekettir. Hareket eden cisimlerin hızı her zaman sabit olmayıp değişim gösterebilir. Net kuvvet cisme ivme kazandırır, cisim bu ivmenin etkisiyle hızlanır ya da yavaşlar. İvme ne kadar büyükse cismin eşit zamanlardaki hız değişimi de o kadar büyük olur. Birim zamandaki hız değişimine **ivme** denir. İvme vektörel bir büyüklüktür ve ivmenin SI'da birimi  $\text{m/s}^2$  dir.

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \text{ ile ifade edilir.}$$

### 39. ÖRNEK

2 m/s büyüklüğünde ilk hızla hareket eden bir otomobil, düzgün hızlanarak hızının büyüklüğünü 6 s sonra 20 m/s'ye çıkarmaktadır.



Buna göre otomobilin ivmesinin büyüklüğü kaç  $\text{m/s}^2$  olur?

### ÇÖZÜM

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{\text{son}} - \vec{v}_{\text{ilk}}}{t_{\text{son}} - t_{\text{ilk}}} \text{ olduğundan ivmenin büyüklüğü}$$

$$a = \frac{20 - 2}{6} = \frac{18}{6} = 3 \text{ m/s}^2 \text{ olur.}$$

### 31. ALIŞTIRMA

İlk hızının büyüklüğü  $v$  olan bir araç  $2 \text{ m/s}^2$  ivme ile hızlanarak 5 s sonra 25 m/s hıza ulaşmaktadır.



Buna göre arabanın ilk hızının büyüklüğü kaç m/s olur?

### ÇÖZÜM



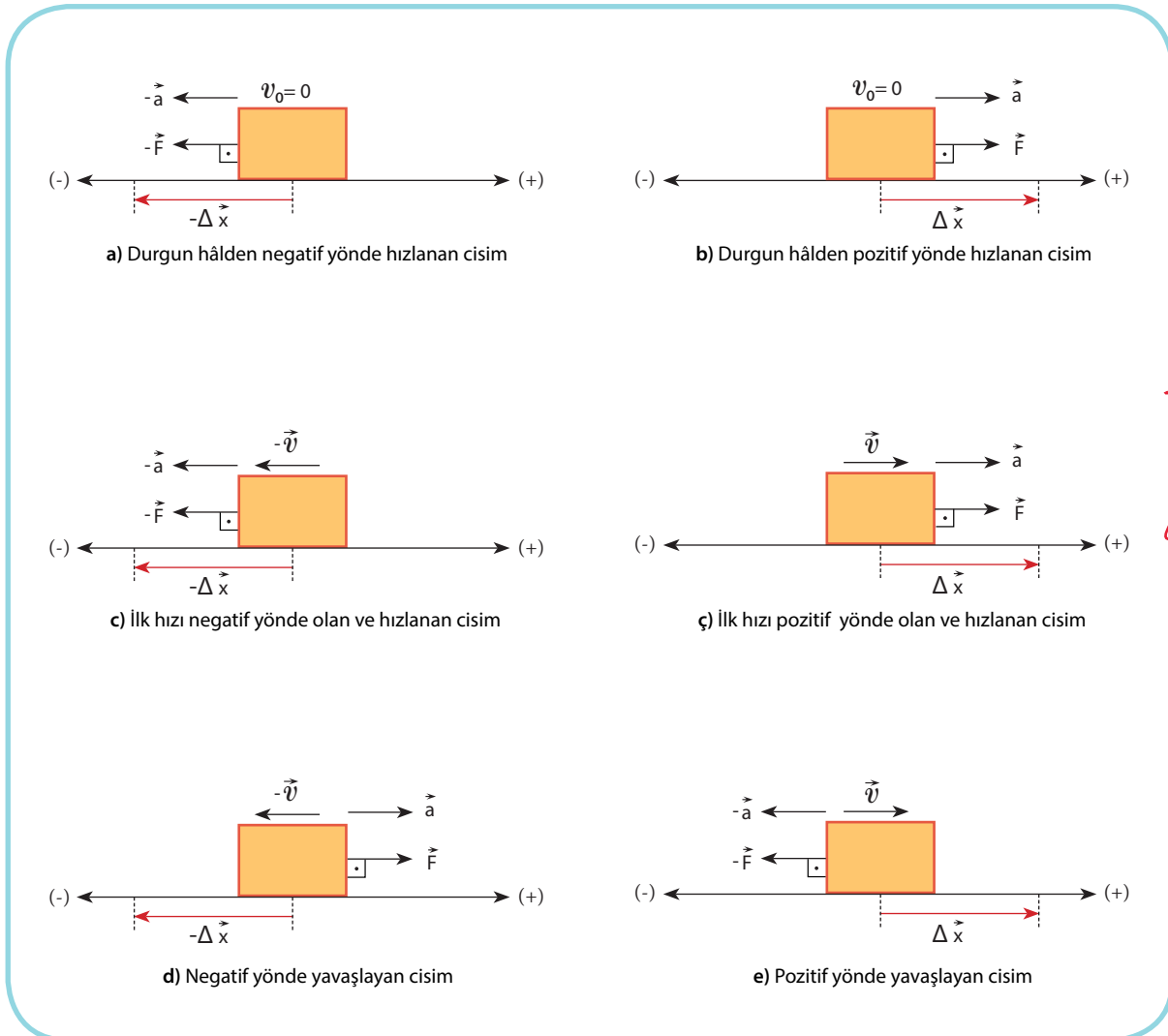
## A) BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET GRAFİK VE DENKLEMLERİ



Hangi durumlarda bir boyutta sabit ivmeli hareket yapılabilir?

Araba, tramvay, uçak gibi araçlar ivmeli hareket yapabilir. Yüksek bir yerden denize atlayan yüzücünün, kalkış ve duruşu sırasında asansörün, yukarıya doğru atıldığında çıkış ve iniş yapan topun hareketi de ivmelidir. Hareketinin konum, hız ve ivmesinin zamana bağlı olarak çizilen grafiklerinin incelenmesi, hareket türlerinin anlaşılmasını kolaylaştırır. Aynı zamanda bu grafiklerle hareket denklemlerine ulaşılarak hareketin analiz edilmesi sağlanır.

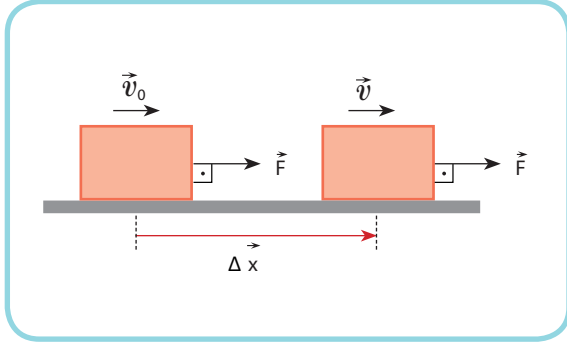
Cisimler, doğrusal bir eksen üzerinde farklı yönlerde hareket edebilir ve cisimlerin hareket şekline göre yer değiştirme, hız ve ivmelerinin yönleri farklılık gösterebilir.  $\vec{F}_{\text{net}} = m \cdot \vec{a}$  ifadesine göre bir cisme uygulanan net kuvvet ile cismin ivmesi her zaman aynı yönlüdür. Ancak kuvvet, hız ve yer değiştirmeye farklı yönde olabilir. Cisme uygulanan net kuvvetin yönü, cismin hareketi yönünde ise cisim hızlanır; hareketine ters yönde ise yavaşlar. Bir cismin kuvvet, ivme, hız ve yer değiştirmelerinin yönleri Şekil 1.35'te gösterilmiştir.



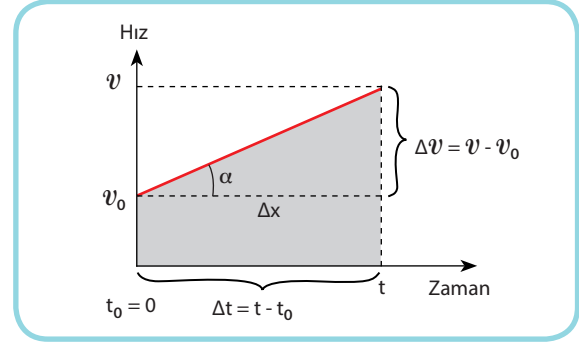
Şekil 1.35: Cisimlerin kuvvet, ivme, hız ve yer değiştirmelerinin yönleri

*Örnek*

Bir boyutta sabit ivmeli hareket; düzgün hızlanan doğrusal hareket ve düzgün yavaşlayan doğrusal hareket olmak üzere iki bölümde incelenir.



Şekil 1.36: Düzgün hızlanan doğrusal hareket yapan cisim



Grafik 1.1: Düzgün hızlanan doğrusal hareket yapan cismin hız-zaman grafiği

$\vec{v}_0$  ilk hızına sahip bir hareketli t süre sonra sürtünmelerin ihmal edildiği doğrusal yolda düzgün hızlanarak hızını  $\vec{v}$  'ye çıkarmıştır (Şekil 1.36). Bu hareketlinin hız-zaman grafiği Grafik 1.1'deki gibidir. Hız-zaman grafiğinde grafiğin eğimi ivmeyi verir. İvmenin matematiksel modelinden cismin son hızı

$$\text{Eğim} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \implies a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{v - v_0}{t - 0} \implies v - v_0 = a \cdot t$$

$$v = v_0 + a \cdot t \quad \text{olarak bulunur.}$$

Hız-zaman grafiklerinde grafik ile yatay eksen arasında kalan alan, yer değiştirmeyi vermektedir. Buna göre

$$\text{Alan} = \Delta x = \frac{(v + v_0)t}{2} \quad \text{olur.}$$

$v = v_0 + a \cdot t$  bağıntısı  $\Delta x$  ifadesinde yerine yazılırsa yer değiştirme

$$\Delta x = \frac{(v_0 + a \cdot t + v_0)t}{2} = \frac{2v_0 \cdot t + a \cdot t^2}{2}$$

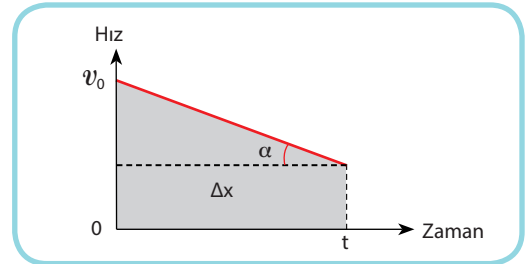
$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \text{olarak bulunur.}$$

$v = v_0 + a \cdot t$  bağıntısından  $t = \frac{v - v_0}{a}$  elde edilir. t eşitliği  $\Delta x = \frac{(v + v_0)t}{2}$  bağıntısında yerine yazılırsa

$$\Delta x = \frac{(v + v_0) \cdot (v - v_0)}{2a} = \frac{v^2 - v \cdot v_0 + v \cdot v_0 - v_0^2}{2a} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta x \quad \text{elde edilir. Bu ifadeye **zamansız hız denklemi** denir.}$$

Düzgün yavaşlayan doğrusal hareket için de grafiğin eğim ve alan bilgileri kullanılarak hareket denklemlerine ulaşılır. Hareketin ivmesi negatif olduğu için grafiğin eğimi negatif değer alır (Grafik 1.2). Elde edilen hız ve yer değiştirme denklemlerinde ivme negatif kullanılarak denklemler yazılır.



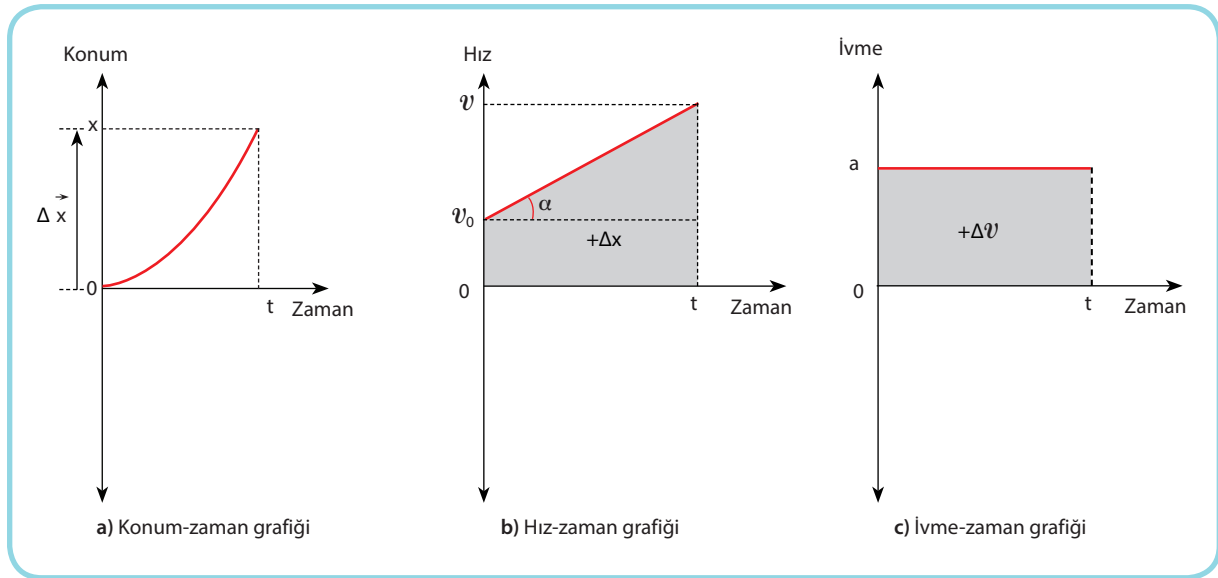
Grafik 1.2: Düzgün yavaşlayan doğrusal hareket yapan cismin hız-zaman grafiği

Pozitif yönde düzgün hızlanan ve negatif yönde düzgün yavaşlayan doğrusal hareket yapan cisimlerin ivmesi (+) değer alır. Buna göre hareket denklemleri Tablo 1.3'teki gibidir.

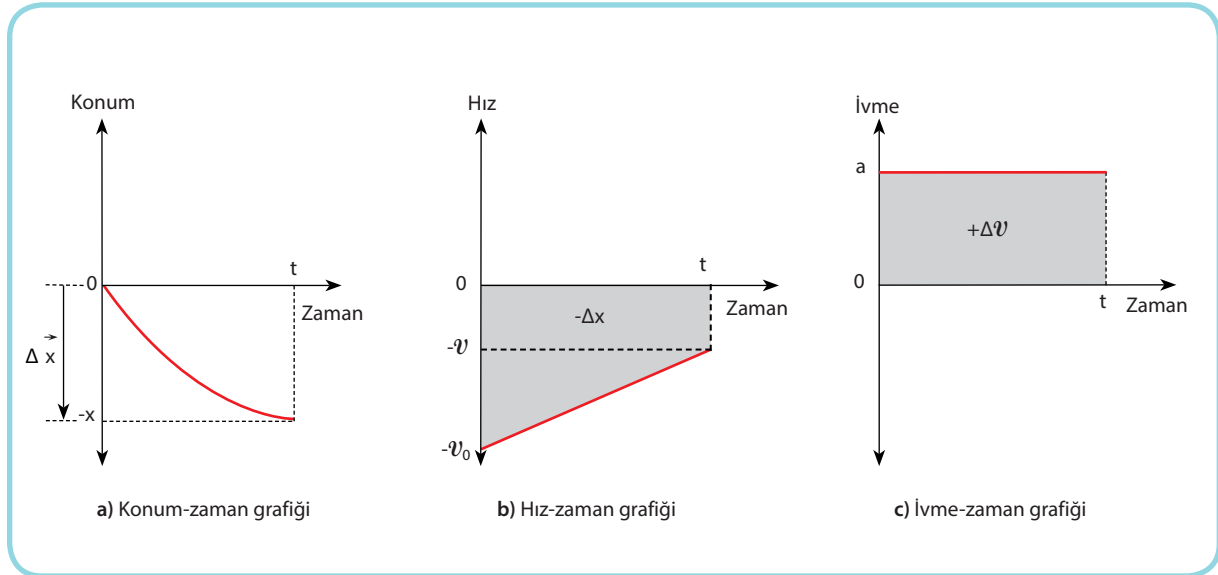
Tablo 1.3: Bir Boyutta Sabit ve Pozitif İvmeli Hareket Denklemleri

Hız Denklemi	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t$
Yer Değiştirme Denklemi	$\Delta \vec{x} = \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \vec{a} \cdot t^2$
Zamansız Hız Denklemi	$v^2 = v_0^2 + 2 \vec{a} \cdot \Delta \vec{x}$

Tablodaki hareket denklemlerine göre  $t = 0$  anında  $x = 0$  noktasından harekete başlayan cisimlerin grafikleri çizilebilir. Grafik 1.3'te pozitif yönde düzgün hızlanan ve Grafik 1.4'te negatif yönde düzgün yavaşlayan cisimlerin konum, hız ve ivmelerinin zamana bağlı değişim grafikleri verilmiştir.



Grafik 1.3: Pozitif yönde düzgün hızlanan cismin hareket grafikleri



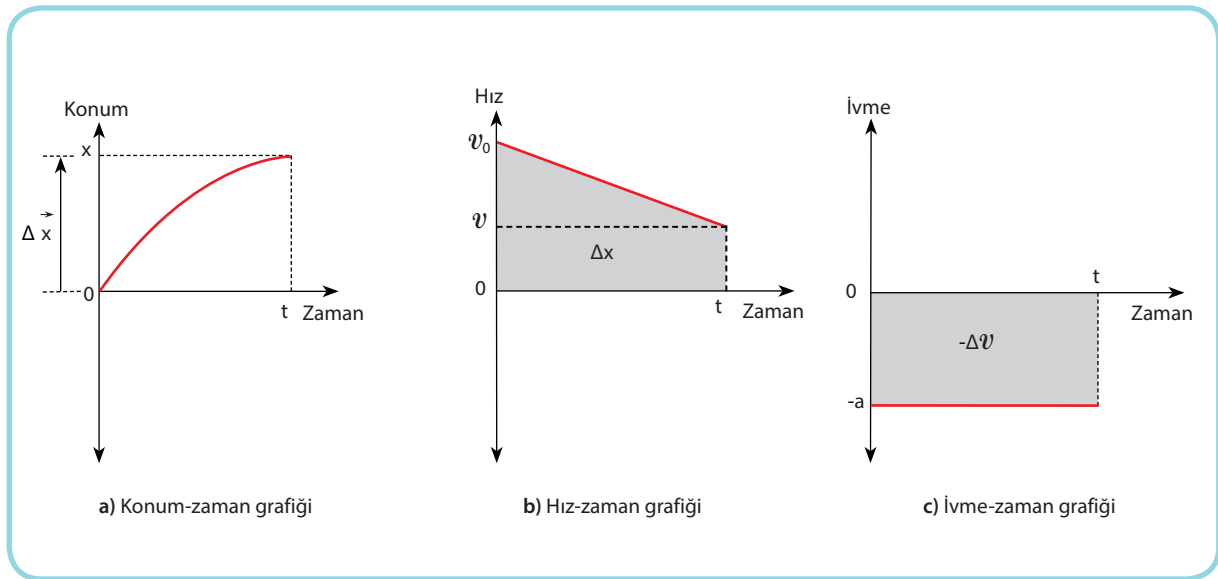
Grafik 1.4: Negatif yönde düzgün yavaşlayan cismin hareket grafikleri

Pozitif yönde düzgün yavaşlayan ve negatif yönde düzgün hızlanan doğrusal hareket yapan cismin ivmesi (-) değer alır. Buna göre hareket denklemleri Tablo 1.4'teki gibidir.

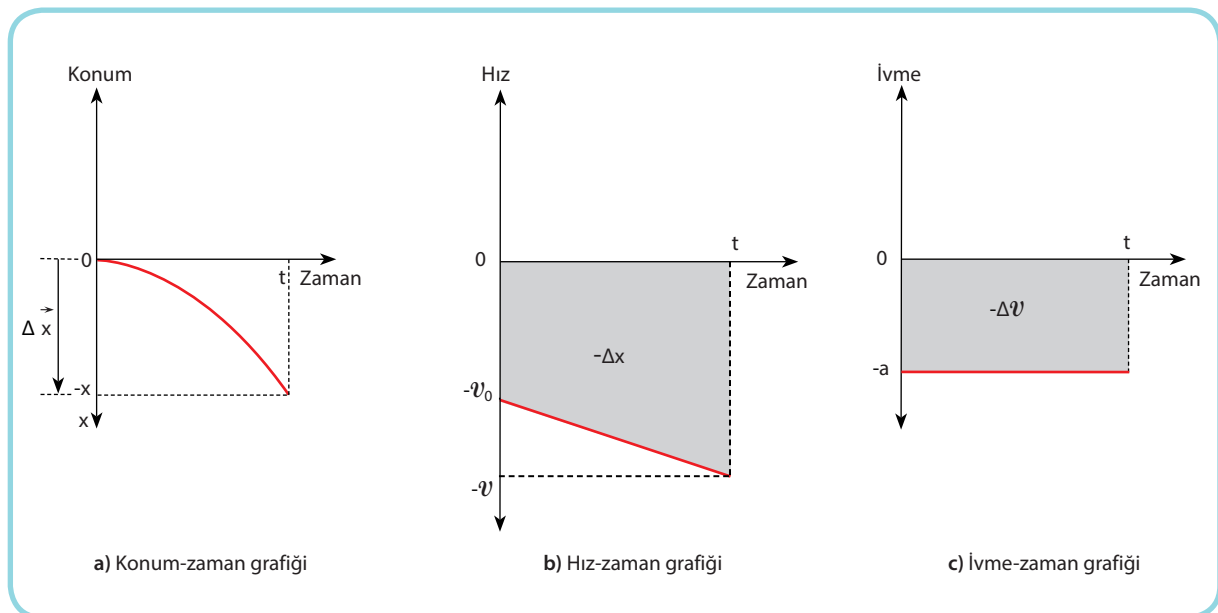
Tablo 1.4: Bir Boyutta Sabit ve Negatif İvmeli Hareket Denklemleri

Hız Denklemi	$\vec{v} = \vec{v}_0 - \vec{a} \cdot t$
Yer Değiştirme Denklemi	$\Delta \vec{x} = \vec{v}_0 \cdot t - \frac{1}{2} \vec{a} \cdot t^2$
Zamansız Hız Denklemi	$v^2 = v_0^2 - 2\vec{a} \cdot \Delta \vec{x}$

Tablodaki hareket denklemlerine göre  $t = 0$  anında  $x = 0$  noktasından harekete başlayan cisimlerin grafikleri çizilebilir. Grafik 1.5'te pozitif yönde düzgün yavaşlayan ve Grafik 1.6'da negatif yönde düzgün hızlanan cisimlerin konum, hız ve ivmelerinin zamana bağlı değişim grafikleri verilmiştir.



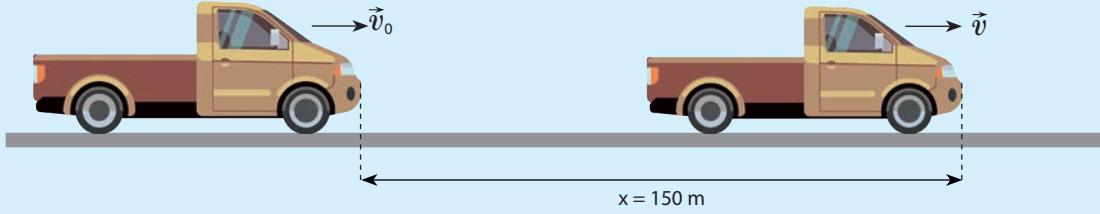
Grafik 1.5: Pozitif yönde düzgün yavaşlayan cismin hareket grafikleri



Grafik 1.6: Negatif yönde düzgün hızlanan cismin hareket grafikleri

## 40. ÖRNEK

Doğrusal bir yolda  $\vec{v}_0$  hızıyla hareket eden kamyonet,  $2 \text{ m/s}^2$  büyüklüğünde sabit ivmeyle hızlanarak 5 s'de 150 m yol almıştır.



Buna göre

- Kamyonetin ilk hızının büyüklüğü kaç m/s olur?
- Kamyonetin son hızının büyüklüğü kaç m/s olur?

## ÇÖZÜM

- Kamyonet düzgün hızlanan doğrusal hareket yapmıştır. Yer değiştirme denkleminde yararlanılarak

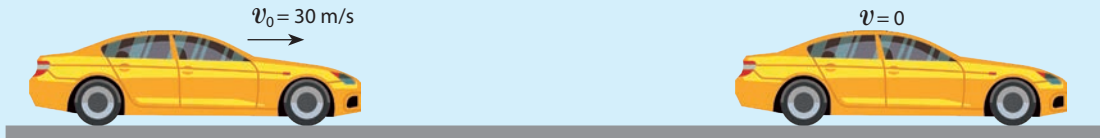
$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \Rightarrow 150 = v_0 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 \Rightarrow 5v_0 = 150 - 25 \Rightarrow v_0 = 25 \text{ m/s olur.}$$

- Hız denkleminde yararlanılarak

$$v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow v = 25 + 2 \cdot 5 \Rightarrow v = 35 \text{ m/s olur.}$$

## 41. ÖRNEK

Doğrusal yolda  $30 \text{ m/s}$  büyüklüğündeki sabit hızla ilerleyen bir otomobilin sürücüsü, frene basarak otomobilin  $6 \text{ m/s}^2$  büyüklüğünde sabit ivmeyle yavaşlayıp durmasını sağlamıştır.



Buna göre

- Otomobil kaç s sonra durur?
- Otomobil duruncaya kadar kaç m yol alır?

## ÇÖZÜM

- Araba düzgün yavaşlayan doğrusal hareket yaparak durur ve son hızı sıfır olur. Hız denkleminde yararlanılarak

$$v = v_0 - a \cdot t \Rightarrow 0 = 30 - 6t \Rightarrow 6t = 30 \Rightarrow t = 5 \text{ s bulunur.}$$

- Yer değiştirme denkleminde yararlanılarak

$$\Delta x = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} a \cdot t^2 \Rightarrow \Delta x = 30 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5^2 \Rightarrow \Delta x = 150 - 3 \cdot 25 \Rightarrow \Delta x = 150 - 75$$

$$\Delta x = 75 \text{ m bulunur.}$$



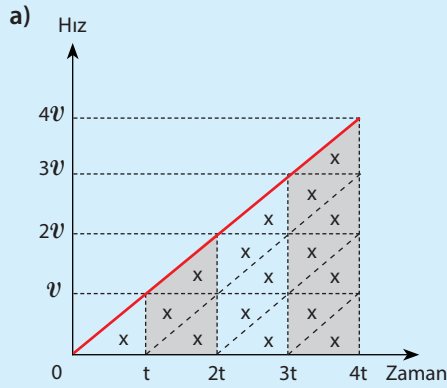
## 42. ÖRNEK

Durgun hâldeki bir cisim doğrusal yolda  $t = 0$  anında  $x = 0$  konumundan sabit ivme ile harekete başlayarak  $t$  sürede  $\mathcal{V}$  büyüklüğünde hıza ulaşır  $x$  kadar yer değiştirmektedir.

Cisim aynı ivme ile hareketine devam ettiğine göre

- Cismin hız-zaman grafiğini çizerek  $t-2t$ ,  $2t-3t$  ve  $3t-4t$  zaman aralıklarındaki yer değiştirmelerinin büyüklüklerinin kaç  $x$  olduğunu bulunuz.
- Cismin konum-zaman grafiğini çiziniz.

## ÇÖZÜM



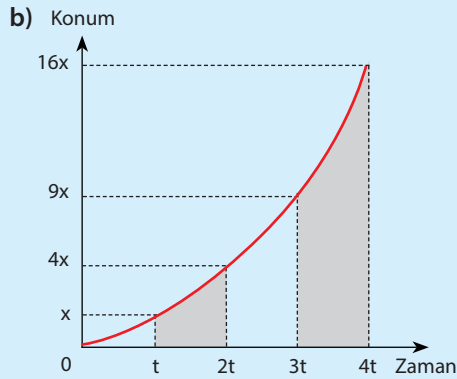
Hareket sabit ivmeli olduğundan eşit zaman aralıklarındaki hız değişimleri eşittir. Cismin  $t$  anındaki hızının büyüklüğü  $\mathcal{V}$  olduğuna göre  $2t$  anındaki hızı  $2\mathcal{V}$ ,  $3t$  anındaki hızı  $3\mathcal{V}$  ve  $4t$  anındaki hızının büyüklüğü  $4\mathcal{V}$ 'dir. Hız-zaman grafiğinin altında kalan alan cismin yaptığı yer değiştirmeyi verir.

$0-t$  zaman aralığında grafik ile yatay eksen arasında kalan alan  $x$  kabul edilirse

$t-2t$  zaman aralığında  $3x$ ,

$2t-3t$  zaman aralığında  $5x$ ,

$3t-4t$  zaman aralığında  $7x$  kadar yer değiştirir.



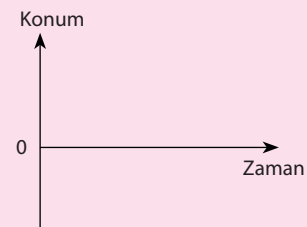
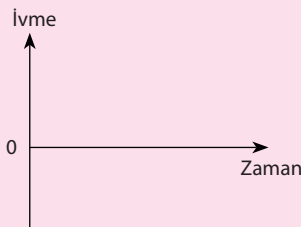
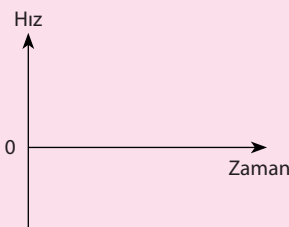
Durgun hâlden harekete başlayan düzgün hızlanan harekette cismin art arda gelen  $t$  zaman aralıklarındaki yer değiştirmeleri sırayla  $x$ ,  $3x$ ,  $5x$ ,  $7x$ ... olur. Buna göre konum-zaman grafiği şekildeki gibi olur.

## 32. ALIŞTIRMA

İlk hızı  $\vec{v}_0$  olan bir araç  $t = 0$  anında  $x = 0$  konumundan pozitif yönde giderken düzgün yavaşlayarak durmaktadır. Sonra negatif yönde aynı büyüklükteki ivme ile hızlanarak  $-\vec{v}_0$  hızına ulaşmaktadır.

Buna göre cisme ait hız-zaman, ivme-zaman ve konum-zaman grafiklerini çiziniz.

## ÇÖZÜM



## 43. ÖRNEK

Durgun hâldeki bir araba, doğrusal bir yolda sabit ivmeyle harekete geçerek 1. saniyede 10 m yol almıştır.

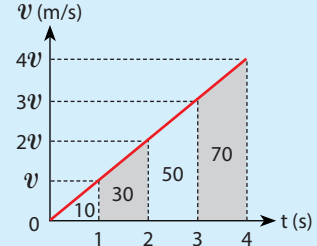
Araç aynı ivmeyle hareketine devam ettiğine göre

- Araba 4. s'de kaç m yer değiştirir?
- Araba 4 s'de kaç m yer değiştirir?

*Örneği*

## ÇÖZÜM

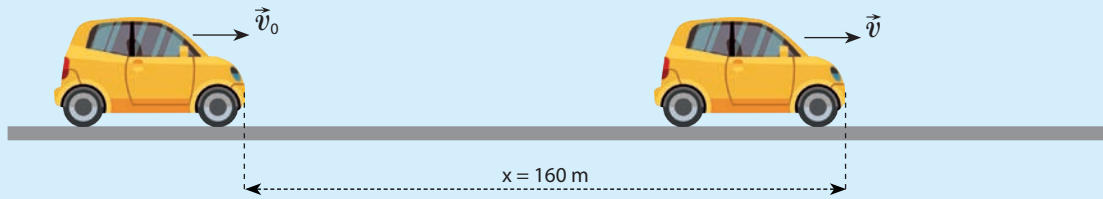
- Hareketin hız-zaman grafiği çizilerek grafik ile yatay eksen arasında kalan alanlar hesaplanarak alınan yollar bulunur.
  1. s'de  $x = 10$  m verilmiştir. Buna göre araba
  2. s'de  $3x = 30$  m
  3. s'de  $5x = 50$  m
  4. s'de  $7x = 70$  m yer değiştirir.



- Araba, 4 s'de  $10 + 30 + 50 + 70 = 160$  m yer değiştirir.

## 44. ÖRNEK

Doğrusal bir yolda  $\vec{v}_0$  hızıyla hareket eden araba  $2 \text{ m/s}^2$  büyüklüğünde sabit ivme ile hızlanarak 8 s'de 160 m yol almaktadır.



Buna göre

- Arabanın ilk hızının büyüklüğü kaç m/s olur?
- Arabanın son hızının büyüklüğü kaç m/s olur?

## ÇÖZÜM

- Düzgün hızlanan doğrusal hareketliye ait hız-zaman grafiği şekildeki gibidir.

Buna göre hareketlinin hız değişimi

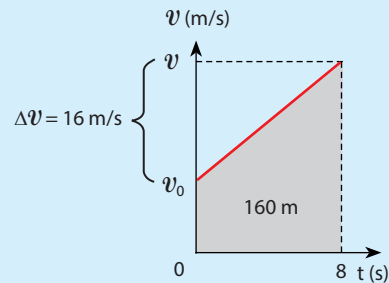
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{\Delta v}{8} \Rightarrow \Delta v = 2 \cdot 8 \Rightarrow \Delta v = 16 \text{ m/s olur.}$$

$v = v_0 + \Delta v = v_0 + 16$  olur. Hız-zaman grafiğinde grafik ile yatay eksen arasında kalan alan yer değiştirmeyi vereceğinden

$$\Delta x = \frac{(v_0 + v)t}{2} \Rightarrow 160 = \frac{(v_0 + v_0 + 16) \cdot 8}{2}$$

$$320 = (2v_0 + 16) \cdot 8 \Rightarrow 40 = 2v_0 + 16 \Rightarrow 2v_0 = 24 \Rightarrow v_0 = 12 \text{ m/s olarak bulunur.}$$

- Cismin son hızı  $v = v_0 + \Delta v \Rightarrow v = 12 + 16 \Rightarrow v = 28 \text{ m/s olur.}$

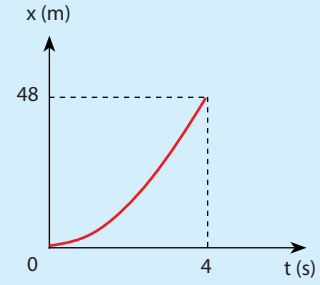


## 45. ÖRNEK

Doğrusal bir yolda durgun hâlden sabit ivmeyle harekete başlayan arabanın konum-zaman grafiği şekildeki gibidir.

Buna göre

- Arabanın 4 s sonraki hızının büyüklüğü kaç m/s olur?
- Arabanın ivmesinin büyüklüğü kaç  $m/s^2$  olur?
- Arabanın 3 s sonraki hızının büyüklüğü kaç m/s olur?



## ÇÖZÜM

- Hareketlinin hız-zaman grafiği çizildiğinde grafik ile yatay eksen arasında kalan alan yer değiştirmeye eşittir ve 48 m'dir.

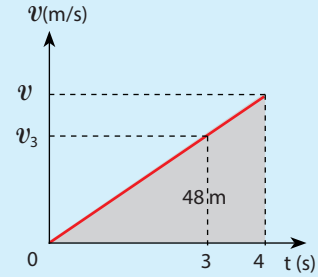
$$\text{Alan} = \Delta x = \frac{v \cdot t}{2}$$

$$48 = \frac{v \cdot 4}{2} \Rightarrow 48 = 2v \Rightarrow v = 24 \text{ m/s olur.}$$

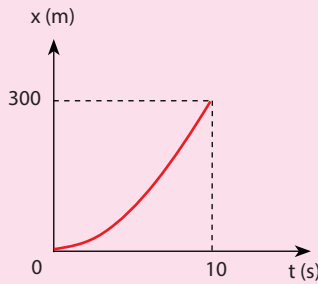
- Grafiğin eğiminden ivme  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{24}{4} = 6 \text{ m/s}^2$  olur.

- Hareketlinin 3 s sonraki hızı  $v_3$  ise

$$v_3 = v_0 + a \cdot t \Rightarrow v_3 = 0 + 6 \cdot 3 \Rightarrow v_3 = 18 \text{ m/s olur.}$$



## 33. ALIŞTIRMA



$t = 0$  anındaki hızının büyüklüğü 15 m/s olan hareketli doğrusal yolda sabit ivmeyle hareket etmektedir.

Hareketlinin konum-zaman grafiği şekildeki gibi olduğuna göre

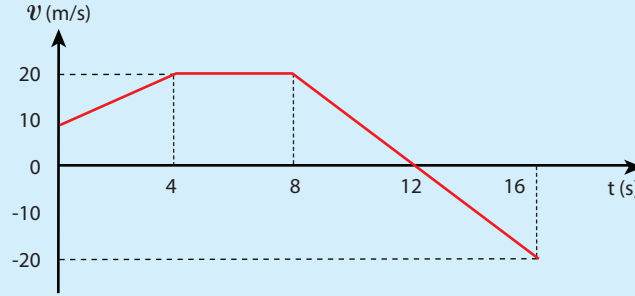
- 10 s sonraki hızının büyüklüğü kaç m/s olur?
- İvmesinin büyüklüğü kaç  $m/s^2$  olur?
- 4 s sonraki hızının büyüklüğü kaç m/s olur?

## ÇÖZÜM



## 46. ÖRNEK

Doğrusal bir yolda  $x = 0$  konumundan harekete başlayan aracın hız-zaman grafiği şekildeki gibidir.

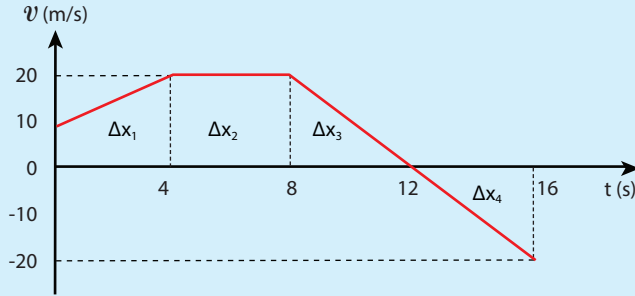


Buna göre

- Aracın 16 s'de yaptığı yer değişimi kaç m olur?
- Aracın tüm hareketine ait konum-zaman grafiğini çiziniz.
- Aracın ilk hareketi 20 m konumundan başlamış ise konum-zaman grafiğini çiziniz.

## ÇÖZÜM

- Hız-zaman grafiğinde grafik ile yatay eksen arasında kalan alan, yer değişimi verir. Grafikte farklı hareket durumları için yer değişimleri  $\Delta x_1$ ,  $\Delta x_2$ ,  $\Delta x_3$  ve  $\Delta x_4$  olarak gösterilmiştir. Yer değişimlerinin cebirsel toplamı, toplam yer değişimi verir. Buna göre



$$\Delta x_1 = \frac{(10 + 20) \cdot 4}{2} = 60 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = 20 \cdot 4 = 80 \text{ m}$$

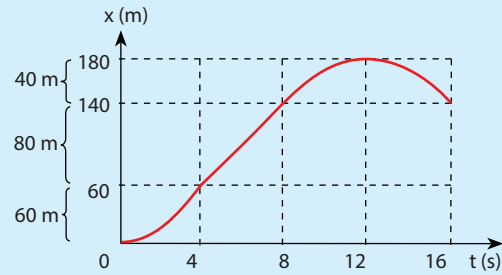
$$\Delta x_3 = \frac{20 \cdot 4}{2} = 40 \text{ m}$$

$$\Delta x_4 = \frac{-20 \cdot 4}{2} = -40 \text{ m}$$

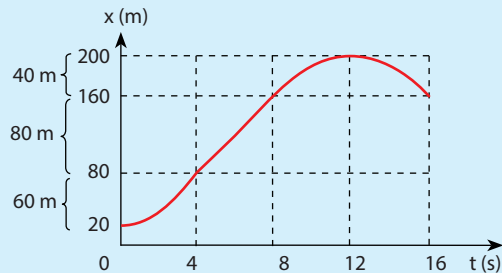
$$\Delta x = 60 + 80 + 40 - 40$$

$$\Delta x = 140 \text{ m olur.}$$

- Araç; 0-4 s arasında (+) yönde düzgün hızlanan hareket, 4-8 s arasında (+) yönde sabit hızlı hareket, 8-12 s arasında (+) yönde düzgün yavaşlayan hareket ve 12-16 s arasında (-) yönde düzgün hızlanan hareket yapmıştır. Buna göre aracın hareketine ait konum-zaman grafiği şekildeki gibi olur.

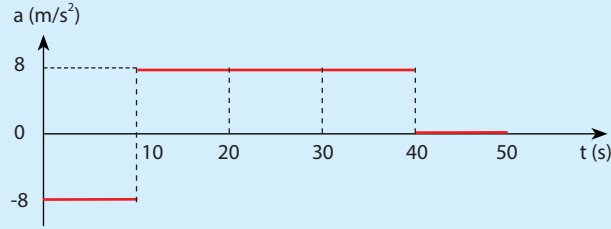


- Aracın başlangıç konumunun 20 metrede olması 0-4 s, 4-8 s, 8-12 s ve 12-16 s arasındaki hareketinde değişiklik oluşturmaz. Yalnız başlangıç konumunu değiştirir. Buna göre aracın hareketine ait konum-zaman grafiği şekildeki gibi olur.



## 47. ÖRNEK

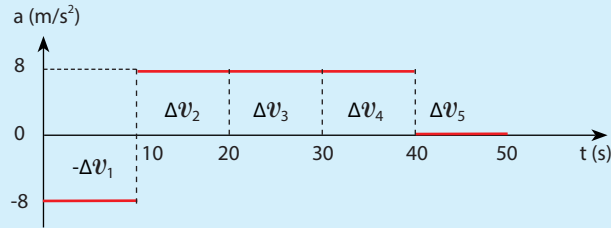
Doğrusal bir yolda ilk hızı sıfır olan cismin ivme-zaman grafiği şekildeki gibidir.



Buna göre hareketliye ait hız-zaman grafiğini çiziniz.

## ÇÖZÜM

İvme-zaman grafiğinde grafik ile yatay eksen arasında kalan alan, hız değişimini verir. Grafikte farklı hareket durumları için hız değişimleri  $\Delta v_1$ ,  $\Delta v_2$ ,  $\Delta v_3$  ve  $\Delta v_4$  olarak gösterilmiştir. Bu büyüklüklerin cebirsel toplamı, hız değişimini verir.



Buna göre  $\Delta v_1 = \text{Alan} = -8 \cdot 10 = -80 \text{ m/s}$

Cismin hızındaki değişim  $-80 \text{ m/s}$ 'dir. İlk hızı sıfır olan cisim, negatif yönde düzgün hızlanır ve 10 s'de hızının büyüklüğü  $80 \text{ m/s}$  olur.

$$\Delta v_2 = 8 \cdot 10 = 80 \text{ m/s}$$

Cismin hızı  $+80 \text{ m/s}$  değişmiştir. 20 s sonraki hızı  $\Delta v_1 + \Delta v_2 = -80 + 80 = 0$  olur.

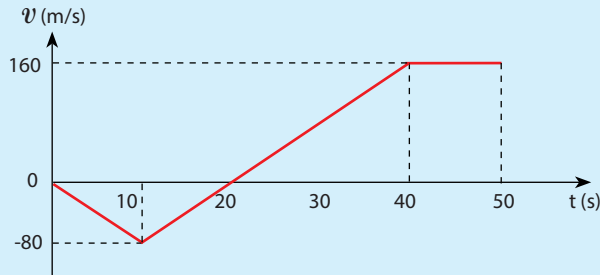
$$\Delta v_3 = 8 \cdot 10 = 80 \text{ m/s} \quad \Delta v_4 = 8 \cdot 10 = 80 \text{ m/s}$$

Cismin 40 s sonraki hızı  $\Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_3 + \Delta v_4 = +160 \text{ m/s}$  olur.

$$\Delta v_5 = 0$$

Cismin 50 s sonraki hızı  $+160 \text{ m/s}$  olur.

Buna göre hareketliye ait hız-zaman grafiği aşağıdaki gibi olur.

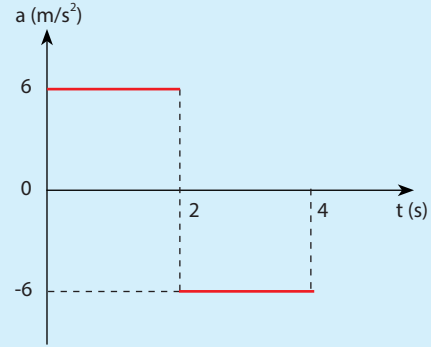


## 48. ÖRNEK

Bir aracın ivme-zaman grafiği verilmiştir.

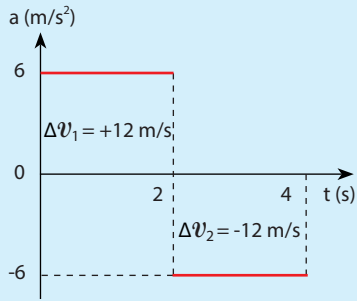
Buna göre hareketliye ait

- İlk hızı  $v = 0$  olan aracın hız-zaman grafiğini çiziniz.
- $x = 0$  konumunda olan aracın ilk hızı  $v = 0$  ise konum-zaman grafiğini çiziniz.
- İlk hızı  $6 \text{ m/s}$  ise hız-zaman grafiğini çiziniz.
- İlk hızı  $-6 \text{ m/s}$  ise hız-zaman grafiğini çiziniz.



## ÇÖZÜM

- a) İvme-zaman grafiğinde grafik ile yatay eksen arasında kalan alan hız değişimini verir.

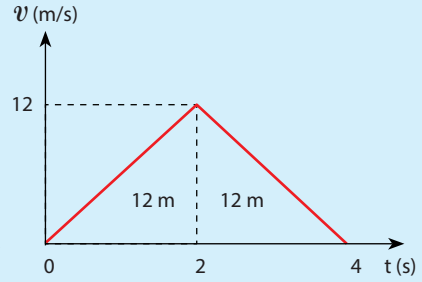


$$v = v_0 + \Delta v$$

$$v_0 = 0$$

$$v_1 = 0 + 12 = 12 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 0 + 12 - 12 = 0 \text{ olur.}$$

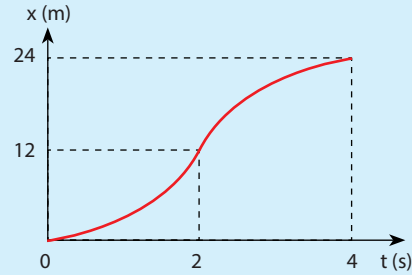


- b) Hız-zaman grafiğinin altındaki alandan

$$t = 0 \quad x = 0$$

$$t_1 = 2 \text{ s} \quad x_1 = 0 + 12 = 12 \text{ m}$$

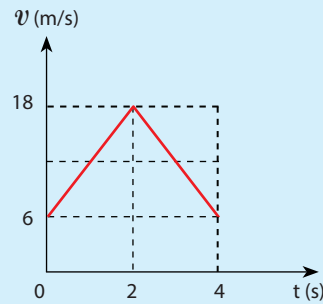
$$t_2 = 4 \text{ s} \quad x_2 = 0 + 12 + 12 = 24 \text{ m olur.}$$



- c)  $t = 0 \quad v_0 = 6 \text{ m/s}$

$$t_1 = 2 \text{ s} \quad v_1 = 6 + 12 = 18 \text{ m/s}$$

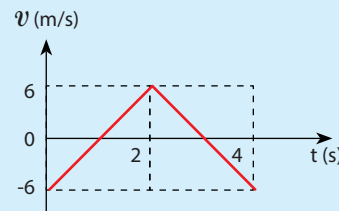
$$t_2 = 4 \text{ s} \quad v_2 = 6 + 12 - 12 = 6 \text{ m/s olur.}$$



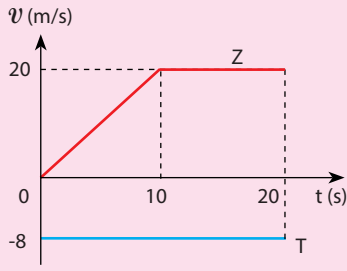
- ç)  $t = 0 \quad v_0 = -6 \text{ m/s}$

$$t_1 = 2 \text{ s} \quad v_1 = -6 + 12 = 6 \text{ m/s}$$

$$t_2 = 4 \text{ s} \quad v_2 = -6 + 12 - 12 = -6 \text{ m/s olur.}$$



## 34. ALIŞTIRMA



$t = 0$  anında  $x = 0$  konumunda yan yana olan Z ve T araçları doğrusal yolda ilerlemektedir. Bu araçlara ait hız-zaman grafiği şekildeki gibidir.

Buna göre

- 20 s sonra araçlar arasındaki uzaklık kaç m olur?
- Z aracının 6 s sonra hızının büyüklüğü kaç m/s olur?
- Z aracına ait konum-zaman grafiğini çiziniz.

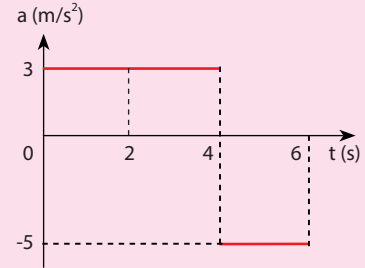
## ÇÖZÜM



## 35. ALIŞTIRMA

Doğrusal bir yolda ilk hızı 5 m/s olan hareketlinin ivme-zaman grafiği şekildeki gibidir.

Buna göre hareketlinin 6 s sonundaki hızının büyüklüğü kaç m/s olur?

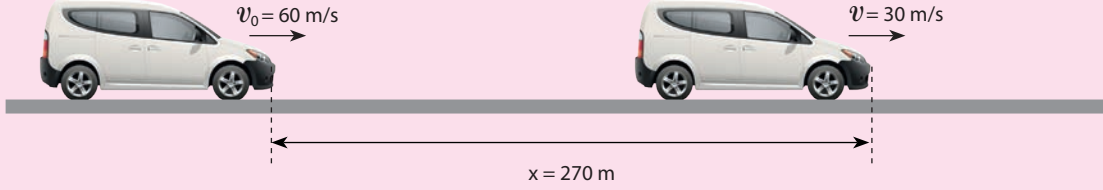


## ÇÖZÜM



## 36. ALIŞTIRMA

Doğrusal bir yolda 60 m/s büyüklüğünde hızla ilerlemekte olan aracın şoförü frene basarak aracın sabit ivmeyle yavaşlamasını sağlamıştır.



Araç, hızının büyüklüğü 30 m/s olana kadar 270 m yol aldığına göre

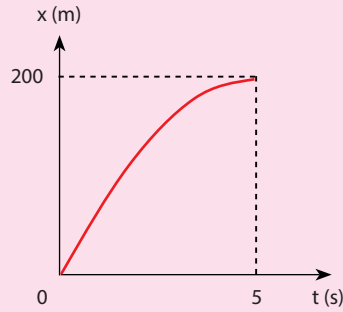
- Aracın hızının büyüklüğü kaç s sonra 60 m/s'den 30 m/s'ye düşer?
- Aracın ivmesinin büyüklüğü kaç  $m/s^2$  olur?

## ÇÖZÜM



## 37. ALIŞTIRMA

$t = 0$  anındaki hızının büyüklüğü 55 m/s olan araba doğrusal yolda sabit ivmeyle hareket etmektedir. Arabanın hareketine ait konum-zaman grafiği şekildeki gibidir.



Buna göre arabanın 5 s sonraki hızının büyüklüğü kaç m/s olur?

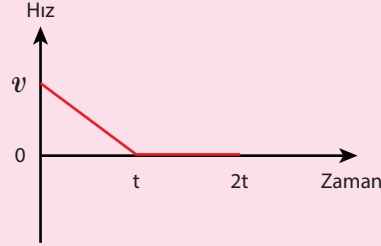
## ÇÖZÜM





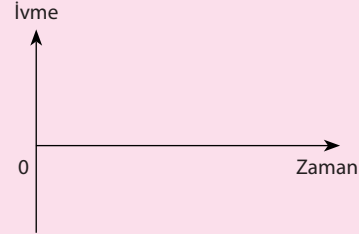
## 38. ALIŞTIRMA

Doğrusal bir yolda  $x = 0$  konumundan  $\vec{v}$  hızıyla harekete başlayan cismin hız-zaman grafiği aşağıda verilmiştir.



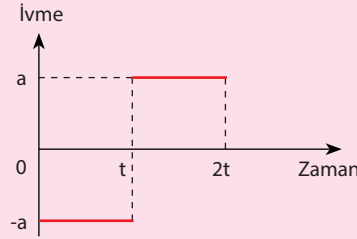
Buna göre cismin hareketine ait konum-zaman ve ivme-zaman grafiklerini çiziniz.

## ÇÖZÜM



## 39. ALIŞTIRMA

Doğrusal bir yolda,  $t = 0$  anında  $x = 0$  konumundan  $v$  büyüklüğünde hız ile harekete başlayan cismin ivme-zaman grafiği aşağıda verilmiştir. Cismin  $t$  süredeki hız değişiminin büyüklüğü  $v$  ve yer değiştirmesinin büyüklüğü  $x$ 'tir.



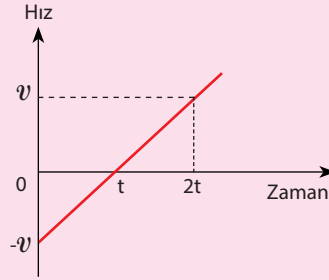
Buna göre cismin hareketini yorumlayarak harekete ait konum-zaman ve hız-zaman grafiklerini çiziniz.

## ÇÖZÜM



## 40. ALIŞTIRMA

Doğrusal bir yolda  $x = 0$  konumundan  $-\vec{v}$  hızıyla harekete başlayan cismin hız-zaman grafiği aşağıda verilmiştir.

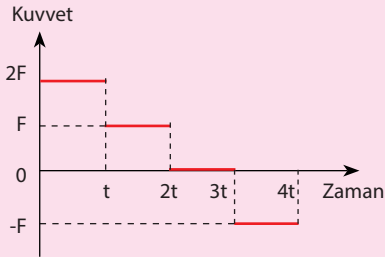


Buna göre cismin hareketine ait konum-zaman ve ivme-zaman grafiklerini çiziniz.

## ÇÖZÜM



## 41. ALIŞTIRMA

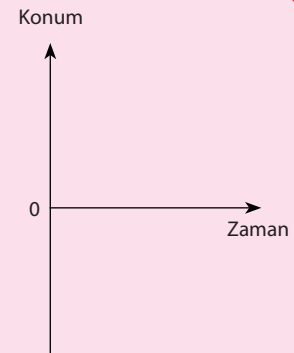
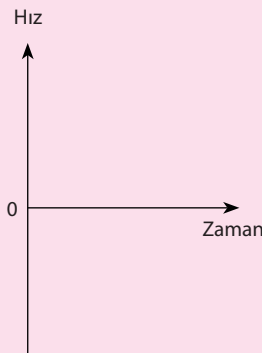
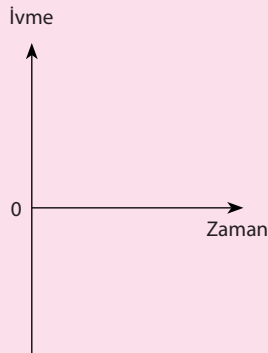


Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlemde durmakta olan m kütleli bir cisme ait kuvvet-zaman grafiği verilmiştir.

Buna göre  $t = 0$  anında  $x = 0$  konumunda olan cismin

- İvme-zaman
- Hız-zaman
- Konum-zaman grafiklerini çiziniz.

## ÇÖZÜM



## B) HAVA DİRENCİNİN İHMAL EDİLDİĞİ ORTAMDA DÜŞME HAREKETİ

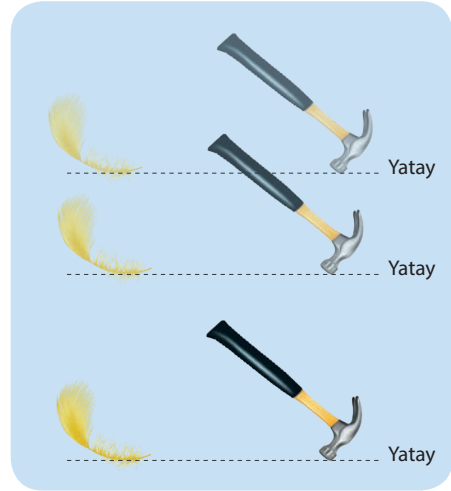
Dünya'nın cisimlere çekim kuvveti uyguladığı bilinmektedir. Bu kuvvetin yönü Dünya'nın merkezine doğrudur. Gök cisimlerinin birim kütleye uyguladığı çekim kuvvetine o gök cisminin **çekim ivmesi** denir ve  $\vec{g}$  sembolü ile gösterilir. Dünya'nın çekim ivmesi Dünya anlamına gelen "yer" kelimesi ile ifade edilerek yer çekimi ivmesi olarak adlandırılır. Dünya üzerinde bulunulan konuma göre yer çekimi ivmesi farklı değerler alabilir. Örneğin Ekvator'da  $9,78 \text{ m/s}^2$  iken kutuplarda  $9,83 \text{ m/s}^2$  dir.



Hava direncinin ihmal edildiği ortamda serbest düşmeye bırakılan cisimlerin ivmesi, kütlelerine bağlı mıdır?

Düşen cisimlerle ilgili fikir öne sürdüğü bilinen ilk bilim insanı, Aristo'dur (MÖ 384-322). Aristo'nun "Ağır cisimler hafif cisimlerden önce düşer." fikri yanlış olmasına rağmen 1600'lere kadar kabul görmüştür. Düşen cisimlerle ilgili bugünkü bilgileri ilk ortaya koyan bilim insanı ise İtalyan Galileo Galilei'dir [Galileo Galilei (1564-1642)]. Galilei'nin Pisa (Pizza) Kulesi'nden aynı anda bıraktığı farklı ağırlıktaki iki cismin hemen hemen aynı anda yere düştüğünü gösteren bir deney yaptığı söylenir. Bu deneyin yapıldığı kesin olmamakla birlikte eğik düzlemler üzerinde konuyla ilgili deneyler yapıldığı bilinir. Eğik düzlemi, ivmeyi azaltmak için kullanır. Küçük bir topu eğik düzleme bırakıp topun ardışık eşit zaman aralıklarında aldığı yolu ölçmüştür. Bu deneyler sayesinde serbest düşen bir cismin hareketine ait sonuçlara ulaşmıştır.

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda ilk hızlı olarak bırakılan cisimler, yalnız çekim kuvveti etkisinde hareket eder. Bu harekete, **serbest düşme hareketi** denir. Cisim, yer çekim kuvveti etkisinde hızlanarak yeryüzüne düşer. Hava direncinin ihmal edildiği ortamda bir taş ile bir kâğıt bardak aynı yükseklikten aynı anda serbest bırakılırsa eşit çekim ivmesi ile hızlanıp aynı anda yere düşer. 2 Ağustos 1971 tarihinde böyle bir deney, Astronot David Scott (Deyvid Sıkat) tarafından Ay'da yapılmıştır. David Scott'ın aynı anda bıraktığı bir çekiç ile bir tüy, eş zamanlı olarak Ay yüzeyine düşmüştür (Görsel 1.6).



Görsel 1. 6: Havasız ortamda aynı yükseklikten serbest bırakılan tüy ve çekiğin eşit zaman aralıklarındaki konumları

### 42. ALIŞTIRMA

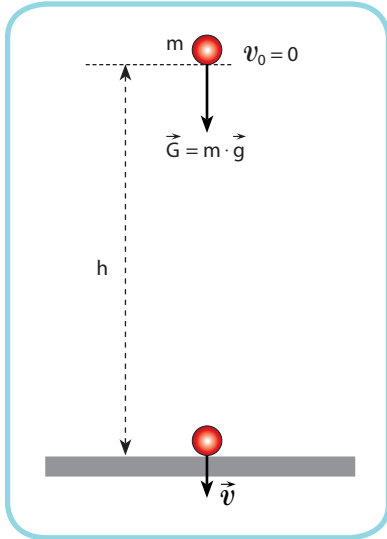
Ekvator'da hava direncinin ihmal edildiği durumda h yüksekliğinden serbest bırakılan m kütleli cisim, t süre sonra  $v$  büyüklüğünde hızla yere çarpmaktadır.

Buna göre

- Daha büyük kütleli bir cisim aynı yükseklikten bırakılırsa hareket süresi ve yere çarpma hızı nasıl değişir?
- m kütleli cisim, Kuzey Kutup noktasında h yüksekliğinden bırakılırsa yere çarpma hızı ve hareket süresi Ekvator'daki değerlerine göre nasıl değişir?

### ÇÖZÜM





Şekil 1.37: Hava direnci olmayan ortamda serbest bırakılan m kütleli cisim

Hava direncinin olmadığı ortamda, h yüksekliğinden serbest bırakılan cisme etki eden tek kuvvet, cismin ağırlığıdır (Şekil 1.37). Buna göre

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \vec{G} \\ m \cdot \vec{a} &= m \cdot \vec{g} \\ \vec{a} &= \vec{g} \text{ olur.}\end{aligned}$$

Serbest düşme hareketinde cisim, çekim kuvveti etkisiyle düşey düzlemde düzgün hızlanan doğrusal hareket yapar. Hava direnci ihmal edilen ortamda düşen cisimlerin ivmesi her zaman çekim ivmesidir ve cismin kütlelerine bağlı değildir. Düzgün hızlanan doğrusal hareket denklemlerinde  $\vec{a}$  ivmesi yerine,  $\vec{g}$  çekim ivmesi yazılarak serbest düşme hareketine ait hareket denklemleri Tablo 1.5'teki gibi ifade edilir.

Tablo 1.5: Serbest Düşme Hareketine Ait Hareket Denklemleri

Hız Denklemi	$\vec{v} = \vec{g} \cdot t$
Yer Değiştirme Denklemi	$\vec{h} = \frac{1}{2} \vec{g} \cdot t^2$
Zamansız Hız Denklemi	$v^2 = 2g \cdot h$

#### 49. ÖRNEK

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda m ve 2m kütleli cisimler aynı yükseklikten serbest düşmeye bırakıldığında 3t süre sonunda yere çarpmaktadır.

m kütleli cisim t süre sonunda h kadar yol alıp v büyüklüğünde hıza ulaştığına göre cisimlerin 3t süre boyunca hızları ve düşerken aldıkları yolların büyüklüklerini karşılaştırınız.

#### ÇÖZÜM

$v = g \cdot t$  denkleminde

$$v_1 = g \cdot t = v$$

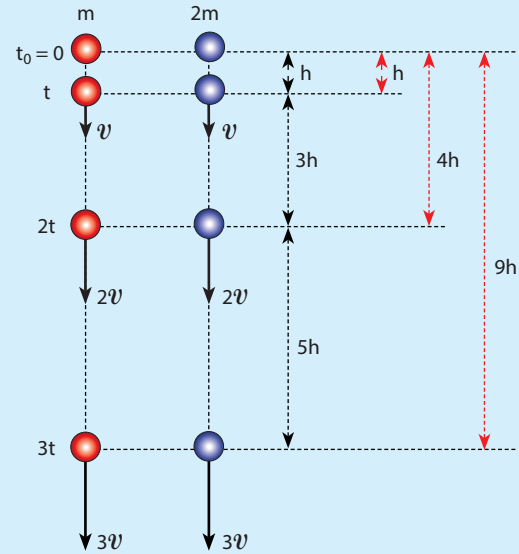
$$h_1 = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = h$$

$$v_2 = g \cdot 2t = 2v$$

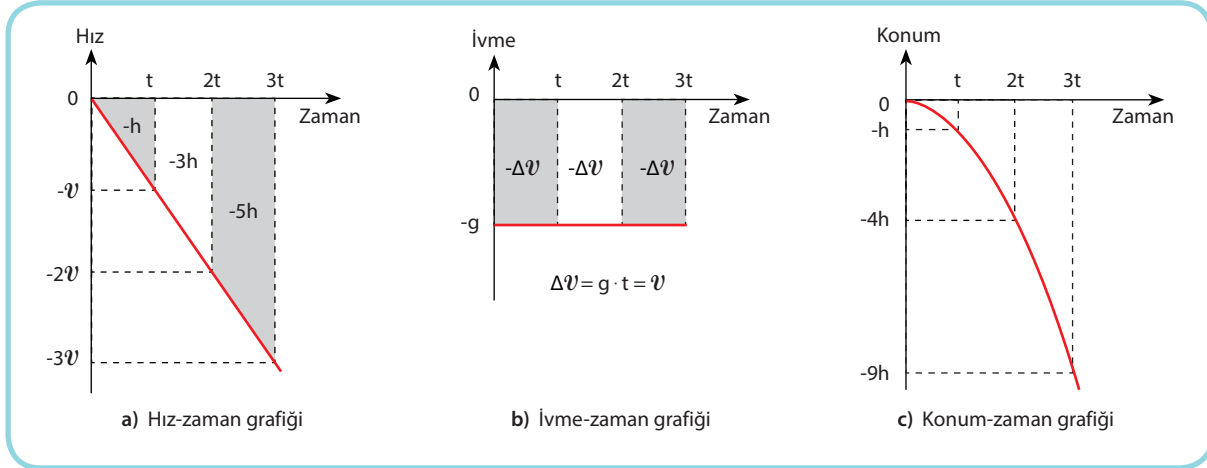
$$h_2 = \frac{1}{2} g \cdot (2t)^2 = 4h$$

$$v_3 = g \cdot 3t = 3v$$

$$h_3 = \frac{1}{2} g \cdot (3t)^2 = 9h \text{ olur.}$$



Hava direncinin ihmal edildiği ortamda serbest düşme hareketi yapan cisme ait grafiklerin özellikleri ile ilk hızı sıfır olan ve düzgün hızlanan doğrusal hareketliye ait grafiklerin özellikleri aynıdır. Aşağı yön (-) seçilerek cismin t sürede  $\mathcal{V}$  büyüklüğünde hızla ulaşıp h kadar düştüğü kabul edilerek çizilen hız-zaman, ivme-zaman ve konum-zaman grafikleri Grafik 1.7'deki gibi olur.



Grafik 1.7: Hava direncinin ihmal edildiği ortamda serbest düşme hareketine ait grafikler

## 50. ÖRNEK

Bir cisim hava direncinin ihmal edildiği ortamda serbest düşmeye bırakılmaktadır.

Buna göre cismin 5 s boyunca her 1 saniyelik zaman aralıklarındaki hız büyüklükleri ve düşme yükseklikleri nasıl olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

### ÇÖZÜM

Serbest düşen cisme ait hareket denklemleri

$$\mathcal{V} = g \cdot t = 10 \cdot t$$

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot t^2 = 5t^2 \text{ olur.}$$

Hareket denklemlerinde t yerine 0, 1, 2, 3, 4 ve 5 değerleri yazılarak aşağıdaki tablo oluşturulur.

Zaman (s)	Hız Büyüklüğü (m/s)	Düşme Yüksekliği (m)
t	$\mathcal{V} = g \cdot t = 10t$	$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 5t^2$
0	0	0
1	10	5
2	20	20
3	30	45
4	40	80
5	50	125

## 43. ALIŞTIRMA

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda bir bilye, yerden 150 m yükseklikten serbest bırakılmaktadır.

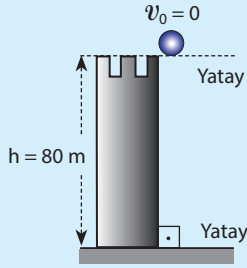
Buna göre

- Bilye bırakıldıktan 4 s sonra yerden kaç m yüksekte olur?
- Bilye 4. s'de kaç m düşer? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM



## 51. ÖRNEK



Hava direncinin ihmal edildiği ortamda bir cisim, 80 m yüksekliğe sahip kuleden serbest düşmeye bırakılmaktadır.

Buna göre

- Cisim kaç s'de yere düşer ?
- Cismin yere çarpma hızının büyüklüğü kaç m/s olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM

- Serbest düşen cisim için yer değiştirme

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \text{ olduğundan}$$

$$80 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \implies t^2 = 16 \implies t = 4 \text{ s sonra cisim yere düşer.}$$

- Cismin yere çarpma hızı

$$v = g \cdot t \implies v = 10 \cdot 4 \implies v = 40 \text{ m/s olur.}$$

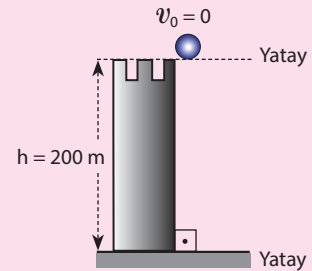
## 44. ALIŞTIRMA

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda bir taş, yerden 200 m yükseklikteki kuleden serbest düşmeye bırakılmaktadır.

Buna göre 5 s sonra taşın yerden yüksekliği kaç m olur?

( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM

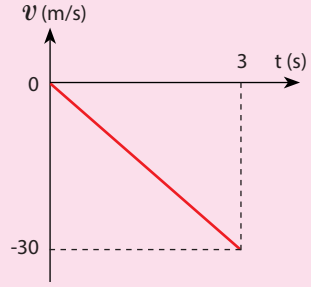


## 45. ALIŞTIRMA

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda serbest düşmeye bırakılan bilyenin yere düşene kadarki hareketine ait hız-zaman grafiği şekildeki gibidir.

Buna göre

- Bilye kaç m yüksekten bırakılmıştır?
- Bilyenin hareketine ait konum-zaman grafiğini çiziniz.  
( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)



## ÇÖZÜM

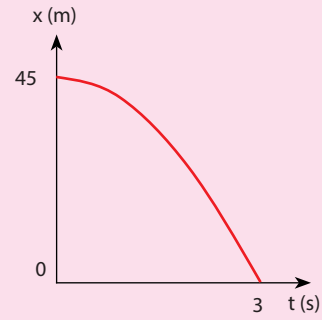


## 46. ALIŞTIRMA

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda yerden belli bir yükseklikten serbest düşmeye bırakılan cismin yere düşene kadarki hareketine ait konum-zaman grafiği şekildeki gibidir.

Buna göre

- Cismin yere çarpma hızının büyüklüğü kaç m/s olur?
- Cismin hareketine ait hız-zaman ve ivme-zaman grafiğini çiziniz.  
( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)



## ÇÖZÜM

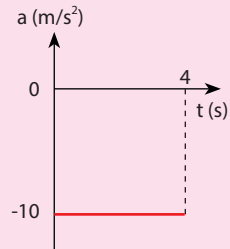


## 47. ALIŞTIRMA

Serbest düşmeye bırakılan cismin yere düşene kadarki hareketine ait ivme-zaman grafiği şekildeki gibidir.

Buna göre

- Cismin hareketine ait hız-zaman grafiğini çiziniz.
- Cismin hareketine ait konum-zaman grafiğini çiziniz.  
( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)



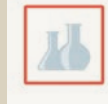
## ÇÖZÜM



## C) DÜŞEN CİSİMLERE ETKİ EDEN HAVA DİRENÇ KUVVETİ



### Etkinlik 1.1: Düşen Cisimlere Etki Eden Hava Direnç Kuvvetinin Bağlı Olduğu Değişkenler



#### Etkinliğin Amacı

Hava direnç kuvvetinin cismin kesit alanına, bulunduğu ortama ve kütesine bağlılığını gözlemlemek

#### Araç Gereç

- » 20 x 30 cm boyutlarında 2 mukavva
- » 2 pinpon topu
- » Şırınga
- » Şeffaf şişe
- » 2 adet özdeş, şişeye girebilecek boyutta silgi
- » Su



Görsel I



Görsel II



Görsel III

#### Etkinliğin Yapılışı

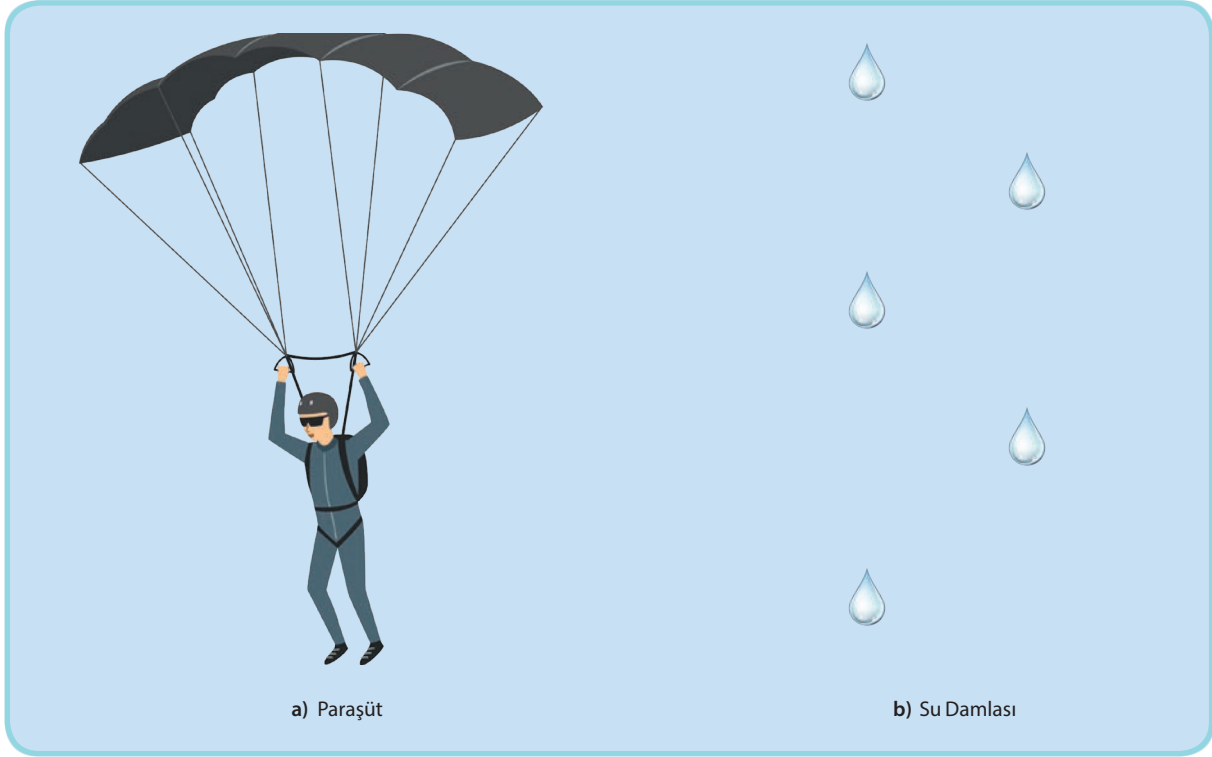
1. Mukavvalardan birini sağ, diğerini sol elinize alınız. Görsel I'deki gibi mukavvalardan birini yüzeyi yere paralel, diğerini dik olacak biçimde tutunuz. Her iki mukavvayı da aynı yükseklikten aynı anda bırakınız. Bırakma işlemi farklı yüksekliklerden birkaç defa tekrarlayınız. Mukavvalardan hangisinin yere önce düştüğüne dikkat ediniz.
2. Şırınga yardımıyla pinpon toplarından birini su ile doldurunuz.
3. Pinpon toplarından birini sağ, diğerini sol elinize alınız. Görsel II'deki gibi her iki topu aynı yükseklikten aynı anda bırakınız. Aynı işlemi farklı yüksekliklerden birkaç defa tekrarlayınız. Toplardan hangisinin yere önce düştüğüne dikkat ediniz.
4. Şişeyi su ile doldurunuz. Görsel III'teki gibi özdeş silgilerden birini şişenin içine, diğerini şişenin dışına aynı yükseklikten eş zamanlı bırakınız. Silgilerden hangisinin yere önce düştüğüne dikkat ediniz.

#### Değerlendirme

1. Yüzeyi yere paralel ve dik olarak bırakılan mukavvalardan hangisi daha önce yere düşmüştür? Nedenini açıklayınız.
2. İçi boş ve içi su dolu pinpon toplarından hangisi daha önce yere düşmüştür? Nedenini açıklayınız.
3. Şişenin içine ve dışına bırakılan silgilerin hangisi yere daha önce düşmüştür? Nedenini açıklayınız.



Boşlukta aynı yükseklikten ve aynı anda serbest bırakılan cisimler, kütle ve kesit alanlarının büyüklüklerine bağlı olmadan yan yana hareket eder. Ancak aynı şekilde akışkan bir ortam içinde bırakılırlarsa yan yana hareket edemez. Cisimler, bir ortam içinde hareket ederken ortamın tanecikleri ile temas eder. Temas ettikleri tanecikleri iterek geçtikleri için direnç kuvveti ( $F_d$ ) ile karşılaşır. Direnç kuvveti de sürtünme kuvveti gibi cismin hareketine zıt yönlü oluşur ve cismin hareketini zorlaştırır. Ortamın tanecik yoğunluğu arttıkça cisimlere etkiyen direnç kuvveti de artar. Örneğin hava ortamı içinde yürürken direnç kuvveti çok fazla hissedilmediği için kolay yürünür ancak su içinde yürürken ortamın yoğunluğu artar ve itilmesi gereken tanecik sayısı arttığı için havaya göre daha zor yürünür.



Görsel 1.7: Hava direncinin değerinin büyük ve küçük olduğu aerodinamik yapı örnekleri

Hava direnci, içinde hareket eden cismin hareket doğrultusuna dik olan en büyük kesit alanı ( $A$ ) ile doğru orantılıdır. Temas yüzeyi arttıkça cisme çarpan tanecik sayısının artması, direnç kuvvetini artırır. Direnç kuvveti, cismin geometrik şekline bağlı olarak değişir. Örneğin düz bir yüzey yerine paraşüt şeklinde bir yüzey kullanılırsa yüzeye uygulanan direnç kuvveti artar. Paraşüt içindeki hava tanecikleri yüzeye çarptıktan hemen sonra paraşüitten ayrılamaz ve defalarca yüzeye çarparak direnç kuvvetinin artmasını sağlar. Hava direnci, en büyük değerini paraşüt gibi içi boş yapılarda alırken en küçük değerini su damlası modeli ile ifade edilen yapılarda alır (Görsel 1.7).

Ortamın direnç katsayısı ( $K$ ) cismin şekline ve akışkanın cinsine bağlı olan bir katsayıdır. Direnç kuvvetinin büyüklüğü, aynı zamanda cismin hızına ( $v$ ) da bağlıdır. Cismin hızının artması, birim zamanda temas edeceği tanecik sayısını ve taneciklerle çarpışma şiddetini arttırdığı için direnç kuvvetini de artırır. Hava direnci, hızı çok küçük olan cisimler için hızıyla; hızı daha büyük olan cisimler için hızının farklı üsleriyle doğru orantılı olabilir. Buna göre hava direnci

$$F_d = K \cdot A \cdot v^n \text{ ile ifade edilir.}$$

Yeryüzü yakınlarında cisimlere etki eden direnç kuvveti, hızın karesi ( $v^2$ ) ile doğru orantılıdır. Buna göre hava direnci

$$F_d = K \cdot A \cdot v^2$$

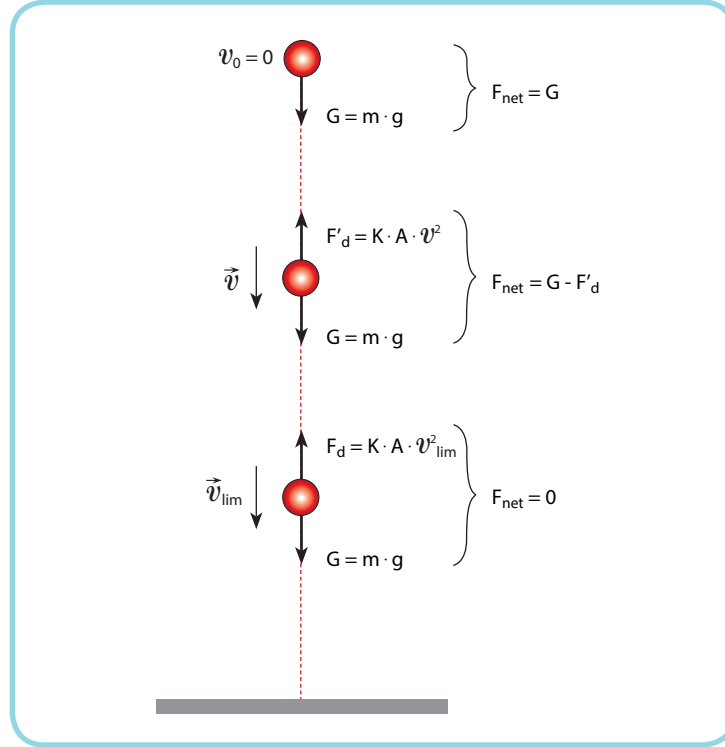
şeklinde olur.

Direnç  
Kuvveti

## Ç) LİMİT HIZ



Üzerimize düşen yağmur damlaları neden canımızı acıtmaz?



Şekil 1.38: Yüksek bir yerden serbest bırakılan cisme etki eden hava direnç kuvveti

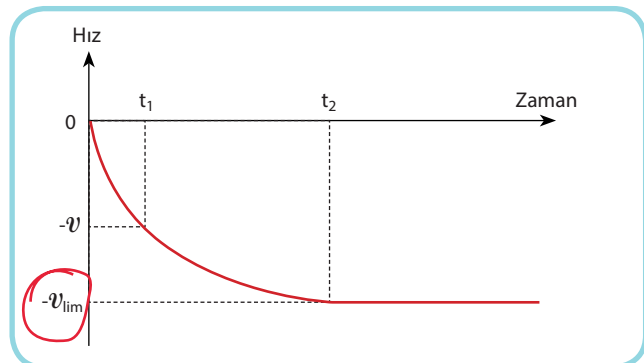
Yerden belli bir yükseklikte tutulan cisme bırakıldığı anda etki eden net kuvvet, cismin ağırlığına eşittir. Cisim serbest bırakıldığında ağırlığı etkisiyle hızlanır. Cismin hızı arttıkça ona etki eden hava direnç kuvveti artar. Bu durumda cisme etki eden net kuvvet ve cismin ivmesi azalır. Bir süre sonra cismin hızı arttığı için hava direnç kuvvetinin büyüklüğü ve cismin ağırlığının büyüklüğü eşitlenir ( $F_d = G$ ). Bu eşitlik oluştuğu anda cisme etki eden net kuvvet sıfır olur. Cisim bundan sonra sabit hızla hareket eder. Bu sabit hıza **limit hız** ( $\vec{v}_{\text{lim}}$ ) denir (Şekil 1.38). Limit hızın matematiksel modeli

$$F_d = G \implies K \cdot A \cdot v_{\text{lim}}^2 = m \cdot g \implies v_{\text{lim}}^2 = \frac{m \cdot g}{K \cdot A}$$

*limit hız*

$$v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{m \cdot g}{K \cdot A}} \text{ olur.}$$

Hava ortamındaki bir cisim, limit hıza ulaşmasına yetecek kadar yüksekten ilk hızsız bırakılırsa limit hıza ulaşıncaya kadar sürekli hızlanır. Buna göre cisme ait hız-zaman grafiği Grafik 1.8'deki gibi olur.



Grafik 1.8: Hava direncinin olduğu ortamda yüksekten bırakılan cismin hız-zaman grafiği

Limit hız günlük yaşamda büyük önem taşımaktadır. Limit hızın varlığı yağmur damlalarının canımızı acıtmamasını, küçük dolu tanelerinin hayatımızı tehlikeye sokmasını engeller. Uçaktan paraşütle atlama imkânı sağlar. Hava direnç kuvvetinin, dolayısıyla limit hızın varlığı avantaj sağladığı gibi dezavantaja da neden olabilir. Araba, tren, uçak gibi araçlarda hava direncinin artması yakıt tüketimini de artırır.

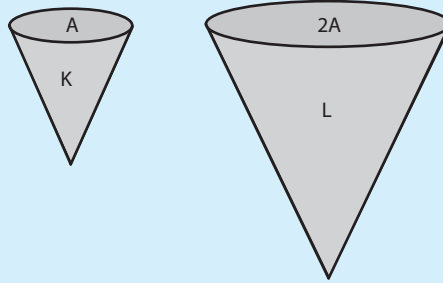
Cisimlerin limit hız değerleri boyut ve şekillerine göre farklılık gösterebilir. Tablo 1.6'da hava ortamında düşen bazı cisimlerin limit hızları verilmiştir.

Tablo1.6: Hava Ortamında Düşen Farklı Cisimlerin Limit Hızları

Cisimler	Kütle (kg)	Dik Kesit (m <sup>2</sup> )	$v_{lim}$ (m/s)
Hava Dalgıcı	75	0,7	60
Beyzbol Topu (r = 3,66 cm)	0,145	$4,2 \times 10^{-3}$	43
Golf Topu (r = 2,1 cm)	0,046	$1,4 \times 10^{-3}$	44
Dolu Tanesi (r = 0,5 cm)	$4,8 \times 10^{-4}$	$7,9 \times 10^{-5}$	14
Yağmur Damlası (r = 0,2 cm)	$3,4 \times 10^{-5}$	$1,3 \times 10^{-5}$	9

## 52. ÖRNEK

Aynı ortamda bulunan kesit alanı A olan K ve kesit alanı 2A olan L konilerinin kütleleri eşittir.



Koniler limit hızı ulaşabilecekleri aynı yükseklikten serbest bırakıldıklarına göre hangi koni yere daha önce düşer?

### ÇÖZÜM

Düşen cisme etki eden hava direnci, cismin hareket doğrultusundaki en büyük kesit alanına, şekline ve içinde bulunduğu akışkanın cinsine bağlı olarak değişir. Hava direnci ile cismin ağırlığı eşitlendiğinde cisim limit hızı ulaşır. K ve L konileri aynı ortamda bulunan eşit kütleli cisimler olduğu için hava direncini etkileyen tek değişken konilerin taban alanlarıdır. L'nin taban alanı K'den daha büyük olduğu için L cismi limit hızı daha çabuk ulaşır.

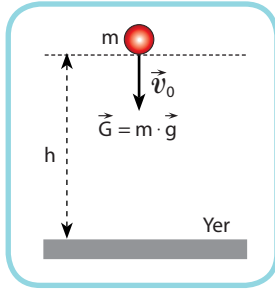
Buna göre K cisminin yere düşme süresi, L cisminin yere düşme süresinden daha kısa olur.

## D) DÜŞEY DOĞRULTUDA ATIŞ HAREKETİ

### Yukarıdan Aşağıya Doğru Düşey Atış Hareketi



Bir kuleden atılan cismin yere düşme süresini kısaltmak için neler yapılabilir?



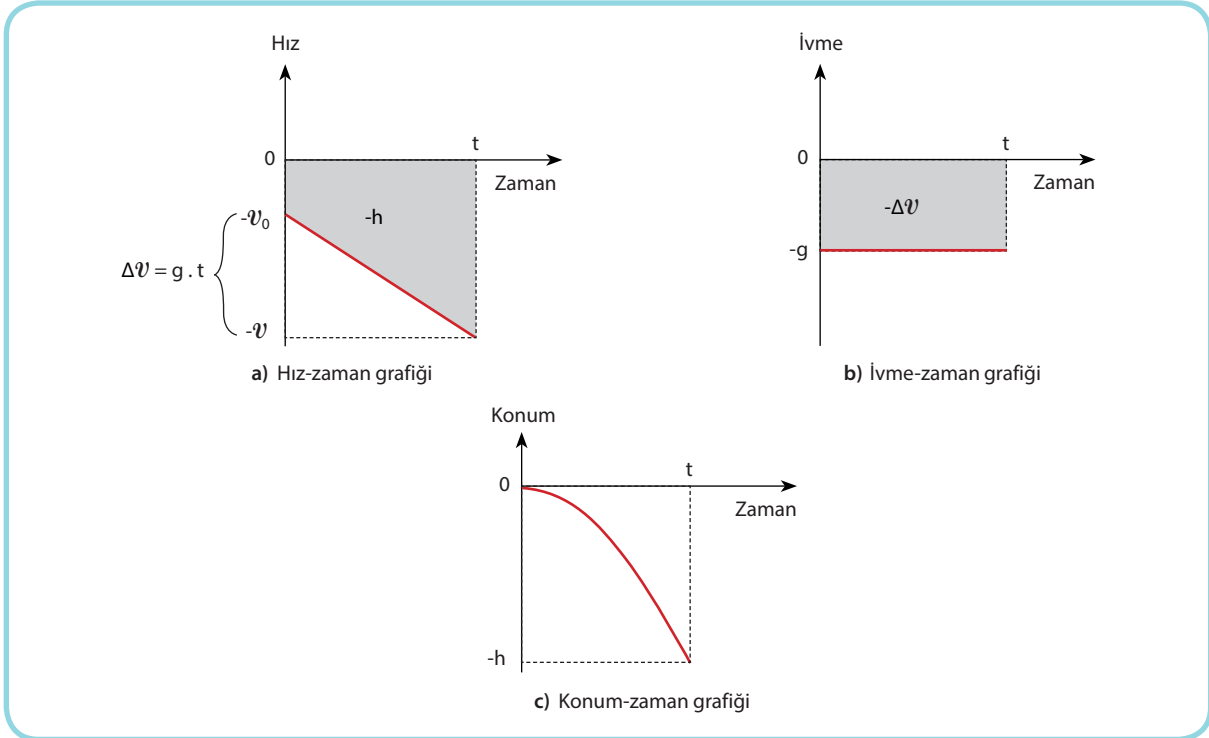
Şekil 1.39: Yukarıdan aşağıya düşey atılan cisim

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda  $\vec{v}_0$  hızıyla düşey olarak aşağı doğru atılan cisme yalnızca çekim kuvveti etki eder (Şekil 1.39). Cismin hareket ivmesinin büyüklüğü  $g$ 'ye eşittir. Cisme etki eden çekim ivmesi, hareketle aynı yöndedir. Bu durumda cisim, ilk hızı  $\vec{v}_0$  olan düzgün hızlanan doğrusal hareket yapar. Düzgün hızlanan doğrusal hareket denklemlerinde  $\vec{a}$  ivmesi yerine  $\vec{g}$  çekim ivmesi,  $\Delta \vec{x}$  yer değiştirmesi yerine  $h$  yüksekliği yazılır. Bu durumda hareketle ilgili denklemler Tablo 1.7'deki gibi olur.

Tablo 1.7: Yukarıdan Aşağıya Düşey Atılan Cismin Hareket Denklemleri

Hız Denklemi	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g} \cdot t$
Yer Değiştirme Denklemi	$\vec{h} = \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \vec{g} \cdot t^2$
Zamansız Hız Denklemi	$v^2 = v_0^2 + 2\vec{g} \cdot \vec{h}$

Aşağıya doğru düşey atış hareketine ait grafiklerin özellikleri, ilk hızı  $\vec{v}_0$  olan ve düzgün hızlanan doğrusal harekete ait grafiklerin özellikleriyle aynıdır.  $v_0$  büyüklüğünde hızla harekete başlayan ve  $t$  sürede  $v$  büyüklüğünde hıza ulaşan cisim  $h$  kadar düşer ve aşağı doğru olan yön (-) seçilirse hız-zaman, ivme-zaman ve konum-zaman grafikleri Grafik 1.9'daki gibi olur.



Grafik 1.9: Yukarıdan aşağıya doğru düşey atılan cisme ait grafikler

## 53. ÖRNEK

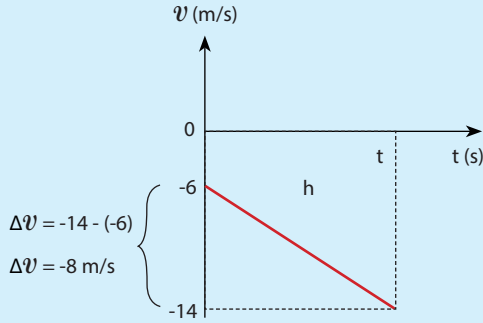
Hava direncinin ihmal edildiği ortamda 6 m/s büyüklüğünde hızla yerden h yüksekliğinden aşağıya doğru düşey atılan cisim 14 m/s büyüklüğünde hızla yere çarpmaktadır.

Buna göre

- Cisim kaç s'de yere düşmüştür?
- Cisim kaç m yüksekten atılmıştır? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM

- Cismin hareketine ait hız-zaman grafiği aşağıdaki gibi çizilir.



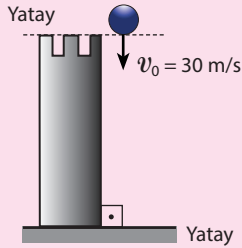
Hız-zaman grafiklerinde eğim, ivmeyi verir. Buna göre  $g = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  olur. Bu ifadeden  $\Delta v = g \cdot t \Rightarrow -8 = -10 \cdot t \Rightarrow t = 0,8 \text{ s}$  bulunur.

- Hız-zaman grafiğinde grafik ile yatay eksen arasında kalan alandan cismin düştüğü yükseklik bulunur. Yükseklik

$$h = \frac{(6 + 14)0,8}{2}$$

$$h = 20 \cdot 0,4 = 8 \text{ m olur.}$$

## 48. ALIŞTIRMA



Hava direncinin ihmal edildiği ortamda bir cisim, kuleden 30 m/s büyüklüğünde hızla düşey doğrultuda aşağıya doğru atıldığında 10 s'de yere ulaşmaktadır.

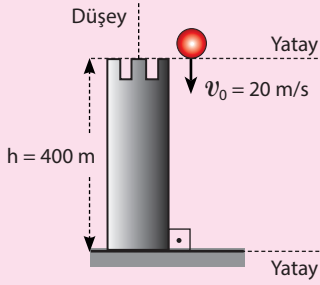
Buna göre

- Cismin yere çarpma hızının büyüklüğü kaç m/s olur?
- Cismin atıldığı yükseklik kaç m olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM



## 49. ALIŞTIRMA



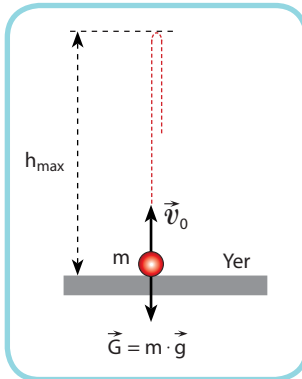
Hava direncinin ihmal edildiği ortamda bir cisim, 400 m yüksekliğe sahip kuleden 20 m/s büyüklüğünde hızla düşey doğrultuda aşağıya doğru atılmıştır.

Buna göre 6 s sonra taşın yerden yüksekliği kaç m olur?  
( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)

## ÇÖZÜM



## Aşağıdan Yukarıya Doğru Düşey Atış Hareketi



Şekil 1.40: Aşağıdan yukarıya düşey atılan cisim

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda yerden  $\vec{v}_0$  hızıyla düşey olarak yukarıya doğru atılan cisme çekim kuvveti etki eder (Şekil 1.40). Cismin hareket ivmesi  $\vec{g}$ 'ye eşittir. Cisme etki eden çekim kuvveti harekete zıt yönde olduğu için cisim, ilk hızı  $\vec{v}_0$  olan düzgün yavaşlayan doğrusal hareket yapar ve durur. Cismin yukarıya çıkması sırasında düzgün yavaşlayan doğrusal harekete ait denklemlerde  $\vec{a}$  ivmesi yerine  $\vec{g}$  çekim ivmesi,  $\Delta \vec{x}$  yer değiştirmesi yerine  $h$  yüksekliği yazılır. Bu durumda hareketle ilgili denklemler Tablo 1.8'deki gibi olur. Yukarıya doğru düşey olarak atılan cisim maksimum yüksekliğe ulaştıktan sonra serbest düşme hareketi yapar.

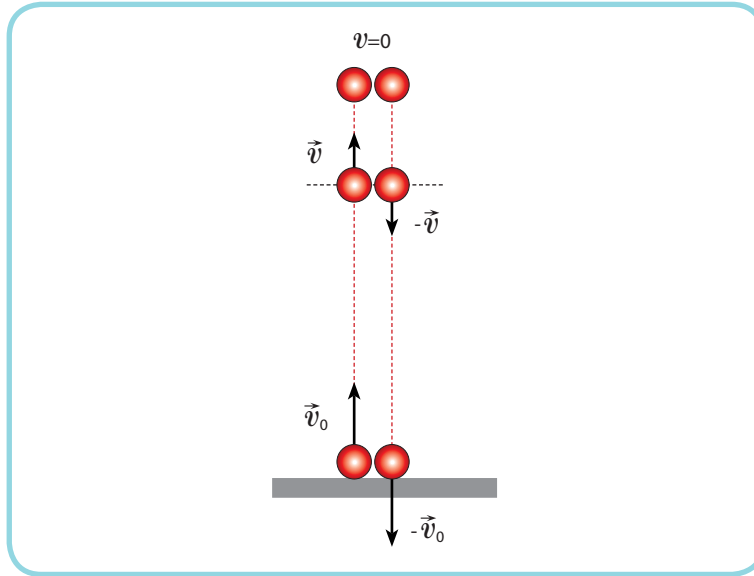
Tablo 1.8: Aşağıdan Yukarıya Düşey Atılan Cismin Hareket Denklemleri

Hız Denklemi	$\vec{v} = \vec{v}_0 - \vec{g} \cdot t$
Yer Değiştirme Denklemi	$\vec{h} = \vec{v}_0 \cdot t - \frac{1}{2} \vec{g} \cdot t^2$
Zamansız Hız Denklemi	$v^2 = v_0^2 - 2\vec{g} \cdot \vec{h}$

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda yerden yukarıya doğru düşey olarak atılan cismin çıkabileceği en büyük yüksekliğe **maksimum yükseklik** ( $h_{\max}$ ) denir. Cismin atıldığı yere düştüğü kabul edilirse çıkış süresi  $t_c$ , iniş süresine  $t_i$  ve uçuş süresi  $t_u$  ile gösterilirse

$$t_c = t_i$$

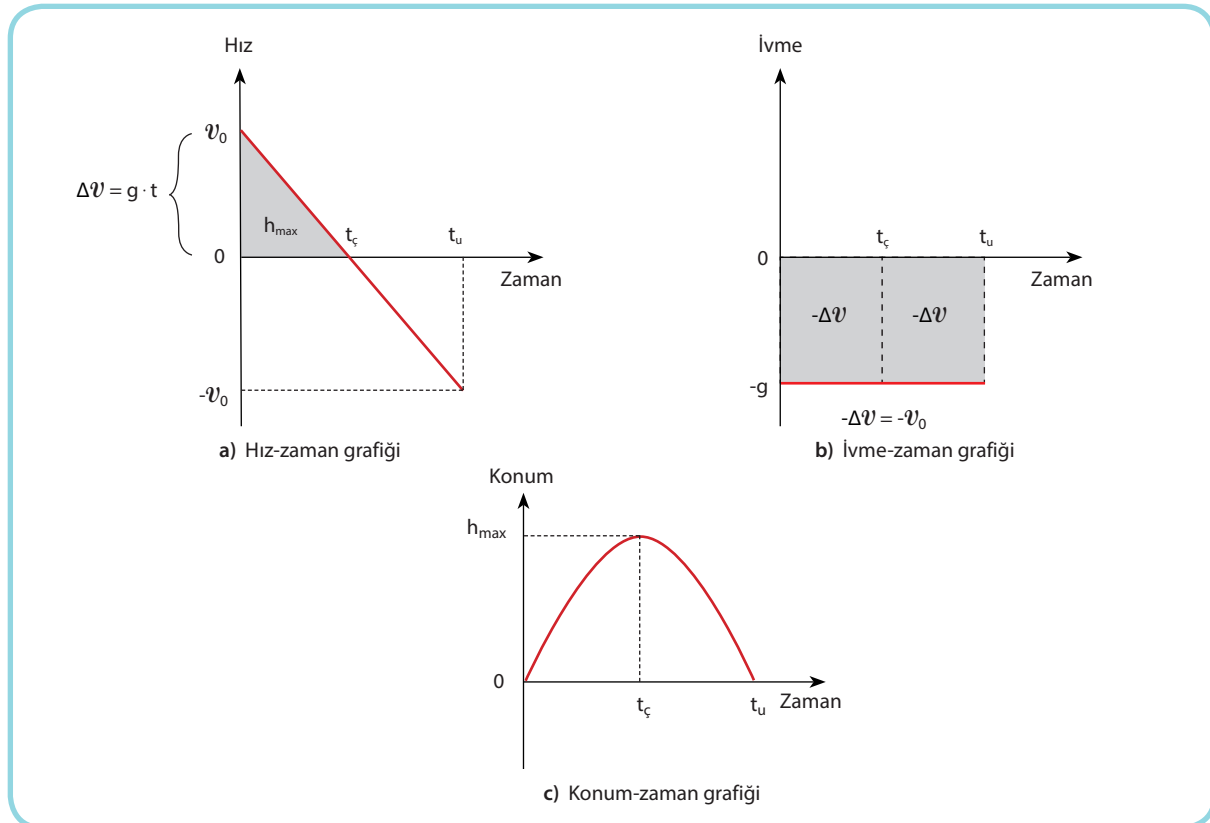
$$t_u = 2t_c = 2t_i \text{ olur.}$$



Şekil 1.41: Düşey yukarı atılan cismin aynı yükseklikten geçerken sahip olduğu hızlar

Çıkış ve iniş sürelerinin eşitliği dikkate alındığında çıkış ve inişteki hız değişim büyüklüklerinin de eşit olduğu görülür. Sonuç olarak cisim yükselirken herhangi bir noktadaki hızının büyüklüğü  $v$  ise aşağı doğru düşerken aynı noktadaki hızının büyüklüğü yine  $v$  olur (Şekil 1.41).

Aşağıdan yukarıya doğru düşey atış hareketine ait grafiklerin özellikleri, çıkışta düzgün yavaşlayan doğrusal hareket ve inişte düzgün hızlanan doğrusal hareket yapan cismin grafikleriyle aynı özellikleri taşır.  $v_0$  büyüklüğünde hızla harekete başlayan ve  $t_{\zeta}$  süre sonra duran cisim, maksimum yüksekliğe ( $h_{\max}$ ) ulaşır. Buna göre aşağı doğru olan yön (-) seçilirse hız-zaman, ivme-zaman ve konum-zaman grafikleri Grafik 1.10'daki gibi olur.



Grafik 1.10: Aşağıdan yukarıya doğru düşey atılan cisme ait grafikler

## 54. ÖRNEK

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda yatay düzlemdeki bir cisim düşey olarak yukarıya doğru 30 m/s büyüklüğünde hızla atılmıştır.

Buna göre

- Cisim kaç s yükselir?
- Cismin çıkacağı maksimum yükseklik kaç m olur?
- Cismin atıldıktan 5 s sonraki hızının büyüklüğü kaç m/s olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)

## ÇÖZÜM

Cismin atıldıktan sonra 1 s aralıklarla konumu ve hızı şekildeki gibi olur.

- Cisim yukarı doğru çıkarken hızı sıfır olana kadar yer çekimi ivmesi ile yavaşladığı için

$$v = v_0 - g \cdot t \implies 0 = 30 - 10t \implies t = 3 \text{ s yükselir.}$$

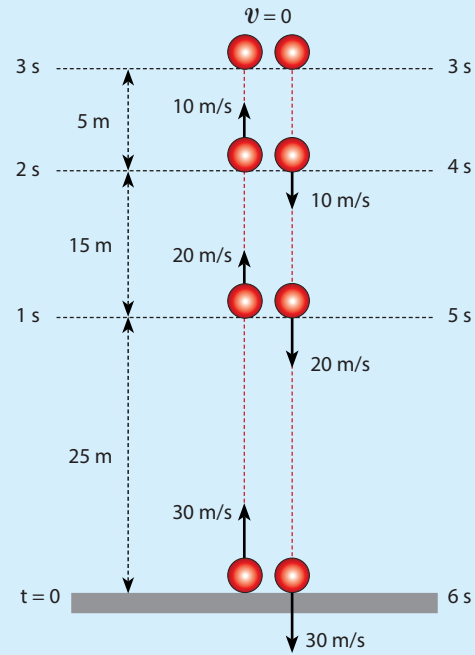
- Cismin çıkacağı maksimum yükseklik

$$h_{\max} = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 30 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 = 45 \text{ m olur.}$$

- Cisim 5 s'lik harekette 3 s yukarı çıkar. Geri kalan 2 s'de de serbest düşme hareketi yapar. 2 s serbest düşen cismin hızı

$$v = g \cdot t = 10 \cdot 2 = 20 \text{ m/s}$$

büyükliğünde ve aşağı yönde olur.



## 50. ALIŞTIRMA

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda bir cisim yerden 70 m/s büyüklüğünde hızla düşey doğrultuda yukarıya doğru atılmıştır.

Buna göre

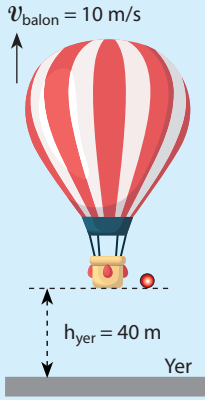
- Cisim kaç s sonra yere düşer?
- Cisim kaç m/s büyüklüğünde hızla yere çarpar?
- Cismin atıldıktan 10 s sonraki hızının büyüklüğü kaç m/s olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)

## ÇÖZÜM





## 55. ÖRNEK



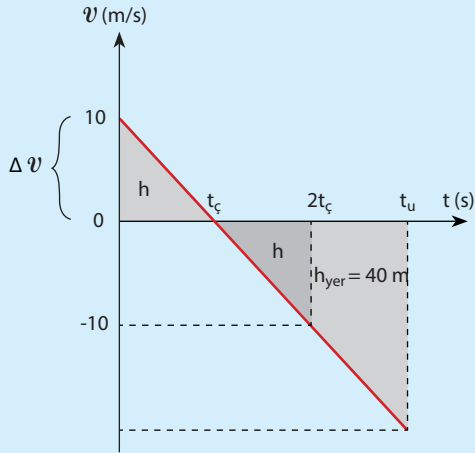
Hava direncinin ihmal edildiği ortamda bir hava balonu  $10 \text{ m/s}$  büyüklüğündeki sabit hızla yukarı doğru yükselmektedir. Balon yerden  $40 \text{ m}$  yükseklikteyken bir cisim balondan, balona göre ilk hızsız olarak bırakılmıştır.

Buna göre

- Cismin hareketine ait hız-zaman grafiğini çiziniz?
- Cismin çıkış süresi kaç s olur?
- Cisim, çıkış süresi boyunca kaç m yükselir?
- Cismin yerden çıkacağı maksimum yükseklik kaç m olur?
- Cismin uçuş süresi kaç s olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM

- a) Hareketli araçların içinde bulunan cisimler de aracın hızına sahiptir. Bu nedenle cisim, balondan serbest bırakıldığında balonun hızı ile hareket eder. Yani yukarı yönde  $10 \text{ m/s}$  büyüklüğünde hızla atılan cisim gibi davranır. Hız-zaman grafiği aşağıdaki gibi olur.



b)  $\Delta v = g \cdot t_ç \Rightarrow 10 = 10 \cdot t_ç \Rightarrow t_ç = 1 \text{ s}$  olur.

c)  $h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$   
 $h = \frac{1}{2} 10 \cdot 1^2 = 5 \text{ m}$  yükselir.

ç)  $h_{\text{max}} = h + h_{\text{yer}} \Rightarrow h_{\text{max}} = 5 + 40 = 45 \text{ m}$  olur.

- d) Cismin maksimum yükseklikten yere iniş süresi  
 $h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow 45 = \frac{1}{2} 10 \cdot t_i^2 \Rightarrow t_i = 3 \text{ s}$  olur.  
 Cismin uçuş süresi  
 $t_u = t_ç + t_i = 1 + 3 = 4 \text{ s}$  olur.

## 51. ALIŞTIRMA

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda bir cisim, yerden düşey olarak yukarı doğru fırlatıldığında  $h$  kadar yükseğe çıkmaktadır.

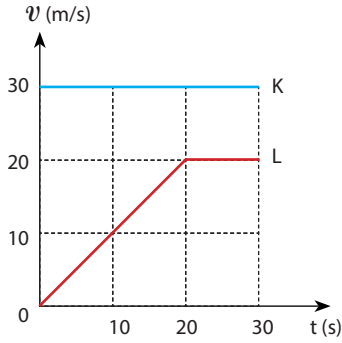
Buna göre aynı cisim, aynı hızla Ay'da atılmış olsaydı çıkabileceği maksimum yükseklik nasıl değişirdi? ( $g_{\text{dünya}} > g_{\text{ay}}$ )

## ÇÖZÜM



## 4. BÖLÜM SONU SORULARI

1. Doğrusal bir yolda başlangıçta yan yana bulunan K ve L araçlarına ait hız-zaman grafikleri şekildeki gibidir.

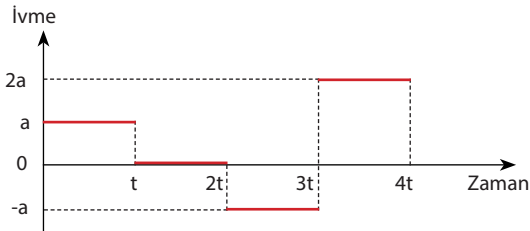


Buna göre 30 s sonra K ve L araçları arasındaki uzaklık kaç m olur?

## ÇÖZÜM



2. Durmakta olan bir cismin 0-4t zaman aralığındaki ivme-zaman grafiği şekildeki gibidir. Cisim t sürede x kadar yer değiştirmektedir.

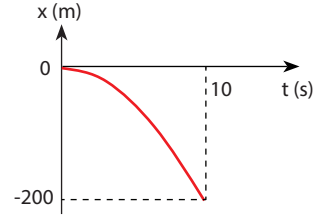


Buna göre cismin 4t süresince yaptığı yer değiştirme kaç x olur?

## ÇÖZÜM



3. Başlangıç hızının büyüklüğü 5 m/s olan araba sabit ivmeli hareket etmektedir. Başlangıçtan itibaren sürekli aynı yönde hareket eden arabanın konum-zaman grafiği şekildeki gibidir.



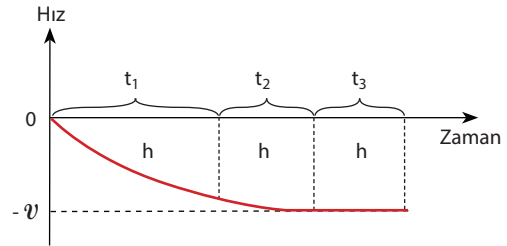
Buna göre

- a) Arabanın son hızının büyüklüğü kaç m/s olur?  
b) Arabanın ivmesinin büyüklüğü kaç  $m/s^2$  olur?

## ÇÖZÜM



4. Yeterince yüksekten serbest bırakılan bir cismin hız-zaman grafiği şekildeki gibidir.



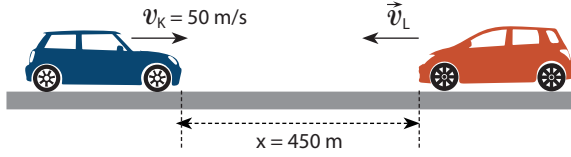
Buna göre

- a) Cisim eşit ve h kadar yer değiştirmeler yaparken geçen süreler  $t_1$ ,  $t_2$  ve  $t_3$  ise bu sürelerin büyüklük sıralaması nedir?  
b) Aynı cisim düşey yukarı doğru atılsaydı cismin hızının büyüklüğü yukarı yönde  $2v$  olduğu andaki ivmesinin büyüklüğü kaç g olurdu?

## ÇÖZÜM



5. Birbirine doğru hareket eden K ve L araçları arasındaki uzaklık 450 m iken sürücüler aynı anda frene basmıştır. İki araç 10 s sonra birbirine değdiği anda durmuştur.

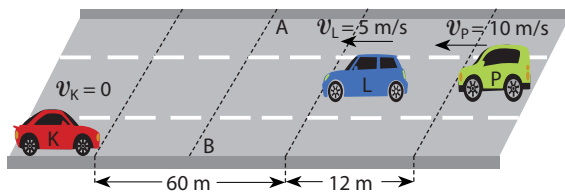


K aracının ilk hızının büyüklüğü 50 m/s olduğuna göre L aracının ilk hızının büyüklüğü  $v_L$  kaç m/s olur?

### ÇÖZÜM



6. Doğrusal bir yolda bulunan K, L ve P araçlarından K aracı durumdur. L aracı 5 m/s, P aracı ise 10 m/s büyüklüğünde sabit hızlarla şekilde verilen yönlerde gitmektedir. P aracı L'ye çarpmamak için minimum ivme ile yavaşlamaya başladığı anda K aracı da sabit ivme ile hızlanmıştır. K aracı L aracının ön ucu ile AB doğrultusunda karşılaştığı anda P aracı L aracına ulaşmıştır.

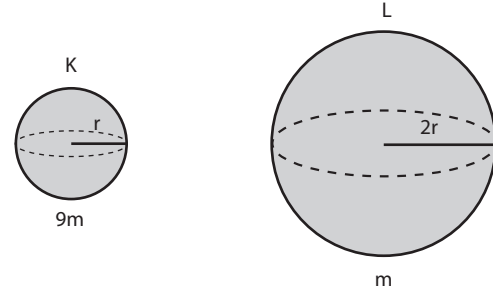


L aracının boyu 2 m olduğuna göre K ve P araçlarının ivmelerinin büyüklüğünü bulunuz.

### ÇÖZÜM



7. Aynı ortamda bulunan içi dolu K ve L kürelerinin yarıçapları sırayla  $r$  ve  $2r$ , kütleleri  $9m$  ve  $m$ 'dir.

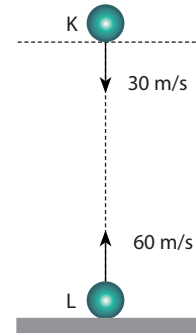


Küreler limit hıza ulaşabilecekleri eşit yükseklikten aynı anda bırakıldığına göre hangi küre yere daha önce düşer?

### ÇÖZÜM



8. Hava direncinin ihmal edildiği ortamda K ve L cisimleri şekildeki gibi aynı düşey doğrultudadır. K cismi 30 m/s büyüklüğünde hızla aşağıya, L cismi ise 60 m/s büyüklüğünde hızla yukarıya doğru aynı anda atılmaktadır.



Cisimler 2 s sonra çarpıştığına göre atıldıkları anda aralarındaki uzaklık kaç m olur?

( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)

### ÇÖZÜM



## 1.5. İKİ BOYUTTA HAREKET

### A) YATAY ATIŞ HAREKETİ



Bir kuleden yatay olarak atılan topun düştüğü noktadan daha uzağa gidebilmesi için neler yapılabilir?

Simülasyon 1.1'i inceleyerek iki boyutta atış hareketlerini yorumlayınız.



#### Simülasyon 1.1: Atış Hareketleri



##### Simülasyonun Amacı

Atış hareketlerini incelemek

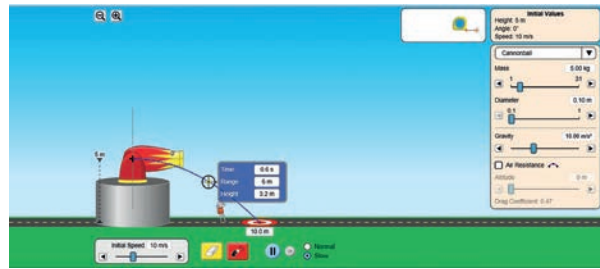


Verilen karekodu okutarak simülasyonu açınız.

Simülasyonda yatay atış hareketi incelenecektir. Görsel I'deki ekran görüntüsünde belirtilen "Projective ve Mobile" menüsünden "Lab" bölümünü açınız. Fırlatma düzeneğinin yüksekliği ve yatayla yaptığı açı ayarlanabilir. Bu amaçla düzeneğe, üzerine tıklanarak aşağı yukarı yönde sürüklenmelidir. Ekranın sağ kenarındaki menü yardımıyla yer çekimi ivmesi (Gravity), cismin kütlesi (Mass) ve çapı (Diameter) ayarlanabilir. Ekranın alt kısmındaki menüyle de gösterim şekli (Normal/Slow) ve cismin başlangıç hızı (Initial Speed) seçilebilir. Mavi renkli ölçüm aracıyla yörüngedeki herhangi bir nokta için zaman (Time), menzil (Range) ve yükseklik (Height) ölçümü yapılabilir. Bunun için ölçüm aracındaki (+) işareti ölçüm yapılacak noktanın üzerine getirilir. Zemindeki hedef figürünün bulunduğu noktanın, atış yapılan noktaya olan yatay uzaklığını gösterir. Simülasyon boyunca sürtünmeler ihmal edileceğinden ekrandaki menüde yer alan "Air Resistance" bölümünün seçili olmadığına dikkat ediniz.

##### Simülasyonun Uygulanışı

- Görsel I'deki gibi cismin kütlesini 5 kg, çapını 0,1 m ve yer çekimi ivmesini  $10 \text{ m/s}^2$  olarak ayarlayınız. Atış yüksekliğini 5 m, başlangıç hızını 10 m/s ve gösterim şeklini "Slow" olarak seçiniz. Kırmızı butona tıklayıp gösterimi başlatınız ve cismin hareketini gözlemleyiniz. Ölçüm aracını cismin yere düştüğü noktaya getirerek menzil uzaklığını ve uçuş süresini ölçünüz. Cismin ilk hızını sırasıyla 20 m/s ve 30 m/s olarak seçip aynı işlemleri tekrarlayarak ölçüm sonuçlarını Tablo I'e yazınız.



Görsel I

Tablo I

İlk Hız (m/s)	Yükseklik (m)	Yer Çekimi İvmesi ( $\text{m/s}^2$ )	Kütle (kg)	Menzil (m)	Uçuş Süresi (s)
10	5	10	5		
20	5	10	5		
30	5	10	5		

## Simülasyon 1.1'in devamı

2. Cismin kütleini 5 kg, çapını 0,1 m ve yer çekimi ivmesini  $10 \text{ m/s}^2$  olarak ayarlayınız. Atış yüksekliğini 5 m, atış hızını 10 m/s ve gösterim şeklini "Slow" olarak seçiniz. Gösterimi başlatarak cismin hareketini gözlemleyiniz. Ölçüm aracını cismin yere düştüğü noktaya getirerek menzil uzaklığını ve uçuş süresini ölçünüz. Cismin atıldığı yüksekliği 10 m ve 15 m olarak seçip aynı işlemleri yaparak ölçüm sonuçlarını Tablo II'ye yazınız.

Tablo II

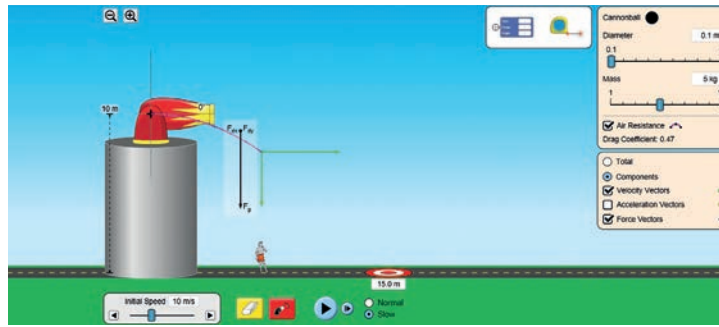
İlk Hız (m/s)	Yükseklik (m)	Yer Çekimi İvmesi ( $\text{m/s}^2$ )	Kütle (kg)	Menzil (m)	Uçuş Süresi (s)
10	5	10	5		
10	10	10	5		
10	15	10	5		

3. Cismin kütleini 5 kg, çapını 0,1 m ve yer çekimi ivmesini  $10 \text{ m/s}^2$  olarak ayarlayınız. Atış yüksekliğini 5 m, atış hızını 10 m/s ve gösterim şeklini "Slow" olarak seçiniz. Gösterimi başlatarak cismin hareketini gözlemleyiniz. Ölçüm aracını cismin yere düştüğü noktaya getirerek menzil uzaklığını ve uçuş süresini ölçünüz. Yer çekimi ivmesini  $9 \text{ m/s}^2$  ve  $8 \text{ m/s}^2$  seçip aynı işlemleri yaparak ölçüm sonuçlarını Tablo III'e yazınız.

Tablo III

İlk Hız (m/s)	Yükseklik (m)	Yer Çekimi İvmesi ( $\text{m/s}^2$ )	Kütle (kg)	Menzil (m)	Uçuş Süresi (s)
10	5	10	5		
10	5	9	5		
10	5	8	5		

4. Görsel II'deki gibi cismin kütleini 5 kg, çapını 0,1 m ve yer çekimi ivmesini  $10 \text{ m/s}^2$  olarak ayarlayınız. Atış yüksekliğini 5 m, atış hızını 10 m/s ve gösterim şeklini "Slow" olarak seçiniz. Gösterimi başlatarak cismin hareketini gözlemleyiniz. Ölçüm aracını cismin yere düştüğü noktaya getirerek menzil uzaklığını ve uçuş süresini ölçünüz. Ölçüm sonuçlarını Tablo IV'e yazınız. Cismin kütleini 10 kg ve 20 kg olarak ayarlayıp aynı işlemleri yaparak ölçüm sonuçlarını Tablo IV'e kaydediniz.



Görsel II

Tablo IV

İlk Hız (m/s)	Yükseklik (m)	Yer Çekimi İvmesi ( $\text{m/s}^2$ )	Kütle (kg)	Menzil (m)	Uçuş Süresi (s)
10	5	10	5		
10	5	10	10		
10	5	10	20		

### Simülasyon 1.1'in devamı

- Ekranın en alt kısmında yer alan menüden "Vectors" bölümünü açınız. Cismin kütleini 5 kg, çapını 0,1 m, atış yüksekliğini 10 m ve başlangıç hızını 10 m/s olarak ayarlayınız ve gösterim şeklini "Slow" olarak seçiniz. Ekranın sağında bulunan menüde "Components", "Velocity Vectors" ve "Force Vectors" kutucuklarını işaretleyiniz. Simülasyonu oynatarak hareketi boyunca cismin hızının yatay bileşenine, düşey bileşenine ve cisme etki eden kuvvete ait vektörlerdeki değişimi gözlemleyiniz.
- Görsel III'ün ekran görüntüsündeki düzeneği hazırlayınız. Cismin kütleini 5 kg, çapını 0,1 m ve yer çekimi ivmesini  $10 \text{ m/s}^2$  olarak ayarlayınız. Cismin yatayla yaptığı açığı değiştirerek menzilini, uçuş süresini ölçerek sonuçlarını Tablo V'e kaydediniz.



Görsel III

Tablo V

İlk Hız (m/s)	Açı	Yer Çekimi İvmesi ( $\text{m/s}^2$ )	Kütle (kg)	Menzil (m)	Uçuş Süresi (s)
10	15	10	5		
10	30	10	5		
10	45	10	5		
10	60	10	5		
10	75	10	5		

### Değerlendirme

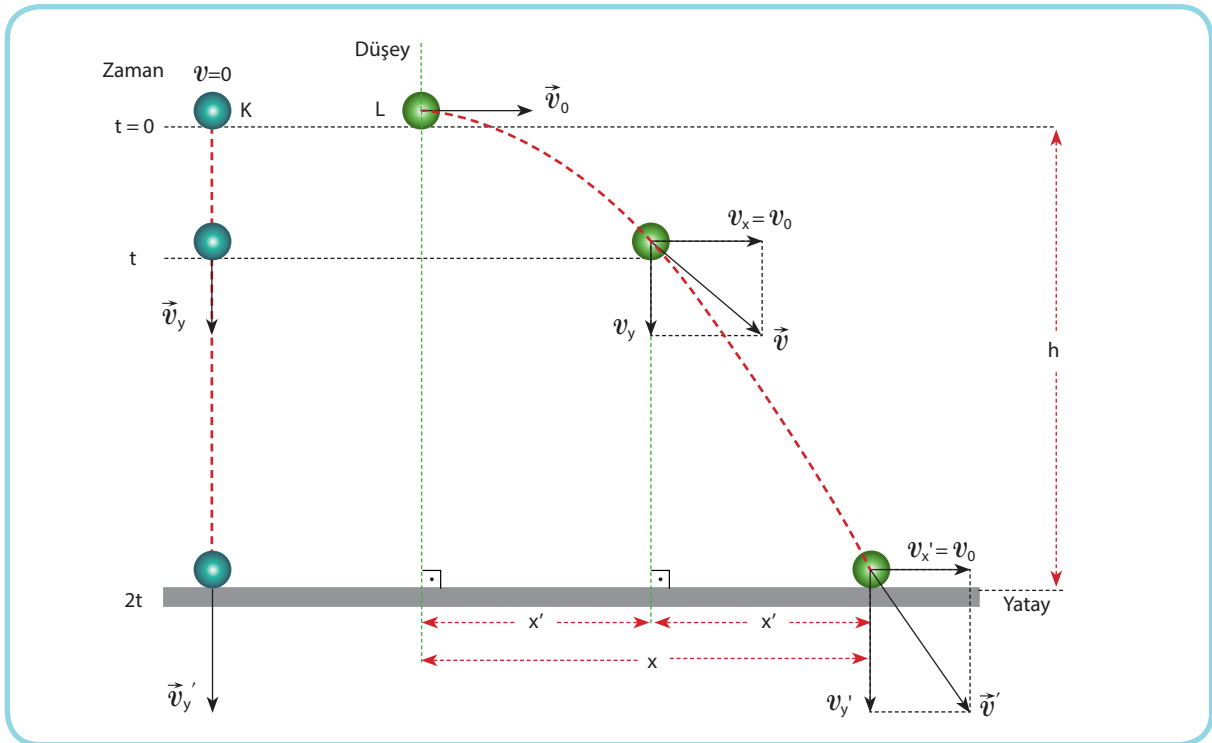
- Cismin atış hızının değişmesi menzilini ve uçuş süresini ne şekilde etkilemiştir?
- Cismin atış yüksekliğinin değişmesi menzilini ve uçuş süresini ne şekilde etkilemiştir?
- Yer çekimi ivmesinin değişmesi cismin menzilini ve uçuş süresini ne şekilde etkilemiştir?
- Cismin hareketi boyunca hız vektörünün yatay bileşeninin değişmemesinin nedeni nedir?
- Cismin yatay atış hareketi boyunca hız vektörünün düşey bileşeninin değişmesinin nedeni nedir?
- Cismin yatay düzlemle yaptığı açının değiştirilmesi menzilini ve uçuş süresini nasıl etkilemiştir?
- Hangi durumlarda menziller eşittir? Bu eşitliğin nedeni ne olabilir?
- Eğik atış hareketi ile yatay atış hareketinin özelliklerini karşılaştırınız.



## ARAŞTIRMA KONUSU

Günlük hayatta karşılaştığınız iki boyutta hareket eden cisimleri inceleyerek hareketlerini yorumlayınız.

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda yerden belli bir yükseklikten yatay olarak atılan cisim, atıldığı andan itibaren yalnızca çekim kuvveti etkisinde kalır. Bu etki altındaki cisim, düşey doğrultuda sabit ivmeli hareket yapar. Cisme atış anından sonra yatay doğrultuda etki eden herhangi bir kuvvet olmadığı için cisim sabit hızlı hareket yapar. Cisim aynı anda hem yatay hem düşey düzlemde hareket ettiği için cismin yaptığı hareket, bileşik harekettir.



Şekil 1.42: Serbest düşen cisim ile yatay atılan cismin hareketlerinin karşılaştırılması

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda aynı anda aynı yükseklikten serbest düşmeye bırakılan K bilyesi ile yatay olarak atılan L bilyesinin eşit zaman aralıklarında buldukları konumlar Şekil 1.42'deki gibi olur. K ve L bilyeleri,  $t$  ve  $2t$  anlarında aynı yatay düzlemde. Bu durum, L bilyesinin düşey doğrultuda yaptığı hareketin serbest düşme hareketiyle aynı olduğunu gösterir. L bilyesine yatayda bir kuvvet etki etmediği için yatay düzlemde sabit hızda hareket eder. Her  $t$  zaman aralığında yatay düzlemde aldığı yolların ( $x'$ ) birbirine eşit olması cismin yatay hızının sabit olduğunu gösterir. Bu durumda cisim, yatay düzlemde düzgün doğrusal hareket yaparken düşey düzlemde serbest düşme hareketi yapar. Bu nedenle cismin izlediği yol, parabolik olur.

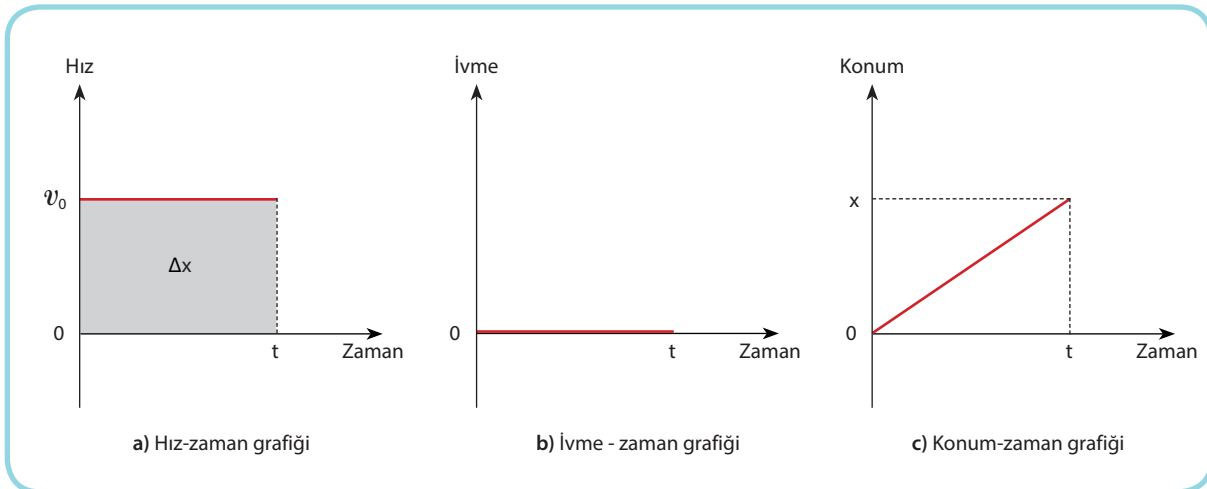
Cismin atılması ile yere düşmesi arasındaki geçen süre uçuş süresidir. Cismin düşey düzlemdeki hareketi serbest düşme hareketi olduğu için uçuş süresini yerden yükseklik belirler. Yatay hızın büyüklüğü hareket süresini etkilemez. Cismin yatay hızının değiştirilmesi sadece cismin yatay düzlemde düşeceği yeri değiştirir.

Cisim iki boyutta hareket ettiği için yatay ve düşey düzlemdeki hareketleri ayrı ayrı değerlendirilerek incelenir. Yatay ve düşey eksenler üzerindeki hareketler birbirinden bağımsız olarak ele alındığında harekete ait denklemler Tablo 1.9'daki gibi olur.

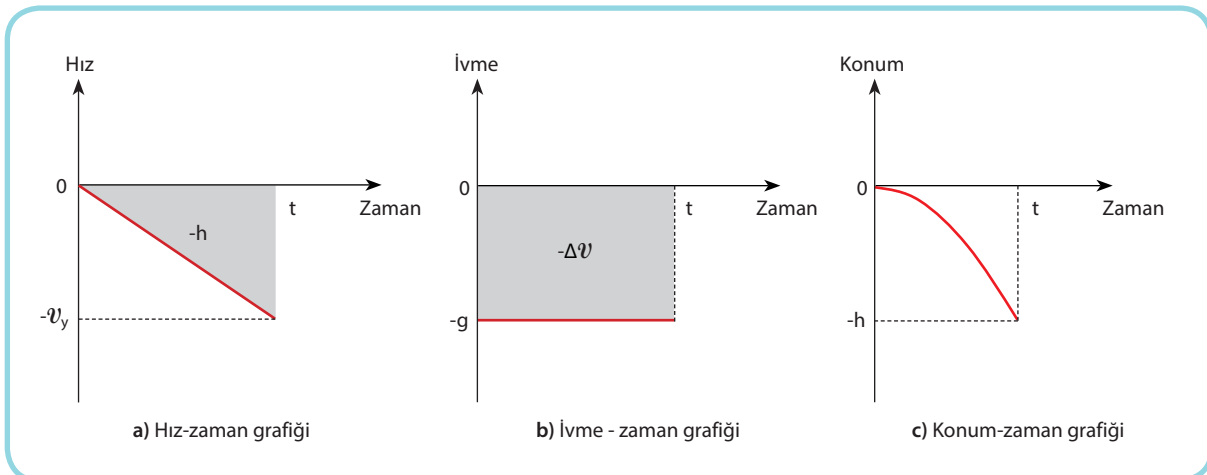
Tablo 1.9: Yatay Atış Hareketi Yapan Cismin Hareket Denklemleri

Düşeydeki Harekete Ait Hız, Yer Değişirme ve Zamansız Hız Denklemleri	Yataydaki Harekete Ait Yer Değişirme Denklemleri	Cismin Herhangi Bir Andaki Hız Büyüklüğü
$\vec{v} = \vec{g} \cdot t$	$\Delta \vec{x} = \vec{v}_0 \cdot t$	$\vec{v}_x = \vec{v}_0$
$\vec{h} = \frac{1}{2} \vec{g} \cdot t^2$		$\vec{v}_y = \vec{g} \cdot t$
$v^2 = 2\vec{g} \cdot \Delta \vec{h}$		$\vec{v}_x$ ve $\vec{v}_y$ dik olduğundan $v^2 = v_x^2 + v_y^2$

Yatay atış hareketine ait grafikler, yatayda sabit hızlı harekete ve düşeyde serbest düşme hareketine ait grafiklerle aynı özellikleri taşır. Yerden h kadar yükseklikten  $v_0$  büyüklüğünde yatay hızla harekete başlayan cisim, t süre sonra yere düşer. Aşağı yön (-) seçilirse cismin yatay doğrultudaki hareketine ait hız-zaman, ivme-zaman ve konum-zaman grafikleri Grafik 1.11'deki gibi olur. Cismin düşey doğrultudaki hareketine ait hız-zaman, ivme-zaman ve konum-zaman grafikleri Grafik 1.12'deki gibi olur.



Grafik 1.11: Yatay atış hareketi yapan cismin yatay doğrultudaki hareketine ait hız-zaman, ivme-zaman ve konum-zaman grafikleri



Grafik 1.12: Yatay atış hareketi yapan cismin düşey doğrultudaki hareketine ait hız-zaman, ivme-zaman ve konum-zaman grafikleri

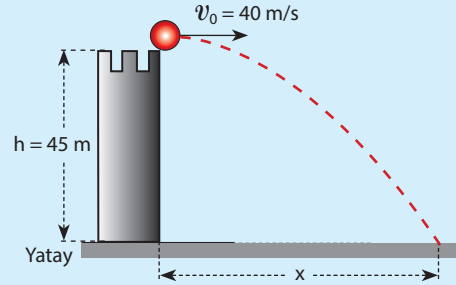


## 56. ÖRNEK

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda bir cisim, yüksekliği 45 m olan kuleden 40 m/s büyüklüğünde hızla yatay olarak atılmaktadır.

Buna göre

- Cismin uçuş süresi kaç s olur?
- Cisim yere düşene kadar yatay doğrultuda kaç m yol alır?
- Cismin yere çarpma hızının büyüklüğü kaç m/s olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)



## ÇÖZÜM

- Cisim düşey düzlemde serbest düşme hareketi yaptığı için uçuş süresi

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow 45 = \frac{1}{2} \cdot 10t^2 \Rightarrow 45 = 5t^2 \Rightarrow t^2 = 9 \Rightarrow t = 3 \text{ s olur.}$$

- Cisim yatay düzlemde düzgün doğrusal hareket yaptığı için aldığı yol

$$x = v_0 \cdot t \Rightarrow x = 40 \cdot 3 \Rightarrow x = 120 \text{ m olur.}$$

- Cismin yere çarptığı andaki yatay hızı, atış hızı olduğundan

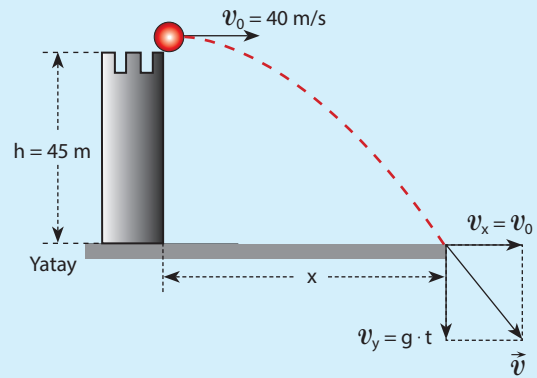
$$v_x = v_0 = 40 \text{ m/s olur.}$$

Düşey düzlemdeki hızı

$$v_y = g \cdot t \Rightarrow v_y = 10 \cdot 3 \Rightarrow v_y = 30 \text{ m/s olur.}$$

Cismin yere çarpma hızı Pisagor bağıntısına göre

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 \Rightarrow v^2 = 40^2 + 30^2 \Rightarrow v^2 = 1600 + 900 \Rightarrow v^2 = 2500 \Rightarrow v = 50 \text{ m/s olur.}$$

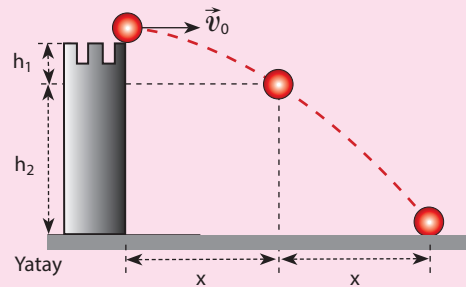


## 52. ALIŞTIRMA

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda belli bir yükseklikten  $\vec{v}_0$  hızıyla yatay olarak atılan cismin eşit zaman aralıklarında bulunduğu konumlar şekildeki gibidir.

Buna göre

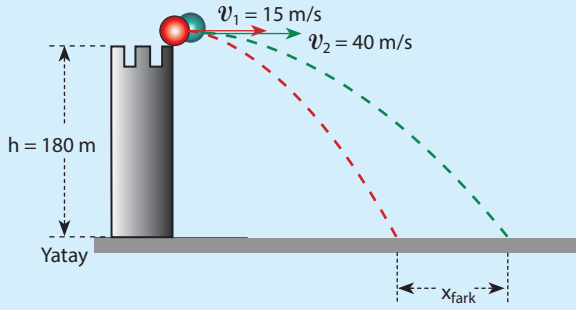
- Cismin eşit zaman aralıklarında yatayda aldığı yollar neden eşittir? Açıklayınız.
- Cismin eşit zaman aralıklarında düştüğü yükseklikler neden eşit değildir? Açıklayınız.
- Cismin daha uzağa düşmesi için neler yapılabilir?



## ÇÖZÜM



## 57. ÖRNEK



Hava direncinin ihmal edildiği ortamda yerden 180 m yükseklikteki kuleden iki cisim aynı yükseklikten 15 m/s ve 40 m/s büyüklüğünde hızlarla aynı yönde yatay olarak atılmıştır.

Buna göre cisimler yere düştüğünde aralarındaki uzaklık kaç m olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM

Cisimler aynı yükseklikten atıldıkları için hareket süreleri aynıdır. Hareket süresi

$$h = \frac{1}{2}g \cdot t^2 \Rightarrow 180 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 36$$

$$t = 6 \text{ s olur.}$$

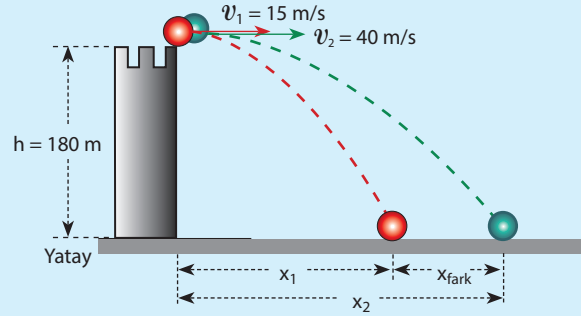
15 m/s'lik hızla atılan cismin yataydaki yer değiştirmesi

$$x_1 = v_1 \cdot t \Rightarrow x_1 = 15 \cdot 6 \Rightarrow x_1 = 90 \text{ m olur.}$$

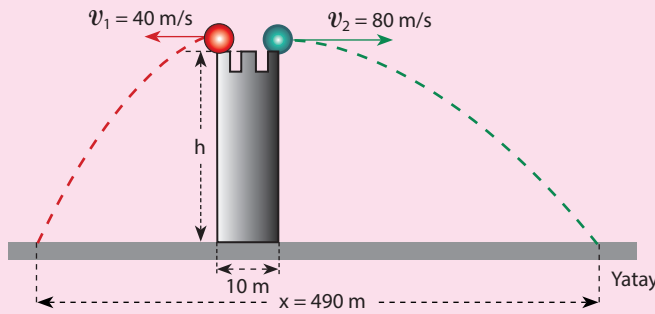
40 m/s'lik hızla atılan cismin yataydaki yer değiştirmesi

$$x_2 = v_2 \cdot t \Rightarrow x_2 = 40 \cdot 6 = 240 \text{ m olur. Buna göre cisimlerin yere düştüğü noktalar arası uzaklık}$$

$$x_{\text{fark}} = x_2 - x_1 \Rightarrow x_{\text{fark}} = 240 - 90 \Rightarrow x_{\text{fark}} = 150 \text{ m olur.}$$



## 53. ALIŞTIRMA



10 m genişliğindeki kuleden karşılıklı iki noktasından iki cisim aynı yükseklikten 40 m/s ve 80 m/s büyüklüğünde hızlarla yatay olarak şekildeki gibi zıt yönlerde atılmıştır. İki cismin düştüğü noktalar arasındaki mesafe 490 m'dir.

Hava direnci ihmal edildiğine göre cisimlerin atıldığı yükseklik kaç m olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM



## 54. ALIŞTIRMA

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda bir helikopter, yeryüzünden 720 m yukarıda yatay olarak 40 m/s büyüklüğünde hızla uçmaktadır.

Bir cisim helikopterden, helikoptere göre ilk hızsız olarak bırakıldığına göre

- Cismin hareketinin yörüngesi çiziniz.
- Cisim yere kaç s'de düşer?
- Cisim, bırakıldığı andan yere düşene kadar yatay doğrultuda kaç m yol alır? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM



## B) EĞİK ATIŞ HAREKETİ



Bir futbolcu, serbest vuruş yaparak havalandırdığı topun düştüğü yerden daha uzağa gitmesi için neler yapmalıdır?

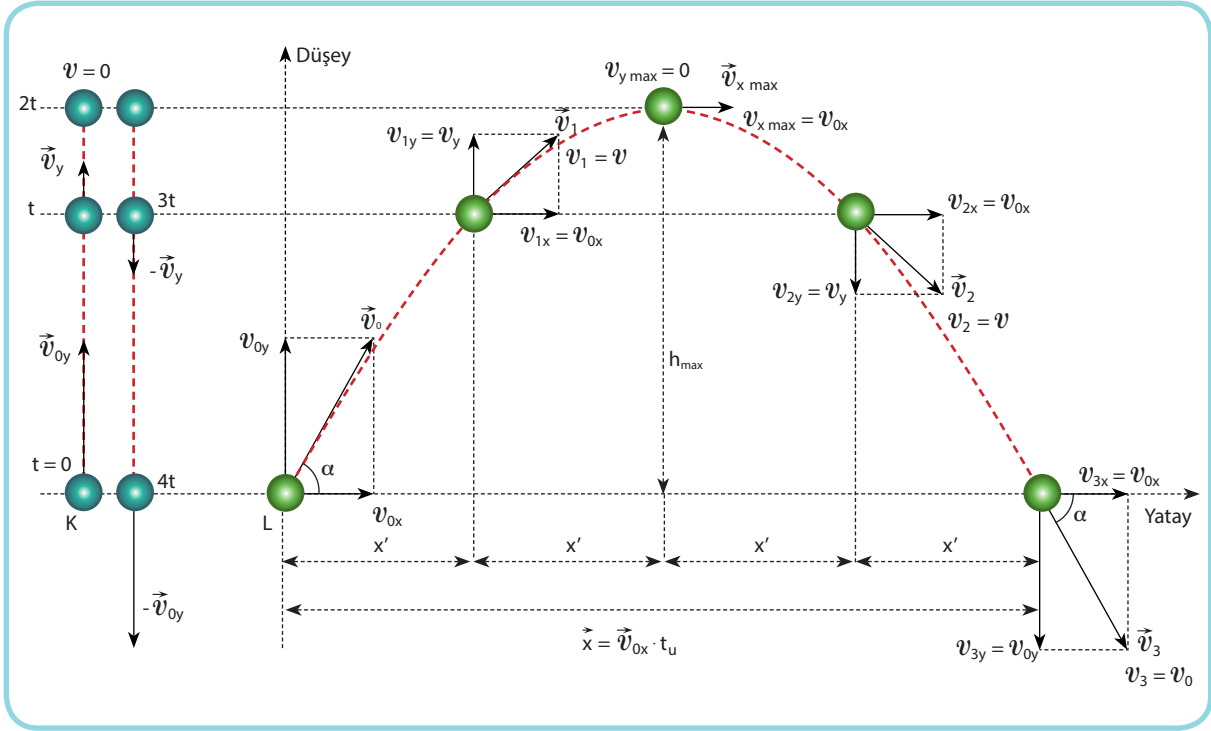
## Yukarı Yönde Eğik Atış Hareketi

Eğik atış hareketi, yatay düzlemlerle açı yapacak şekilde atılan cismin hareketidir. Gülle, cirit ve disk atan sporcuların atış şekli, eğik atışa örnek verilebilir. Futbol, basketbol ve tenis topalarının hareketleri çoğunlukla eğik atış şeklindedir. Uzun atlama yapan sporcunun atladıktan sonra yere düşene kadar yaptığı hareket de eğik atışa örnek verilebilir (Görsel 1.8).



Görsel 1.8: Uzun atlama yapan sporcunun hareketi

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda eğik olarak atılan cisim, hem yatay hem de düşey doğrultuda ilerlediği için bileşik hareket yapar. Cisim atıldığı andan itibaren yalnızca çekim kuvveti etkisinde kalır. Çekim kuvveti etkisindeki cisim, düşey yukarı yönde çıkarken düşey hızı düzgün azalır ve bir süre sonra sıfır olur. Bu nedenle cisim daha fazla yükselmez. Çıkabileceği maksimum yüksekliğe ulaşmış olur. Cismin çıkabileceği maksimum yükseklikte sadece yatay hızı kalır ve cisim yine çekim kuvveti etkisi ile yatay atış hareketi yaparak aşağıya iner. Hareket süresince yatay doğrultuda cisme etki eden herhangi bir kuvvet olmadığı için cisim yatay doğrultuda sabit hızlı hareket eder.



Şekil 1.43: Yukarı yönde düşey atılan cismin hareketi ile yukarı yönde eğik atılan cismin hareketinin karşılaştırılması

$v_{0y}$  büyüklüğünde hızla K bilyesi düşey yukarı yönde atıldığı anda L bilyesi  $v_0$  büyüklüğünde ilk hızla yatay düzlemde  $\alpha$  açısı yapacak şekilde eğik olarak atılmıştır. Eğik atılan cismin hızının düşey bileşeninin  $v_{0y}$  kadar olması durumunda K ve L cisimlerinin eşit zaman aralıklarında bulunduğu konumlar Şekil 1.43'teki gibi olur.

Eğik atış hareketinde cisim aynı düzleme düşerse çıkış süresi ( $t_c$ ) ile iniş süresi ( $t_i$ ) eşittir. Buna göre uçuş süresi ( $t_u$ )

$$t_u = 2t_c = 2t_i \text{ olur.}$$

K ve L bilyeleri  $t$ ,  $2t$ ,  $3t$  ve  $4t$  anlarında aynı yatay düzlemindedir. Bu durum, L bilyesinin düşey doğrultuda yaptığı hareketin yukarıya doğru düşey atış hareketiyle aynı olduğunu gösterir. Yatay doğrultuda düzgün doğrusal hareket yapan L cismi, eşit zaman aralıklarında eşit miktarda yol alır ( $x'$ ). Yukarı yönde eğik atış hareketi yapan cisim, maksimum yüksekliğe ulaştıktan sonra yatay atış hareketiyle aynı hareketi yapar. Eğik olarak atılan bir cismin izlediği yol paraboliktir.

Cismin hareket boyunca yatay doğrultuda aldığı en uzun mesafeye **menzil** ( $x$ ) denir. Hava direncinin ihmal edildiği ortamda eğik olarak atılan cismin yükselirken ve düşerken aynı yüksekliklerdeki hız büyüklükleri eşittir.

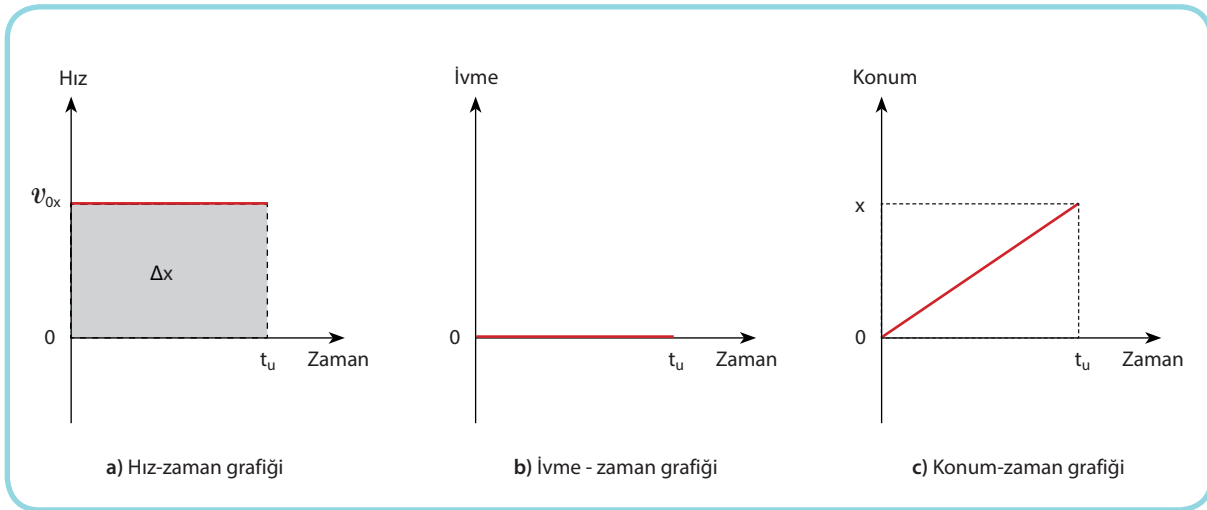
Eğik atış hareketine ait grafikler; yatay düzlemde sabit hızlı harekete, düşey düzlemde yukarıya doğru düşey atış hareketine ait grafiklerle aynı özellikleri taşır.  $v_0$  büyüklüğünde hızla harekete başlayan cisim,  $t_c$  çıkış süresinde maksimum yüksekliğe ( $h_{max}$ ) ve  $t_i$  iniş süresinde de atıldığı yüksekliğe ulaşır.

Eğik atış hareketi, yatay ve düşey eksenler üzerinde ve birbirinden bağımsız olarak ele alınıp incelenir. Aşağı yön negatif alındığında harekete ait denklemler Tablo 1.10'da gösterildiği gibidir.

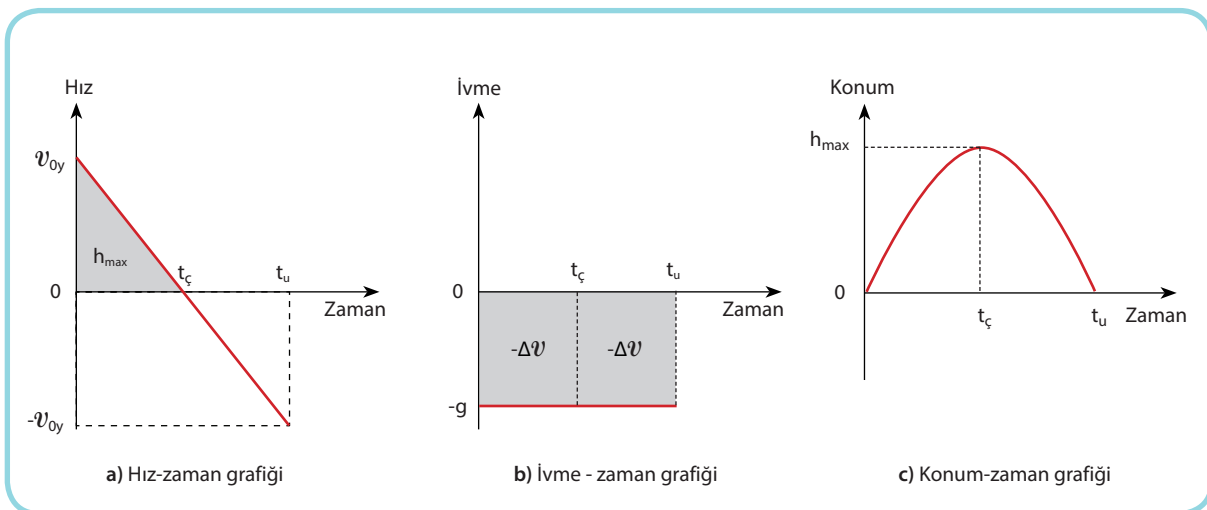
**Tablo 1.10:** Yukarı Yönde Eğik Atış Hareketi Yapan Cismin Hareket Denklemleri

Düşeydeki Harekete Ait Hız, Yer Değiştirme ve Zamansız Hız Denklemleri	Yataydaki Harekete Ait Yer Değiştirme Denklemleri	Herhangi Bir Andaki Hız Büyüklüğü
$\vec{v}_y = \vec{v}_{0y} - \vec{g} \cdot t_\zeta$	$\Delta x_{\text{menzil}} = \vec{v}_{0x} \cdot t_u$	$\vec{v}_x = \vec{v}_{0x}$ $\vec{v}_y = \vec{v}_{0y} - \vec{g} \cdot t$ $v^2 = v_x^2 + v_y^2$
$\vec{h}_{\text{max}} = \vec{v}_{0y} \cdot t_\zeta - \frac{1}{2} \vec{g} \cdot t_\zeta^2$		
$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2\vec{g} \cdot \Delta h$		

Eğik atış hareketinde aşağı doğru olan yön (-) seçilerek hız-zaman, ivme-zaman ve konum-zaman grafikleri çizildiğinde Grafik 1.13 ve Grafik 1.14'teki gibi olur.



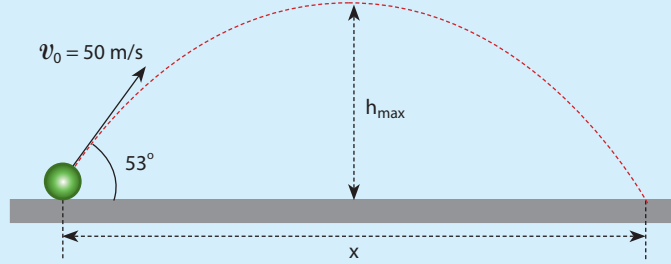
**Grafik 1.13:** Eğik atış hareketinde yatay doğrultudaki hız-zaman, ivme-zaman ve konum-zaman grafikleri



**Grafik 1.14:** Eğik atış hareketinde düşey doğrultudaki hız-zaman, ivme-zaman ve konum-zaman grafikleri

## 58. ÖRNEK

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda bir cisim, 50 m/s büyüklüğünde hızla ve yatayla  $53^\circ$  açı yapacak biçimde şekildedeki gibi atılmaktadır.



Buna göre

- Cismin maksimum yükseklikteki hızının büyüklüğü kaç m/s olur?
- Cismin maksimum yüksekliğe çıkış süresi kaç s olur?
- Cismin uçuş süresi kaç s olur?
- Cismin çıkabileceği maksimum yükseklik kaç m olur?
- Cismin menzili kaç m olur? ( $\sin 53^\circ = 0,8$ ;  $\cos 53^\circ = 0,6$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM

$$\text{a) } v_{0x} = v_0 \cdot \cos 53^\circ$$

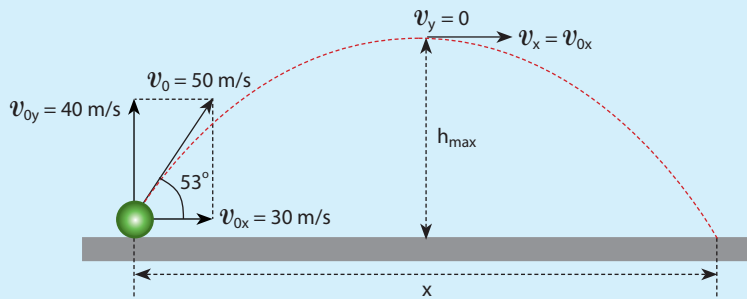
$$v_{0x} = 50 \cdot 0,6$$

$$v_{0x} = 30 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 53^\circ$$

$$v_{0y} = 50 \cdot 0,8$$

$$v_{0y} = 40 \text{ m/s}$$



Maksimum yükseklikte  $v_{0y}$  sıfır olur ve cismin hızı  $v_{0x} = 30 \text{ m/s}$  olur.

- Cisim maksimum yüksekliğe çıktığında cismin hızının düşey bileşeni sıfır olur. Bu durumda cismin maksimum yüksekliğe çıkış süresi

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t_{\uparrow}$$

$$0 = v_{0y} - g \cdot t_{\uparrow} \Rightarrow v_{0y} = g \cdot t_{\uparrow} \Rightarrow 40 = 10 \cdot t_{\uparrow} \Rightarrow t_{\uparrow} = 4 \text{ s olur.}$$

- Cismin uçuş süresi, maksimum yüksekliğe çıkış süresinin iki katına eşit olacağından

$$t_u = 2t_{\uparrow} = 2t_i \Rightarrow t_u = 2 \cdot 4 \Rightarrow t_u = 8 \text{ s olur.}$$

- Cisim maksimum yüksekliğe çıktıktan sonra düşey doğrultuda serbest düşme hareketi yapar. Bu durumda cismin çıkabileceği maksimum yükseklik

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t_i^2$$

$$h = \frac{1}{2} 10 \cdot 4^2 \Rightarrow h = 5 \cdot 16 \Rightarrow h = 80 \text{ m olur.}$$

- Eğik atılan cisim yatay doğrultuda sabit hızlı hareket yapacağından cismin menzili

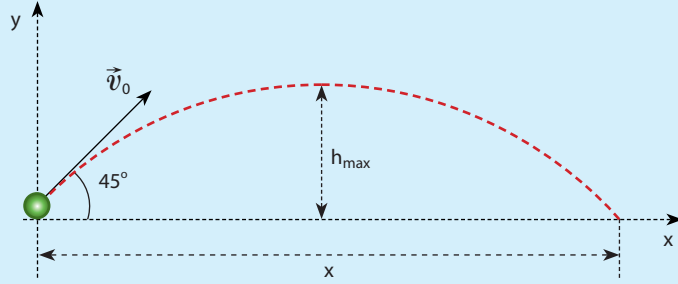
$$x = v_{0x} \cdot t_u \Rightarrow x = 30 \cdot 8 \Rightarrow x = 240 \text{ m olur.}$$

## 59. ÖRNEK

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda yatay düzlemdeki cisim, yatayla  $45^\circ$  açı yapacak şekilde  $\vec{v}_0$  hızıyla atılmıştır.

Buna göre cismin menzili ile çıkabileceği maksimum yükseklik arasındaki büyüklük ilişkisi nedir?

( $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ve  $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$  alınız.)

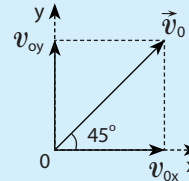


## ÇÖZÜM

Yatayla yapılan açı  $45^\circ$  ise

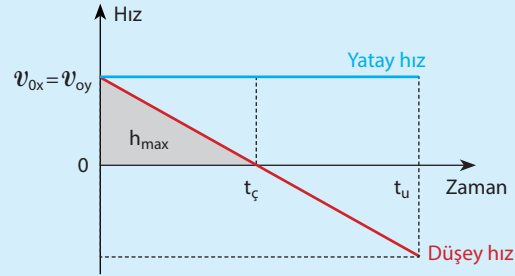
$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos 45^\circ \implies v_{0y} = v_0 \cdot \sin 45^\circ \text{ olur.}$$

$\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$  olduğundan  $v_{0x} = v_{0y}$  olur.



Cisim uçuş süresince yatay düzlemde düzgün doğrusal hareket yapar. Düşeyde ise çıkış süresince düzgün yavaşlar, iniş süresince ise ters yönde düzgün hızlanır. Buna göre yatay ve düşey hızlara ait hız-zaman grafikleri şekillerdeki gibi olur.

Cisme ait çıkış grafiği ile yatay eksen arasında kalan alan  $h_{\max}$  yüksekliğini verir. Cismin yatay hareketinin grafiği ile yatay eksen arasında kalan alan ise cismin menzilini verir. Cismin menzili  $x$  alınırsa  $x = 4h_{\max}$  olur.



## 55. ALIŞTIRMA

Hava direncinin ihmal edildiği ortamdaki bir bilye yerden yatay düzlemle  $45^\circ$  açı yapacak şekilde  $20\sqrt{2}$  m/s büyüklüğünde hızla fırlatılmıştır.

Bilye tekrar yer seviyesine düştüğüne göre

- Bilyenin uçuş süresi kaç s olur?
- Bilyenin çıkabileceği maksimum yükseklik kaç m olur?
- Bilyenin hareketi boyunca sahip olacağı en küçük hız değeri kaç m/s olur?
- Bilye yatay doğrultuda kaç m uzağa düşer? ( $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM



## 56. ALIŞTIRMA

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda bir hava balonu yukarı doğru 30 m/s büyüklüğündeki sabit hızla yükselmektedir. Balon yerden 80 m yükseklikteyken balondaki yolcu elindeki cismi balona göre 40 m/s büyüklüğündeki hızla yatay olarak atmaktadır.

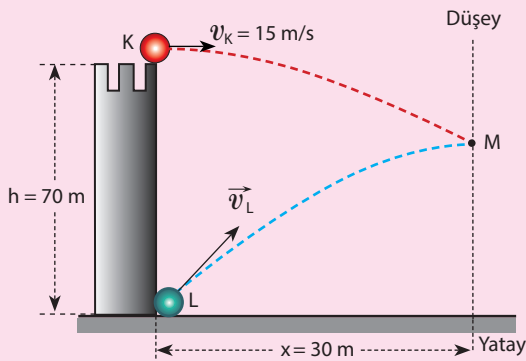
Buna göre

- Cisim kaç s yükselir?
- Cisim yerden maksimum kaç m yükselir?
- Cisim kaç s sonra yere düşer?
- Cisim yatay doğrultuda kaç m uzağa düşer? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM



## 57. ALIŞTIRMA



Hava direncinin ihmal edildiği ortamda K ve L cisimleri 70 m yüksekliğindeki kulenin alt ve üst ucundan  $\vec{v}_K$  ve  $\vec{v}_L$  hızlarıyla şekildeki gibi aynı anda atılmıştır. 15 m/s büyüklüğünde hızla yatay olarak atılan K cismi, L cismiyle M noktasında çarpışmakta ve cisimler çarpışana kadar yatayda 30 m yol almaktadır.

Buna göre

- Cisimler kaç s sonra çarpışır?
- Cisimler yerden kaç m yüksekte çarpışır? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM





Bir cisim yatayla yukarı yönde  $\alpha$  kadar açıyla ve  $\vec{v}_0$  ilk hızıyla atılırsa Şekil 1.44'teki gibi bir yol izler. Cismin maksimum yüksekliğe çıkış süresi  $t_{\uparrow}$ , uçuş süresi  $t_u$  alınır ve harekette menzilin ( $x$ ) bağlı olduğu değişkenler incelenirse

$$v_{0y} = g \cdot t_{\uparrow} \implies t_{\uparrow} = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

$$t_u = 2 \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \text{ bulunur. Menzili (atış uzaklığı)}$$

$$x = v_{0x} \cdot t_u$$

$$x = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot \left( 2 \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \right) \quad x = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} \text{ olur.}$$

$$x = \frac{v_0^2 (2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha)}{g}$$

Cismin menzili  $\sin 2\alpha$  ile doğru orantılıdır. Sinüs fonksiyonunun en büyük değeri olan  $\sin 90^\circ = 1$ 'dir. Buna göre en büyük menzil için  $2\alpha = 90^\circ$  ve  $\alpha = 45^\circ$  olur.

İki cisim yatayla yukarı doğru farklı  $\alpha_1, \alpha_2$  açılarıyla ve aynı büyüklükteki hızlarla atıldığında atış uzaklıkları eşitse

$$x_1 = x_2$$

$$\frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha_1}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha_2}{g}$$

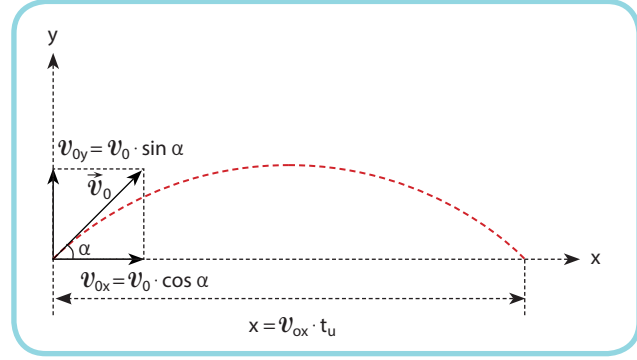
$$\sin 2\alpha_1 = \sin 2\alpha_2 \text{ olur.}$$

Birbirini  $180^\circ$  ye tamamlayan açılarının sinüs değerleri birbirine eşittir. Buna göre

$$2\alpha_1 + 2\alpha_2 = 180^\circ \implies \alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ \text{ olur.}$$

**Buradan iki önemli sonuç elde edilir:**

- Cisim yatayla yukarı yönde  $45^\circ$  açı yapacak şekilde atıldığında maksimum menzile sahip olur. Buna göre hız büyüklüğü değiştirilmeden yatayla yukarı yöndeki atış açısı  $0^\circ$  den  $45^\circ$  ye kadar büyüdükçe atış uzaklığı da büyür,  $45^\circ$  den  $90^\circ$  ye kadar ise küçülür.
- Cisim, aynı büyüklükteki hızlarla birbirini  $90^\circ$  ye tamamlayan açılarla atılırsa yatayda aynı atış uzaklığına sahip olur.



Şekil 1.44: Yukarı yönde eğik atılan cismin menzili

## 60. ÖRNEK

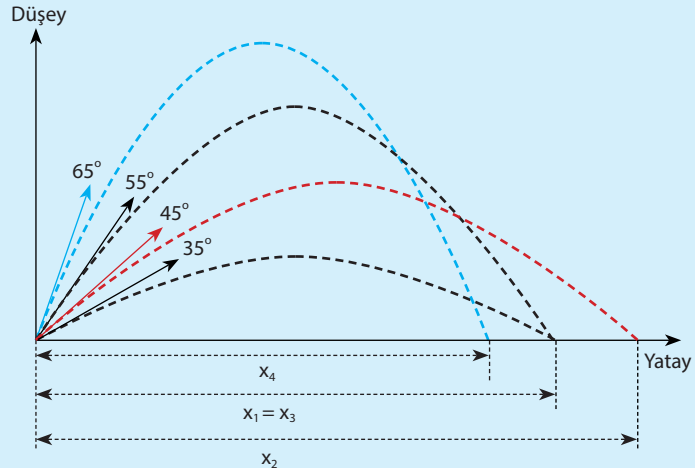
Hava direncinin ihmal edildiği ortamda yerdeki cisimler, aynı büyüklükte hızla yatayla yukarı yönde  $35^\circ, 45^\circ, 55^\circ$  ve  $65^\circ$  açı yapacak biçimde atılmıştır. Cisimlerin atış uzaklıkları sırasıyla  $x_1, x_2, x_3$  ve  $x_4$ 'tür.

**Buna göre cisimlerin menzillerinin büyüklüklerinin sıralaması nedir?**

### ÇÖZÜM

Aynı büyüklükteki hızlarla atılan cismin yatayla yaptığı açı büyüdükçe hızın dikey bileşeni de büyür. Bu durumda cismin çıkış süresi ve çıkabileceği maksimum yükseklik artar. Atış açısı ile  $45^\circ$  arasındaki fark büyüdükçe cismin menzili küçülür. Bu durumda  $35^\circ, 45^\circ, 55^\circ$  ve  $65^\circ$  açı ile atılan cisimlerin izleyeceği yörüngeler şekildeki gibi olur. Buna göre

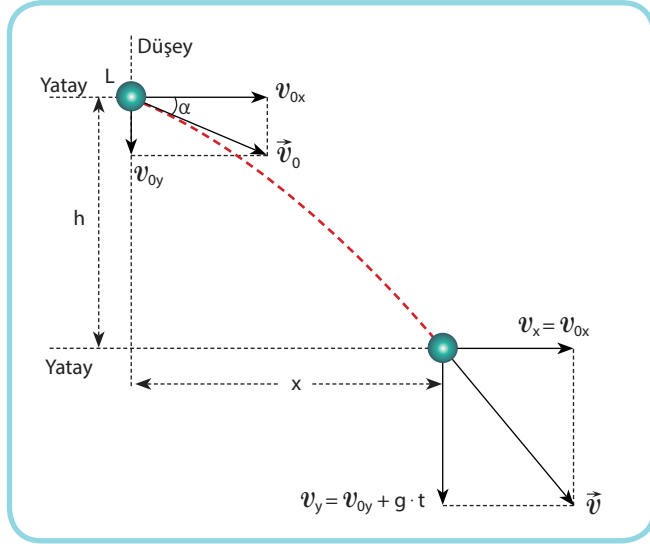
$x_2 > x_1 = x_3 > x_4$  şeklinde olur.



### Aşağı Yönde Eğik Atış Hareketi (Pike Atış)

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda yatayla  $\alpha$  açısı yapacak şekilde aşağı yönde eğik olarak atılan cisim, hem yatay hem de düşey doğrultuda ilerler (Şekil 1.45). Cisim atıldığı andan itibaren yalnızca çekim kuvveti etkisinde kalır. Cismin düşey doğrultuda ilk hızı  $v_{oy}$  büyüklüğünde olan düşey atış hareketi ile aynı hareketi yapar. Hareket süresince yatay doğrultuda cisim etki eden herhangi bir kuvvet yoktur. Bu nedenle cisim yatay doğrultuda  $v_{ox}$  büyüklüğünde hızla sabit hızlı hareket yapar.

İki boyuttaki hareket yatay ve düşey eksenler üzerinde ve birbirinden bağımsız olarak ele alınıp incelenir. Bu durumda harekete ait denklemler Tablo 1.11'de gösterilmiştir.

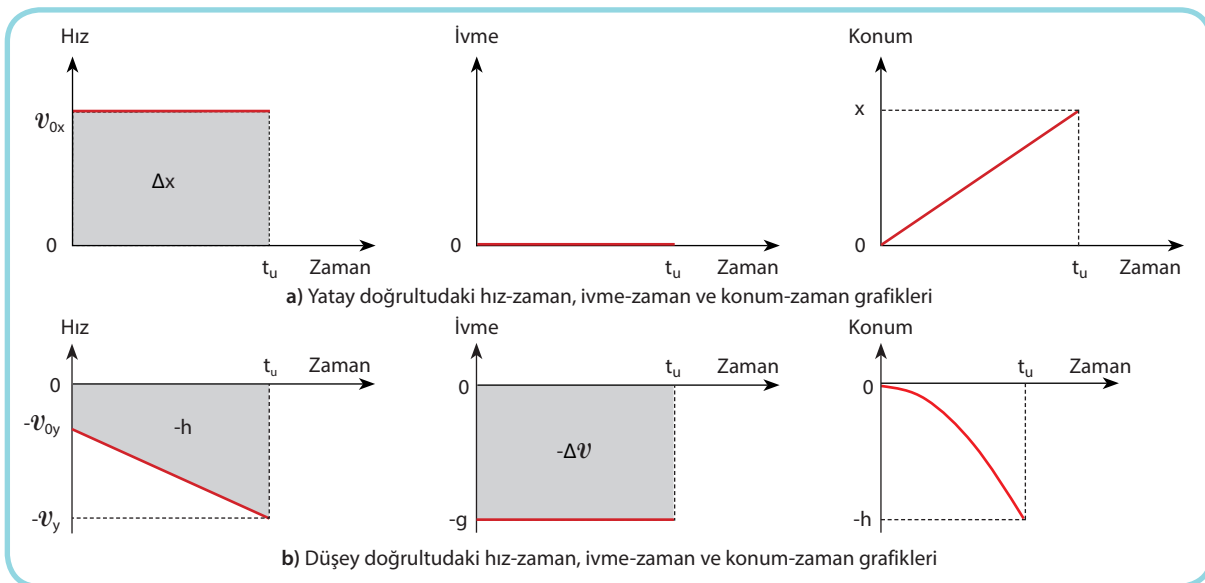


Şekil 1.45: Aşağı yönde eğik atış hareketi

Tablo 1.11: Aşağı Yönde Eğik Atış Hareketi Yapan Cismin Hareket Denklemleri

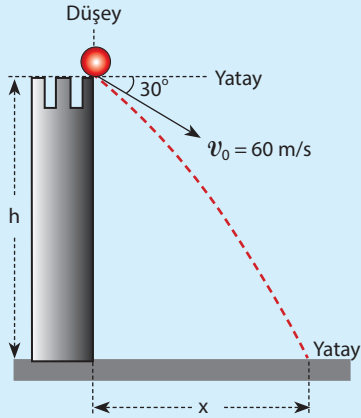
Düşeydeki Harekete Ait Hız, Yer Değiştirme ve Zamansız Hız Denklemleri	Yataydaki Harekete Ait Yer Değiştirme Denklemleri	Herhangi Bir Andaki Hız Büyüklüğü
$\vec{v}_y = \vec{v}_{oy} + \vec{g} \cdot t$	$\Delta \vec{x} = \vec{v}_{ox} \cdot t$	$\vec{v}_x = \vec{v}_{ox}$ $\vec{v}_y = \vec{v}_{oy} + \vec{g} \cdot t$ $v^2 = v_x^2 + v_y^2$
$\vec{h} = \vec{v}_{oy} \cdot t_c + \frac{1}{2} \vec{g} \cdot t^2$		
$v_y^2 = v_{oy}^2 + 2\vec{g} \cdot \Delta \vec{h}$		

Aşağı yönde eğik atış hareketine ait grafikler yatayda sabit hızlı harekete ve düşeyde aşağıya doğru düşey atış hareketine ait grafik özellikleri taşır. Başlangıç noktası sıfır kabul edilen ve yerden h yüksekliğindeki noktadan  $v_0$  büyüklüğünde hızla harekete başlayan cisim t sürede yere düşer. Aşağı doğru olan yön (-) seçilirse hız-zaman, ivme-zaman ve konum-zaman grafikleri Grafik 1.15'teki gibi olur.



Grafik 1.15: Aşağıya doğru eğik atış hareketi yapan cisme ait grafikler

## 61. ÖRNEK



Hava direncinin ihmal edildiği ortamda bir cisim kulenin tepesinden yatay düzlemle  $30^\circ$  açı yaparak aşağı yönde atılmıştır.  $h$  yüksekliğindeki kuleden  $60 \text{ m/s}$  büyüklüğünde hızla atılan cisim, yatay doğrultuda  $x$  kadar yol alarak  $2 \text{ s}$ 'de yere ulaşmaktadır.

Buna göre

- a) Cisim kaç m yüksekten atılmıştır?  
b) Cisim yere düşene kadar yatay doğrultuda kaç m yol alır?

( $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM

- a) Cismin düşey hızı

$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 30^\circ = 60 \cdot \frac{1}{2} = 30 \text{ m/s}$  olur. Cisim  $2 \text{ s}$ 'de yere ulaştığına göre kulenin yüksekliği

$$h = v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$h = 30 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2$$

$$h = 80 \text{ m olur.}$$

- b) Cismin yatay hızı

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos 30^\circ$$

$$v_{0x} = 60 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

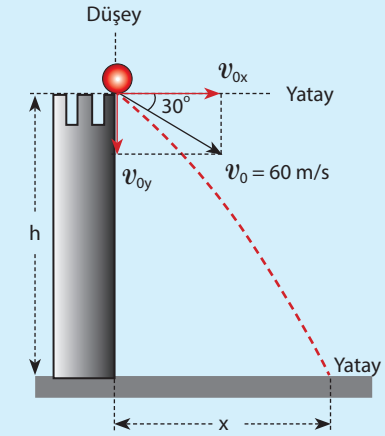
$$v_{0x} = 30\sqrt{3} \text{ m/s olur.}$$

Cismin yatayda aldığı yol

$$x = v_{0x} \cdot t$$

$$x = 30\sqrt{3} \cdot 2$$

$$x = 60\sqrt{3} \text{ m olur.}$$



## 58. ALIŞTIRMA



Bir geminin mahsur kaldığını öğrenen Afet Masası hazırladığı acil yardım paketlerini bir helikopter ile olay yerine ulaştırır. Helikopter durgun hâldeki gemiden  $h$  kadar yüksekte yatay olarak  $v$  büyüklüğünde hız ile uçmaktadır.

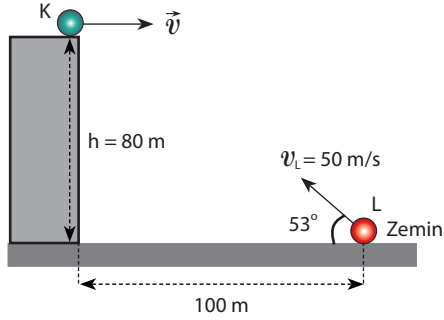
Buna göre helikopterden bırakılacak paketlerin sadece serbest düşme hareketi yaparak gemi üzerine düşmesi için nereden ve nasıl bırakılması gerekir?

## ÇÖZÜM



## 5. BÖLÜM SONU SORULARI

1. Hava direncinin ihmal edildiği ortamda K cismi 80 m yükseklikteki duvarın üstünden  $\vec{v}$  hızıyla yatay olarak atılmaktadır. Aynı anda L cismi de yerden 50 m/s büyüklüğünde hızla ve yatayla  $53^\circ$  açı yapacak şekilde eğik atılmaktadır.



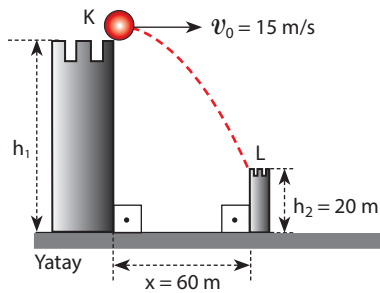
Cisimler bir süre sonra çarpıştığına göre

- Cisimler atıldıktan kaç s sonra çarpışma gerçekleşir?
- Çarpışmanın olduğu noktanın zemine ve duşey duvara dik uzaklığı kaç m olur? (sin  $53^\circ = 0,8$ ; cos  $53^\circ = 0,6$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)

## ÇÖZÜM



2. Hava direncinin ihmal edildiği ortamdaki iki kuleden biri  $h_1$ , diğeri 20 m yüksekliğe sahiptir ve iki kule arasındaki yatay uzaklık 60 m'dir.  $h_1$  yüksekliğindeki kulenin K noktasından yatay olarak 15 m/s büyüklüğünde hızla atılan cisim, 20 m yüksekliğe sahip kulenin L noktasına düşmektedir.

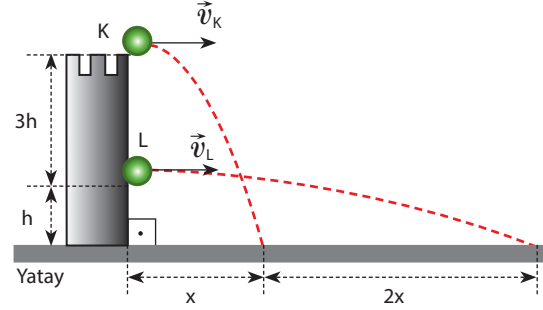


Buna göre  $h_1$  yüksekliği kaç m olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)

## ÇÖZÜM



3. Hava direncinin ihmal edildiği ortamdaki K ve L cisimleri sırasıyla  $4h$  ve  $h$  yüksekliğinden  $\vec{v}_K$  ve  $\vec{v}_L$  hızlarıyla yatay olarak atılmaktadır. K cismi yatay düzlemde  $x$ , L cismi ise  $3x$  uzaklığa düşmektedir.

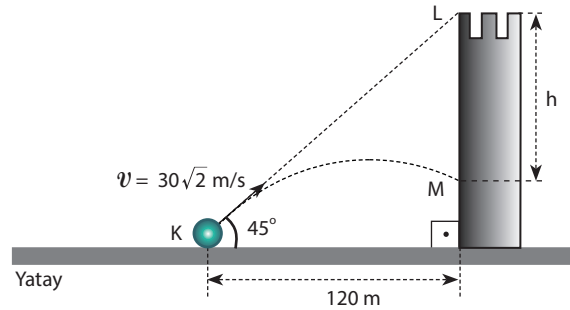


Buna göre cisimlerin hızlarının büyüklükleri  $\frac{v_K}{v_L}$  oranı kaçtır?

## ÇÖZÜM



4. Hava direncinin ihmal edildiği ortamda bir cisim şekildeki gibi K noktasından L noktasına doğru yatayla  $45^\circ$  lik açı yapacak şekilde ve  $30\sqrt{2}$  m/s büyüklüğünde hızla atılmıştır.



Cisim, 120 m uzaktaki kulenin M noktasına çarpıştığına göre

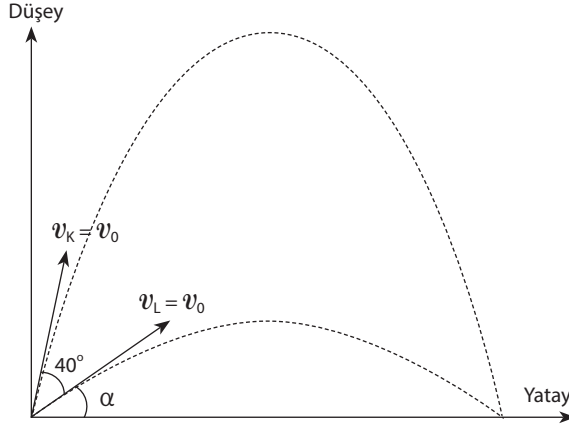
- Cisim atıldıktan kaç s sonra M noktasına çarpır?
- LM arasındaki uzaklık  $h$  kaç m olur?
- Cismin M noktasına çarpma hızının büyüklüğü kaç m/s olur?

(sin  $45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , cos  $45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)

## ÇÖZÜM



5. Hava direncinin ihmal edildiği ortamda K ve L cisimleri aynı noktadan ve aynı büyüklükteki hızlarla şekildeki gibi eğik olarak atılmaktadır. L cismi yatayla  $\alpha$ , K cismi  $(40 + \alpha)$  açısı yapacak şekilde atıldığına cisimler aynı noktaya düşmektedir.

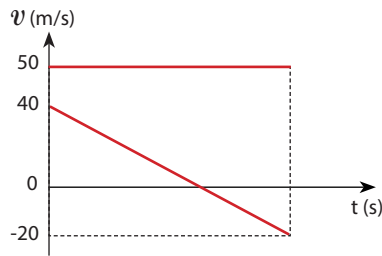


Buna göre  $\alpha$  açısı kaç derecedir? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

### ÇÖZÜM



6. Hava direncinin ihmal edildiği ortamda bir cisim yer düzleminde, yatayla  $\alpha$  açısı yapacak şekilde yukarı doğru fırlatılmaktadır. Cisim, hareketi sonunda bir duvarın üstüne düşmektedir. Cisim hareketi boyunca yatay ve düşey hızlarının zamanla değişim grafiği şekildeki gibidir.



Buna göre

- Cisim duvara yatay olarak kaç metre uzaktan atılmıştır?
- Duvarın yüksekliği kaç metredir? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

### ÇÖZÜM



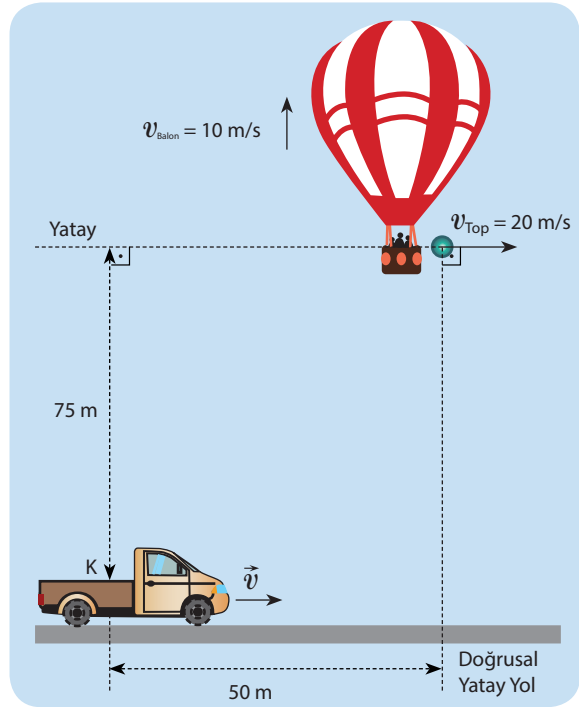
7. Hava direncinin ihmal edildiği ortamdaki bir cisim yatayla  $37^\circ$  açı yapacak şekilde aşağı yönde  $50 \text{ m/s}$  büyüklüğünde hızla atılmaktadır. Cisim, atıldığı noktanın düşeyinden  $120 \text{ m}$  uzakta yere düşmektedir.

Buna göre cisim kaç m yüksekten atılmıştır? ( $\sin 37^\circ = 0,6$ ;  $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

### ÇÖZÜM



8. Bir hava balonu, hava direncinin ihmal edildiği ortamda  $10 \text{ m/s}$  büyüklüğünde sabit hızla yükselmektedir. Balondaki bir yolcu, şekildeki konumdayken yolda yere göre sabit  $\vec{v}$  hızıyla ilerleyen bir kamyoneti fark etmiştir. Yolcu elindeki topu kamyonetin hareket yönünde ve balona göre  $20 \text{ m/s}$  büyüklüğünde hızla yatay olarak atmıştır.



Top kamyonetin K noktasına düştüğüne göre kamyonetin hızının büyüklüğü kaç m/s olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

### ÇÖZÜM

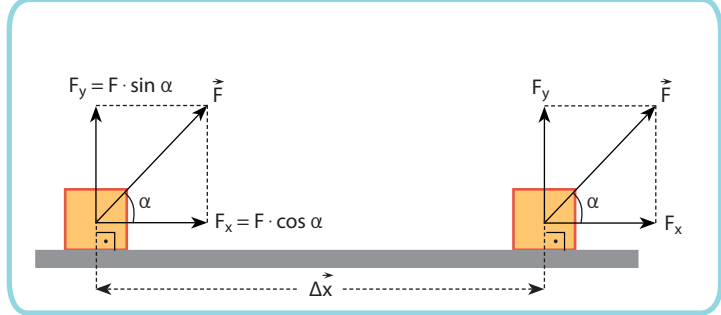


## 1.6. ENERJİ VE HAREKET

### A) İŞ VE ENERJİ



Görsel 1.9: Valizin yatay düzlemle açı yapacak şekilde kuvvet uygulanarak çekilmesi



Şekil 1.46: Cismin yatay düzlemle açı yapacak şekilde kuvvet uygulanarak çekilmesi

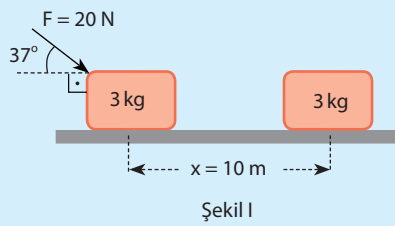
Fizikte iş yapmanın amacı enerji aktarmaktır. Görsel 1.9'da valize aktarılan enerjiyle valiz üzerinde iş yapılabilir. Bir cisme uygulanan kuvvetin iş yapabilmesi için cismin yer değiştireceği doğrultuda bir bileşene sahip olması ve kuvvet uygulanan cismin yer değiştirmesi gerekir. Enerji aktarımı yani iş yalnızca hareket doğrultusundaki kuvvetler tarafından yapılır. İş,

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} \text{ ile bulunur.}$$

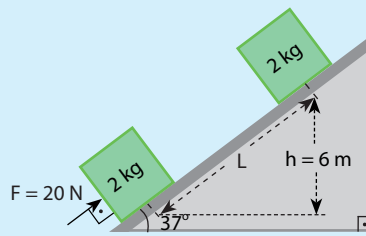
Bir cisme Şekil 1.46'daki gibi kuvvet, sürtünmelerin ihmal edildiği düzlemde yer değiştirme doğrultusuyla α açısı yapacak şekilde uygulanırsa yapılan iş  $W = F \cdot \cos \alpha \cdot \Delta x$  ile ifade edilir.

### 62. ÖRNEK

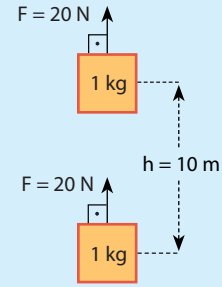
Şekil I, II ve III'te sürtünmelerin ihmal edildiği sistemlerdeki yükler, 20 N büyüklüğündeki sabit kuvvetlerin etkisi ile hareket ettirilmektedir.



Şekil I



Şekil II



Şekil III

Buna göre kuvvetlerin yaptığı işler sırasıyla  $W_1$ ,  $W_2$  ve  $W_3$  ise işlerin büyüklük sıralaması nedir? ( $\sin 37^\circ = 0,6$  ve  $\cos 37^\circ = 0,8$  alınınız.)

### ÇÖZÜM

Uygulanan kuvvetin yer değiştirme doğrultusundaki bileşeni iş yapar. Buna göre

$$W_1 = F \cdot \cos \alpha \cdot x$$

$$W_1 = 20 \cdot \cos 37^\circ \cdot 10$$

$$W_1 = 20 \cdot 0,8 \cdot 10 = 160 \text{ J}$$

$$W_2 = F \cdot L$$

$$W_2 = 20 \cdot \frac{6}{\sin 37^\circ}$$

$$W_2 = 20 \cdot \frac{6}{0,6} = 200 \text{ J}$$

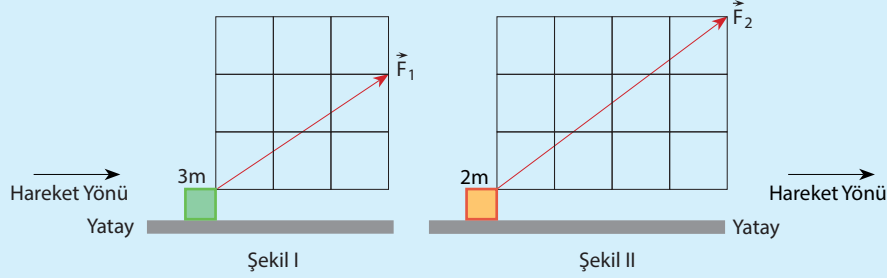
$$W_3 = F \cdot h$$

$$W_3 = 20 \cdot 10 = 200 \text{ J}$$

$$W_1 < W_2 = W_3 \text{ olur.}$$

## 63. ÖRNEK

Sürtünmelerin ihmal edildiği düzlemdeki hareketsiz cisimlere etki eden kuvvetler eşit kare bölmeli düzlemde gösterilmiştir. Şekil I'de 3m kütleli cisme  $\vec{F}_1$  ve Şekil II'de 2m kütleli cisme  $\vec{F}_2$  kuvveti eşit süre uygulanarak cisimler yatay düzlemde hareket ettirilmektedir.



Buna göre kuvvetlerin yaptığı işler sırasıyla  $W_1$  ve  $W_2$  ise  $\frac{W_1}{W_2}$  oranı kaçtır?

## ÇÖZÜM

Kuvvetlerin yer değiştirme doğrultusundaki bileşenleri  $F_{1x} = 3F$  ve  $F_{2x} = 4F$  kabul edilerek yapılan işlerin hesaplanabilmesi için cisimlerin yer değiştirmelerinin bulunması gerekir.

Newton'ın İkinci Hareket Yasası'na göre

$$F = m \cdot a \text{ bağıntısından}$$

$$3m \text{ kütleli cisim için } 3F = 3m \cdot a_1$$

$$2m \text{ kütleli cisim için } 4F = 2m \cdot a_2$$

$$a_1 = a \text{ ise } a_2 = 2a \text{ olur.}$$

$$\text{Yapılan işlerin oranı } \frac{W_1}{W_2} = \frac{3F \cdot x}{8F \cdot x} = \frac{3}{8} \text{ olur.}$$



Sabit ivmeli hareketlerde yer değiştirmeler

$$x_1 = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$x_2 = \frac{1}{2} 2a \cdot t^2$$

$$x_1 = x \text{ ise } x_2 = 2x \text{ olur.}$$

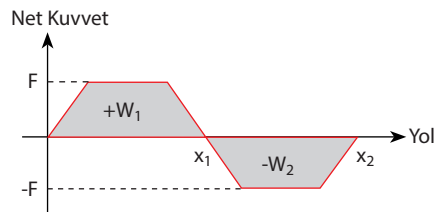
Kuvvetlerin yaptığı iş

$$W = F \cdot x$$

$$W_1 = 3F \cdot x$$

$$W_2 = 4F \cdot 2x$$

$$W_2 = 8F \cdot x \text{ olur.}$$



Grafik 1.16: Cisme uygulanan net kuvvet-yol grafiği

Cisimlere uygulanan kuvvetlerin büyüklüğü ve uygulama yönü zamanla değişebilir. Bu durumda değişken kuvvetlerin yaptığı işi bulabilmek için cisimlere ait kuvvet-yol grafiklerinden faydalanmak kolaylık sağlar. Bu grafikte, grafik ile yatay eksen arasında kalan alan yapılan işe eşit olur (Grafik 1.16). Buna göre

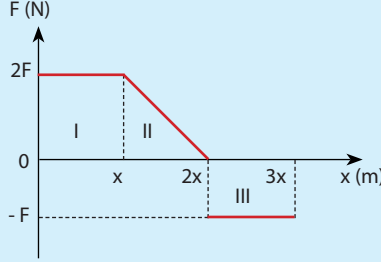
$$\text{Alan} = \text{İş} = W = F \cdot \Delta x \text{ olur.}$$

Kuvvet, sistemin hareketi yönünde uygulanırsa cismin enerjisini artırır ve cisim üzerinde pozitif iş yapar. Kuvvet, sistemin hareketine zıt yönde uygulanırsa cismin enerjisini azaltır ve cisim üzerinde negatif iş yapar. Cisme farklı zaman aralıklarında uygulanan kuvvetlerin yaptığı işlerin cebirsel toplamı cisim üzerinde yapılan toplam işi verir. Buna göre

$$W_{\text{toplam}} = W_1 + (-W_2) \text{ olur.}$$

## 64. ÖRNEK

İlk hızı sıfır olan bir cisme etki eden net kuvvetin yola bağlı değişim grafiği verilmiştir.



Buna göre 0-3x yol aralığında yapılan toplam iş kaç  $F \cdot x$  olur?

## ÇÖZÜM

Grafik ve yatay eksen arasında kalan alanların cebirsel toplamı yapılan işi verir. I ve II. bölgelerde kuvvetler cisim üzerinde pozitif iş yaparak cisimi hızlandırır. III. bölgede negatif iş yaparak cisimi yavaşlatır.

$$\text{I. bölgede alan } W_1 = 2F \cdot x$$

$$\text{II. bölgede alan } W_2 = \frac{2F \cdot x}{2} = F \cdot x$$

$$\text{III. bölgede alan } W_3 = -F \cdot x$$

0-3x aralığında yapılan net iş, alanların cebirsel toplamı olduğundan

$$W_{\text{net}} = W_1 + W_2 + W_3$$

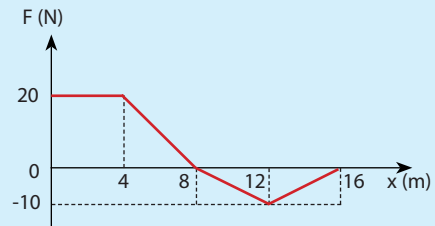
$$W_{\text{net}} = 2F \cdot x + F \cdot x - F \cdot x$$

$$W_{\text{net}} = 2F \cdot x \text{ olur.}$$

## 65. ÖRNEK

Bir cisme etki eden net kuvvet-yol grafiği verilmiştir.

Kuvvet etkisiyle hareket eden cisim üzerinde, 0-4 m yol aralığında yapılan iş  $W_1$  ve 0-16 m yol aralığında yapılan iş  $W_2$  olduğuna göre  $\frac{W_1}{W_2}$  oranı kaçtır?



## ÇÖZÜM

F-x grafiğinde yapılan iş, grafikte yatay eksen arasındaki alanların cebirsel toplamıdır.

$$0-4 \text{ m aralığında yapılan iş } W_1 = 20 \cdot 4 = 80 \text{ J}$$

$$0-16 \text{ m aralığında yapılan iş } W_2 = 20 \cdot 4 + \frac{20 \cdot 4}{2} - \frac{10 \cdot 4}{2} - \frac{10 \cdot 4}{2} = 80 \text{ J olduğundan}$$

$$\frac{W_1}{W_2} = 1 \text{ olur.}$$



## Hooke Yasası

Esnek cisimler, kuvvet etkisi ile şekil değiştirip serbest bırakıldıklarında eski denge durumlarına geri döner. Esnek cisimlerin denge durumuna dönmelerinin nedeni maddeyi oluşturan tanecikler arasındaki etkileşimlerden kaynaklanan **geri çağırıcı kuvvetlerdir**. Ancak geri çağırıcı kuvvetler cisim her durumda eski hâline geri getirmez. Her maddenin kendine özgü bir esneklik sınırı vardır. Esneklik sınırlarının aşılması durumunda cisim eski hâline dönemez. Bu sınırların üzerinde uygulanan kuvvetler cismin esneklik özelliğinin bozulmasına neden olur.



a) Tükenmez kalem içindeki yay



b) Araba amortisörü

Görsel 1.10: Yay örnekleri

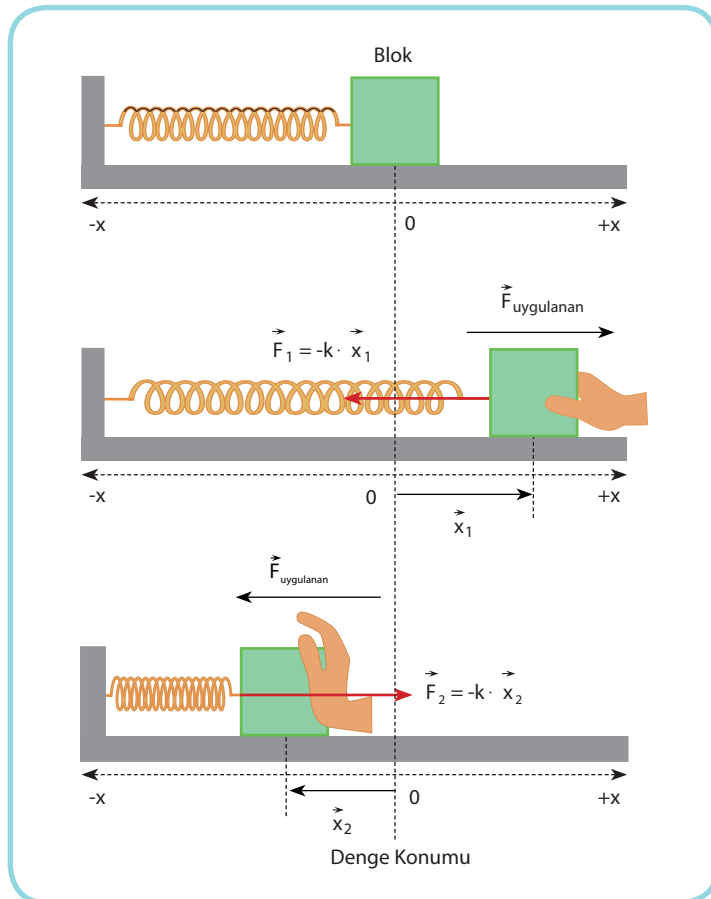
Esnek cisimlere örnek olarak yay verilebilir. Yaya bir kuvvet uygulandığında kuvvetin yönüne göre yayda uzama ya da sıkışma meydana gelir. Her yayın kendine özgü bir yay sabiti ( $k$ ) vardır. Eşit büyüklükte kuvvetler uygulandığında farklı cins yayların uzama ve sıkışma miktarını belirleyen niceliğe **yay sabiti** denir. Yay sabiti yayın yapıldığı maddenin cinsine, kullanılan telin kalınlığına, yayı oluşturan halkaların yarıçapına ve yayın uzunlu-

ğuna bağlı olarak değişir. Örneğin bir tükenmez kalem içinde kullanılan yayın yay sabiti küçük iken arabaların amortisörlerinde kullanılan yayın yay sabiti çok büyüktür. Yay sabiti büyük olan yaylar **sert yay**, yay sabiti küçük olan yaylar ise **yumuşak yay** olarak ifade edilir.

Bir yayın, denge konumuna olan uzaklığını arttırmak için yaya uygulanan kuvvetin de arttırılması gerekir. Yaya kuvvet uygulandığında yay üzerinde de yayı denge konumuna getirmeye çalışan geri çağırıcı kuvvet oluşur. Geri çağırıcı kuvvet, uygulanan kuvvete eşit büyüklükte ve zıt yönlüdür.

Bir yaydaki uzama veya sıkışma miktarı ( $x$ ), uygulanan kuvvet ( $F$ ) ve yay sabitine ( $k$ ) bağlıdır (Şekil 1.47). Bu değişkenler arasındaki ilişki  $\vec{F} = -k \cdot \vec{x}$  ifadesi ile gösterilir. Bu ifadeye **Hooke (Huk) Yasası** denir.

Kuvvet ifadesindeki (-) işaretinin nedeni geri çağırıcı kuvvet ile konum vektörünün zıt yönlü olmasıdır.



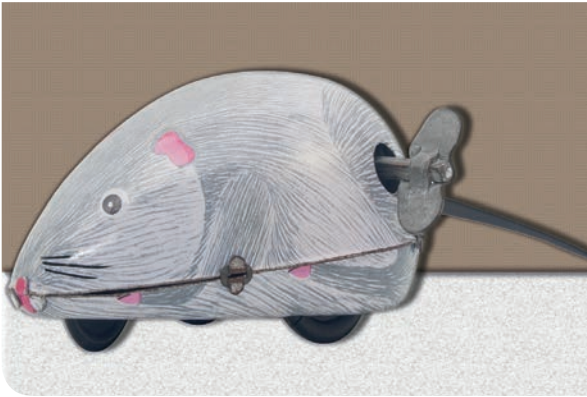
Şekil 1.47: Denge konumundaki yaya uygulanan kuvvet etkisiyle yayın uzama ve sıkışma miktarı



a) Bükülmüş atlama sırtığı



b) Sıkıştırılmış sünger



c) Zembereği kurulmuş oyuncak



ç) Gerilmiş ok yayı

Görsel 1.11: Esnek cisimlerde enerjinin depo edilmesi

Bir sistem serbest bırakıldığında harekete geçerse o sistemde depo edilmiş enerji vardır. Bükülmüş bir atlama sırtığı, sıkıştırılmış sünger, zembereği kurulmuş oyuncak, gerilmiş ok yayı gibi cisimler serbest bırakıldığında harekete geçer (Görsel 1.11). Bu cisimlerin ortak yönü hepsinin esneklik özelliğine sahip olmasıdır. Bir cisme kuvvet uygulanarak esnetilmesi ya da sıkıştırılması sırasında cisim üzerinde yapılan iş, cisme potansiyel enerji olarak aktarılır. Esnek cisimlerde depo edilen enerjiye **esneklik potansiyel enerjisi** adı verilir.

### 59. ALIŞTIRMA

Yay sabiti  $k$  olan bir yaya uygulanan kuvvetlerin yayda oluşturduğu uzama miktarları tabloda verilmiştir.

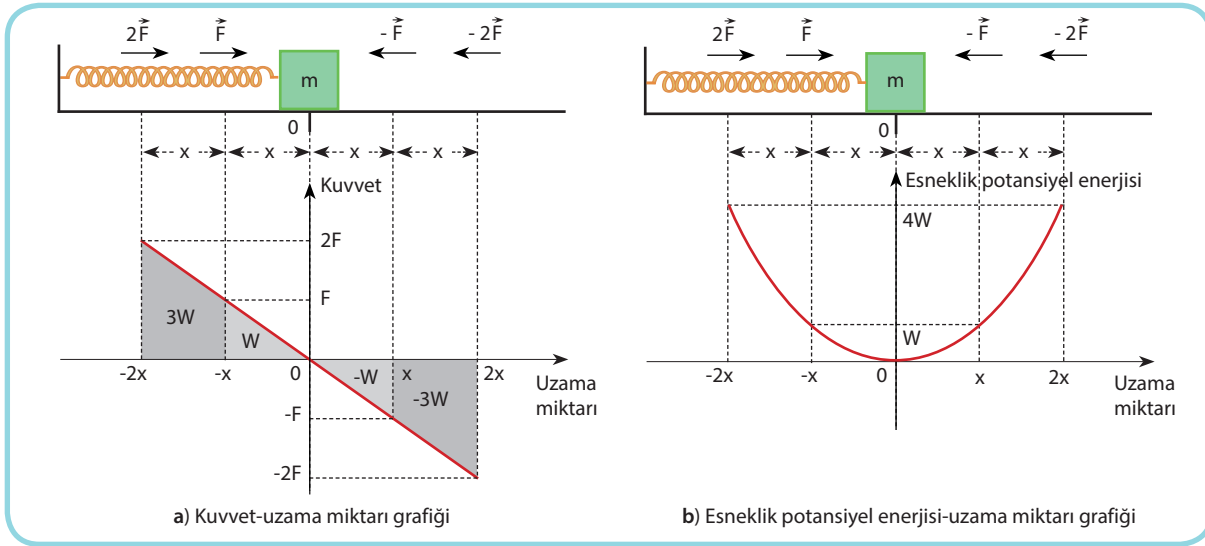
Kuvvetlerin yaptığı iş yaya enerji olarak aktarıldığına göre yaya ait kuvvet-uzama grafiğini çizerek esneklik potansiyel enerjinin matematiksel modeline ulaşınız.

Kuvvet	0	F	2F	3F
Uzama Miktarı	0	x	2x	3x

### ÇÖZÜM



Sürtünmelerin ihmal edildiği ortamda denge konumundaki bir yaya  $m$  kütlesi bağlanıp yay  $F$  büyüklüğünde kuvvet ile  $x$  kadar sıkıştırıldığında uygulanan kuvvet iş yapar. Yapılan bu iş, yayda esneklik potansiyel enerjisi olarak depolanır. Yay serbest bırakılırsa yayda depo edilen enerji kütleyle kinetik enerji olarak aktarılır. Kütle denge konumuna geldiğinde yaydaki esneklik potansiyel enerjinin tamamı kütleyle kinetik enerji olarak aktarılmıştır. Kütle, bu enerjiden dolayı denge konumunda duramaz ve sahip olduğu hız ile ilerlemeye devam eder. Bu sırada yayı çekerek denge noktasından uzaklaştırır. Denge noktasından uzaklaşan yay üzerindeki geri çağırıcı kuvvet, daima denge konumuna yöneldiği için denge noktasına doğru yön değiştirir. Bu durumda da yay üzerindeki geri çağırıcı kuvvet iş yapmaya başlar. Tekrar gerilmeye başlayan yaydaki kütle sahip olduğu kinetik enerji, esneklik potansiyel enerjisi olarak yaya aktarılır. Bu enerji aktarımı, sürtünmelerin ihmal edildiği ortamda denge konumuna göre  $x$  kadar sıkıştırılan yayın  $x$  kadar uzaması ile sona erer. Enerji aktarılan yay, tekrar denge konumuna gelmeye çalışır ve bu olay denge konumuna göre simetrik iki nokta arasında sürekli tekrarlanır. Titreşen yay denge konumundan uzaklaşırken yayda depolanan esneklik potansiyel enerjisi artar, denge konumuna yaklaşırken azalır.



Grafik 1.17: Yayda kuvvet - uzama miktarı ve esneklik potansiyel enerjisi - uzama miktarı grafikleri

Esneklik sınırının aşılmaması koşuluyla yaya uygulanan kuvvet ile yayın uzama miktarı doğru orantılıdır. Buna göre kuvvet-uzama miktarı grafiği Grafik 1.17.a'daki gibi olur. Grafiğin eğimi  $\tan \alpha = \frac{F}{x}$  olduğundan yay sabitine eşit olur. Kuvvet-uzama miktarı grafiğinde grafik ile yatay eksen arasında kalan alan ise yapılan işi verir. Bu iş, yayda depolanan esneklik potansiyel enerjisini ( $E_p$ ) ifade eder. Buna göre

Alan =  $W = \frac{F \cdot x}{2} = \frac{k \cdot x \cdot x}{2} \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2$  olur. Yayda depolanan esneklik potansiyel enerjinin uzamaya bağlı grafiği Grafik 1.17.b'deki gibidir.

## 66. ÖRNEK

Sürtünmelerin ihmal edildiği düzlemdeki yaya ait kuvvet-uzama miktarı grafiği verilmiştir.

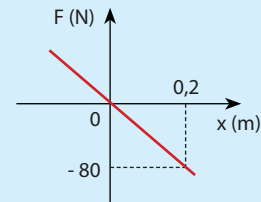
Buna göre yayın uzaması 0,4 m iken yayda depolanan esneklik potansiyel enerjisi kaç J olur?

### ÇÖZÜM

Kuvvet-uzama grafiği kullanılarak yay sabiti bulunur.

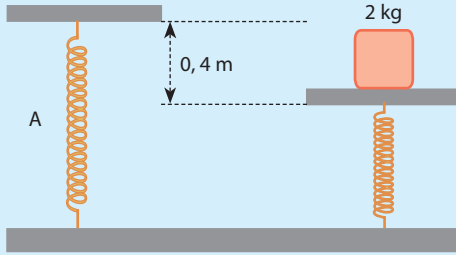
$F = k \cdot x \Rightarrow 80 = k \cdot 0,2 \Rightarrow k = 400 \text{ N/m}$  olur. Yayda depolanan esneklik potansiyel enerjisi

$E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} 400 \cdot (0,4)^2 \Rightarrow E_p = 32 \text{ J}$  bulunur.

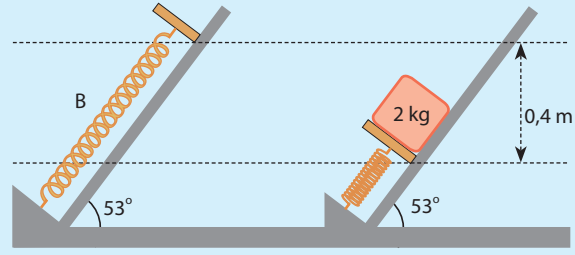


## 67. ÖRNEK

Şekil I ve Şekil II'deki gibi A ve B yaylarının üzerine 2 kg kütleli cisimler konulduğunda yaylar sıkışmaktadır.



Şekil I



Şekil II

Buna göre yayların yay sabitleri  $\frac{k_A}{k_B}$  oranı kaçtır? ( $\sin 53^\circ = 0,8$ ;  $\cos 53^\circ = 0,6$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM

Serbest hâldeki yaylara üzerlerine yerleştirilen cisimlerin ağırlıkları nedeniyle kuvvet uygulanır. Bu kuvvetlerin etkisi ile yaylar sıkışır.

A yayı için yay sabiti

$$F = k \cdot x$$

$$m \cdot g = k \cdot x$$

$$2 \cdot 10 = k_A \cdot 0,4$$

$$k_A = 50 \text{ N/m olur.}$$

B yayının sıkışma miktarı

$$\sin 53^\circ = \frac{0,4}{x}$$

$$0,8 = \frac{0,4}{x}$$

$$x = 0,5 \text{ m olur.}$$

Cismin ağırlığının yay üzerindeki bileşeni, B yayını sıkıştırır. B'nin yay sabiti

$$m \cdot g \cdot \sin 53^\circ = k \cdot x$$

$$2 \cdot 10 \cdot 0,8 = k_B \cdot 0,5$$

$$k_B = 32 \text{ N/m olur.}$$

$$\text{Buna göre } \frac{k_A}{k_B} = \frac{50}{32} = \frac{25}{16} \text{ olur.}$$

## 68. ÖRNEK

Sürtünmelerin ihmal edildiği bir ortamda gerilen bir yaya ait kuvvet-uzama miktarı ve esneklik potansiyel enerjisi-uzama değerleri Tablo I ve Tablo II'de verilmiştir.

Tablo I

Kuvvet (N)	0	F	300
Uzama Miktarı (m)	0	x	3x

Tablo II

Potansiyel Enerji (J)	0	10	E
Uzama Miktarı (m)	0	x	3x

Buna göre tablolarda belirtilen F ve E değerleri kaçtır?

## ÇÖZÜM

Tablo I'e göre

$$F = k \cdot x$$

$$300 = k \cdot 3x$$

$$300 = 3F \Rightarrow F = 100 \text{ N olur.}$$

Tablo II'ye göre

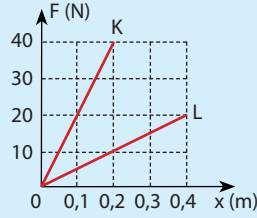
$$E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} k \cdot x^2 \text{ ve}$$

$$E = \frac{1}{2} k \cdot (3x)^2 = \frac{1}{2} k \cdot 9x^2$$

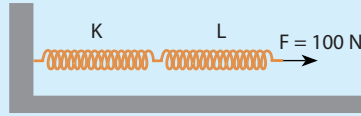
$$E = 9 \cdot 10 \Rightarrow E = 90 \text{ J olur.}$$

## 69. ÖRNEK

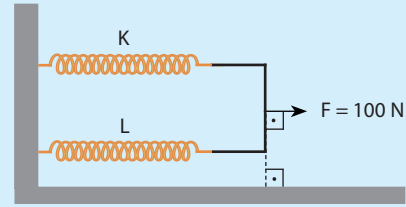
K ve L yaylarına ait kuvvet-uzama miktarı grafiği Şekil I'de verilmiştir. K ve L yayları, Şekil II ve Şekil III'teki gibi bağlanıp büyüklükleri 100 N olan kuvvetler uygulanarak dengeye getirilmiştir. Bu durumda yaylarda depolanan esneklik potansiyel enerjileri toplamı Şekil II'de  $E_1$  ve Şekil III'te  $E_2$  olmaktadır.



Şekil I



Şekil II



Şekil III

Buna göre  $\frac{E_1}{E_2}$  oranı kaçtır?

## ÇÖZÜM

Şekil I'deki grafikte eğim, yay sabitini verdiği için  $k = \frac{F}{x}$  olur.

$$k_K = \frac{40}{0,2} = 200 \text{ N/m}$$

$$k_L = \frac{20}{0,4} = 50 \text{ N/m}$$

Şekil II'de K ve L yayları uç uca bağlı olduğundan gerginlikleri eşit ve her bir yayda oluşan gerilme kuvvetinin büyüklüğü 100 N olur.

$F = k \cdot x$  ifadesinden yayların uzama miktarları bulunur.

$$K \text{ yayı} \quad 100 = 200 \cdot x_K \Rightarrow x_K = 0,5 \text{ m uzar.}$$

$$L \text{ yayı} \quad 100 = 50 \cdot x_L \Rightarrow x_L = 2 \text{ m uzar.}$$

K ve L yaylarında depolanan enerjilerin toplamı sistemin esneklik potansiyel enerjisini oluşturur.

$$E_1 = E_K + E_L \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} k_K \cdot x_K^2 + \frac{1}{2} k_L \cdot x_L^2 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} 200 \cdot 0,5^2 + \frac{1}{2} 50 \cdot 2^2 \Rightarrow E_1 = 25 + 100 = 125 \text{ J olur.}$$

Şekil III'te K ve L yayları yan yana bağlı olduğundan uzama miktarları eşit olur. Yaylarda oluşan gerilme kuvvetlerinin toplamı ise 100 N olarak bulunur.

$$F = F_K + F_L \Rightarrow F = k_K \cdot x_K + k_L \cdot x_L \Rightarrow 100 = 200 \cdot x + 50 \cdot x = 250x \Rightarrow x = 0,4 \text{ m olur.}$$

K ve L yaylarında depolanan enerjilerin toplamı sistemin esneklik potansiyel enerjisini oluşturur.

$$E_2 = E_K + E_L \Rightarrow E_2 = \frac{1}{2} k_K \cdot x^2 + \frac{1}{2} k_L \cdot x^2 \Rightarrow E_2 = \frac{1}{2} 200 \cdot 0,4^2 + \frac{1}{2} 50 \cdot 0,4^2 \Rightarrow E_2 = 16 + 4 = 20 \text{ J bulunur.}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{125}{20} = \frac{25}{4} \text{ olur.}$$

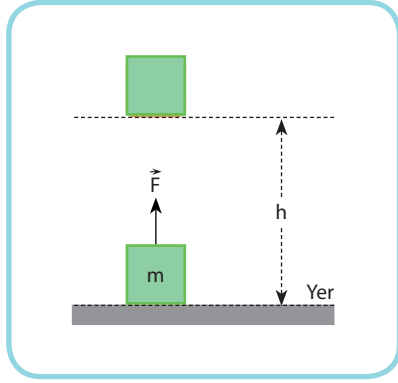
## 60. ALIŞTIRMA

Sürtünmelerin ihmal edildiği ortamda  $m$  kütleli cisim bir  $\vec{F}$  kuvvetiyle sabit hızla yeryüzünden  $h$  yüksekliğine çıkarılmaktadır.

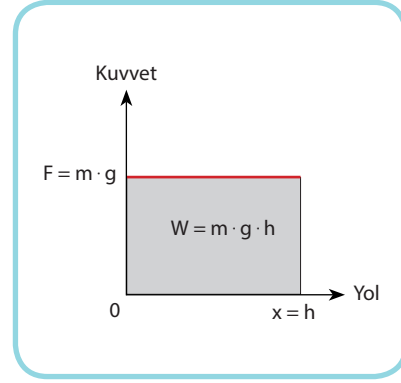
$\vec{F}$  kuvvetinin yaptığı iş cisme potansiyel enerji olarak aktarıldığına göre cismin kuvvet-yol grafiğini çizerek yer çekimi potansiyel enerjisinin matematiksel modeline ulaşınız.

## ÇÖZÜM





Şekil 1.48:  $\vec{F}$  kuvveti ile sabit hızla h kadar yükseltelen cisim



Grafik 1.18: Yerden h kadar yükselen cisme ait kuvvet-yol grafiği

Şekil 1.48'deki m kütleli cismi sabit hızla yerden h kadar yüksekliğe çıkarmak için cisme cismin ağırlığı kadar kuvvet uygulamak gerekir. Cismin yükseltilmesi sırasında kuvvetin yer çekimine karşı yaptığı iş, cisme yer çekimi potansiyel enerjisi olarak aktarılır. Bu cisme ait kuvvet-yol grafiği Grafik 1.18'deki gibi olur. Kuvvet-yol grafiğinde grafikle yatay eksen arasında kalan alan yapılan işi verir.

$$\text{Alan} = \text{İş} = W = F \cdot \Delta x \text{ eşitliğinden}$$

$$W = m \cdot g \cdot h \text{ bulunur.}$$

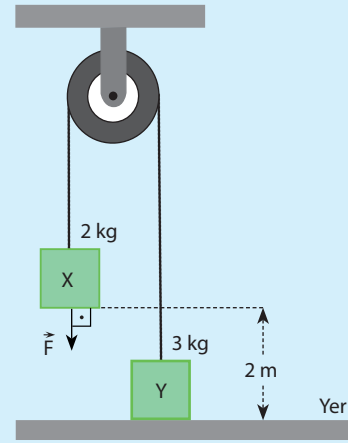
Buna göre yapılan iş, potansiyel enerjideki değişime eşittir. Yeryüzünden yukarı yönde çıkarılan cisimlerde yer çekimi kuvvetine karşı iş yapılır ve bu iş cismin potansiyel enerjisini artırır. Sürtünmelerin ihmal edildiği ortamda serbest bırakılan cisim üzerinde yer çekimi kuvvetinin yaptığı iş cismin potansiyel enerjisini azaltır.

## 70. ÖRNEK

Sürtünmelerin ihmal edildiği ortamda kütlesi 2 kg olan X cismi ile 3 kg olan Y cismi dengededir. Cisimler aynı boyutlarda ve homojendir. X cismi  $\vec{F}$  kuvvetiyle çekilerek Y cismi ile yan yana getirilmektedir.

Buna göre

- X ve Y cisimlerinin potansiyel enerjilerindeki değişim kaç J olur?
- Kuvvetin yaptığı iş kaç J olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)



## ÇÖZÜM

- X cismi ile Y cismi arasındaki uzaklık 2 m olduğundan X cismi 1 m aşağıya çekildiğinde Y cismi 1 m yukarıya çıkar ve cisimler yan yana gelir. X cismi aşağıya indiği için potansiyel enerji kaybederken Y cismi yukarıya çıktığı için potansiyel enerji kazanır. Cisimlerin potansiyel enerjilerindeki değişim  $\Delta E_p$  olmak üzere

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h \text{ olur.}$$

$$X \text{ cismi için } \Delta E_p = 2 \cdot 10 \cdot 1 = 20 \text{ J azalır.}$$

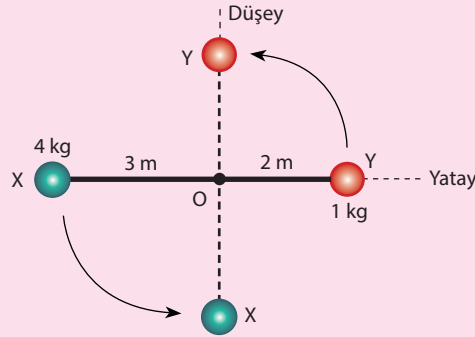
$$Y \text{ cismi için } \Delta E_p = 3 \cdot 10 \cdot 1 = 30 \text{ J artar.}$$

- Kuvvetin yaptığı iş sistemin potansiyel enerjisindeki değişime eşittir.

$$W = \Delta E_p = 30 - 20 = 10 \text{ J olur.}$$

## 61. ALIŞTIRMA

Ağırlığı ihmal edilen çubuk, düşey duvarda sabitlenmiş O noktası etrafında serbestçe dönebilmektedir. Sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde çubuğun uçlarına 4 kg kütleli X ve 1 kg kütleli Y cismi takılıp serbest bırakıldığında sistem yatay düzlemde düşey düzleme doğru harekete geçmektedir.



Buna göre yatay düzlemde düşey düzleme gelen sistemin potansiyel enerjisindeki değişim kaç J olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)

## ÇÖZÜM



## 62. ALIŞTIRMA

Sürtünmelerin ihmal edildiği düzlemde, sabit kuvvet etkisi ile durgun hâlden harekete geçen cisme ait hız büyüklüklerinin zamana bağlı değişimi tabloda verilmiştir.

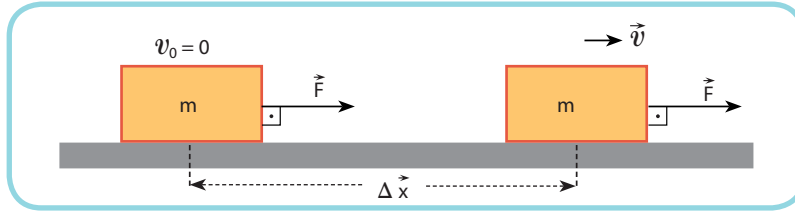
Zaman	0	t	2t	3t
Hız	0	v	2v	3v

Buna göre

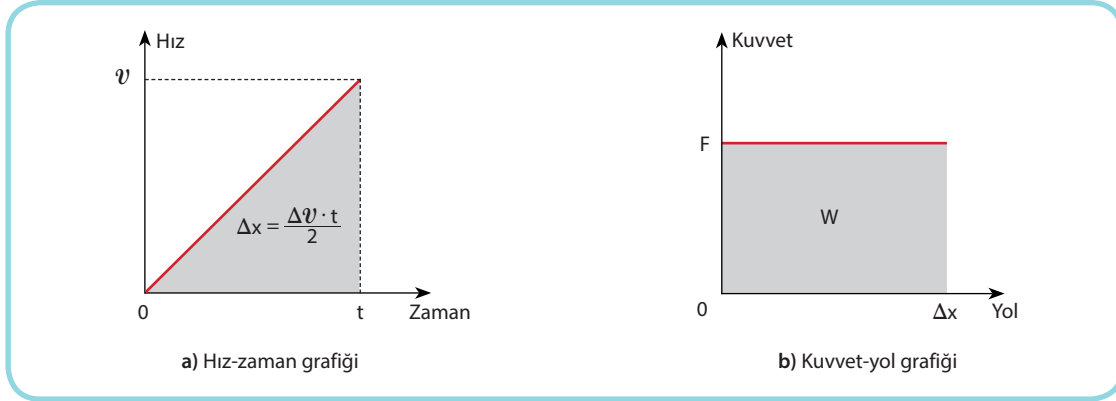
- Cismin hareketine ait hız-zaman grafiğini çiziniz.
- Cismin hareketine ait kuvvet-yol grafiğini çizerek kinetik enerjinin matematiksel modeline ulaşınız.

## ÇÖZÜM





Şekil 1.49: Sabit kuvvet etkisinde hızlanan cisim



Grafik 1.19: Sabit kuvvet etkisinde hızlanan cisme ait grafikler

Şekil 1.49'daki gibi sürtünmelerin ihmal edildiği ortamda durgun bir cisme sabit kuvvet uygulanarak cismin yer değiştirmesi sağlanırsa cisim ivmeli hareket eder ve düzgün hızlanır. Bu sırada kuvvetin yaptığı iş, cisim hareket enerjisi yani kinetik enerji ( $E_k$ ) olarak aktarılır. Cisme ait hız-zaman grafiğinde grafik ile yatay eksen arasında kalan alan yer değiştirmeyi, kuvvet-yol grafiğinde grafik ile yatay eksen arasında kalan alan ise yapılan işi verir (Grafik 1.19). Hız-zaman grafiğinde alan

$$\Delta x = \frac{\Delta v \cdot t}{2} \text{ olur.}$$

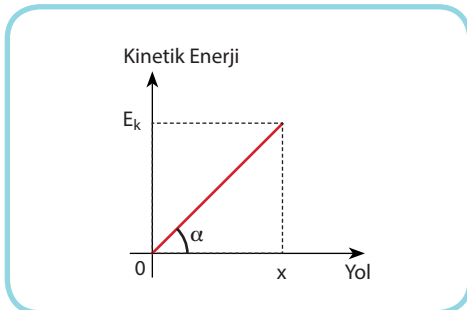
Kuvvet-yol grafiğinde alan

$$W = F \cdot \Delta x \text{ olduğundan}$$

$$W = m \cdot a \cdot \frac{\Delta v \cdot t}{2} \Rightarrow W = m \cdot \frac{\Delta v}{t} \cdot \frac{\Delta v \cdot t}{2} \Rightarrow W = \frac{1}{2} m \cdot \Delta v^2 \text{ bulunur.}$$

Bir cisme hızı yönünde  $\Delta x$  yolu boyunca kuvvet uygulandığında kuvvetin cisim üzerinde yaptığı iş, cismin kinetik enerjisindeki değişime eşittir. Buna göre

$$W = \Delta E_k = (E_k)_{\text{son}} - (E_k)_{\text{ilk}} \text{ olur.}$$



Grafik 1.20: Kuvvet etkisindeki cisme ait kinetik enerji-yol grafiği

Bir cismin kinetik enerjisinin yola göre değişim grafiğinin eğimi, cisme uygulanan net kuvveti verir (Grafik 1.20). Buna göre net kuvvet

$$\tan \alpha = \text{Eğim} = \frac{\Delta E_k}{\Delta x} \text{ ifadesi ile bulunur.}$$



## 71. ÖRNEK

Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay zeminde durgun olan cisme yola paralel ve sabit  $F$  büyüklüğünde kuvvet uygulandığında cismin  $t$  anındaki hızının büyüklüğü  $\mathcal{V}$ , yer değiştirmesinin büyüklüğü  $x$  ve kinetik enerjisi  $E$  olmaktadır.

Buna göre cismin  $0-3t$  aralığındaki

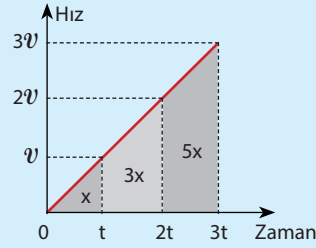
- Hız-zaman grafiğini çiziniz.
- Kuvvet-yol grafiğini çiziniz.
- Kinetik enerji-yol grafiğini çiziniz.
- Kinetik enerji-hız grafiğini çiziniz.

## ÇÖZÜM

- a) Newton'ın İkinci Hareket Yasası'na göre sabit kuvvet etkisindeki cisimler sabit ivmeli hareket yapar ve düzgün hızlanır.

Zaman	0	t	2t	3t
Hız	0	$\mathcal{V}$	$2\mathcal{V}$	$3\mathcal{V}$

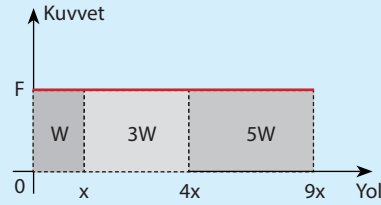
Hız-zaman grafiği şekildeki gibi olur.



- b) Hız-zaman grafiğinde grafikte yatay eksen arasında kalan alan yer değiştirmeyi verir.  $0-t$  aralığında alan  $x$  ise  $t-2t$  aralığında  $3x$  ve  $2t-3t$  aralığında  $5x$  olacaktır.

Kuvvet	F	F	F	F
Konum	0	x	4x	9x

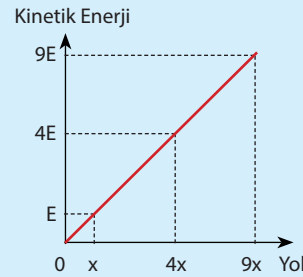
Kuvvet-yol grafiği şekildeki gibi olur.



- c) Kuvvet-yol grafiğinde grafikte yatay eksen arasında kalan alan yapılan işi verir. Cismin konumu  $x$  olduğunda iş  $W$  olursa  $4x$  olduğunda  $3W$  artar,  $9x$  olduğunda  $5W$  daha artacaktır. Yapılan iş, kinetik enerjideki değişime eşit olduğundan

Kinetik Enerji	0	E	4E	9E
Konum	0	x	4x	9x

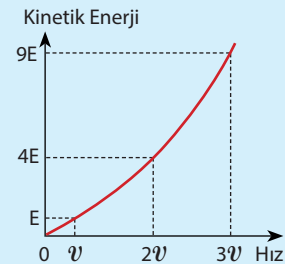
Kinetik enerji-yol grafiği şekildeki gibi olur.



- ç)  $E_k = \frac{1}{2} m \cdot \mathcal{V}^2$  ifadesine göre kinetik enerji cismin hızının karesi ile doğru orantılıdır.

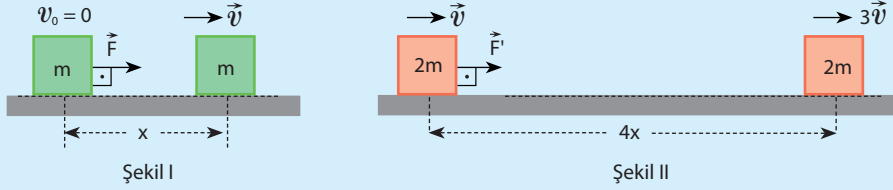
Kinetik Enerji	0	E	4E	9E
Hız	0	$\mathcal{V}$	$2\mathcal{V}$	$3\mathcal{V}$

Kinetik enerji-hız grafiği şekildeki gibi olur.



## 72. ÖRNEK

Şekil I'deki sürtünmelerin ihmal edildiği düzlemde durgun olan  $m$  kütleli cisme yatay ve yola paralel  $\vec{F}$  kuvveti uygulanıp  $x$  büyüklüğünde yer değiştirmesi sağlandığında cismin hızı  $\vec{v}$  olmaktadır. Şekil II'deki sürtünmesiz düzlemde  $\vec{v}$  hızıyla gitmekte olan  $2m$  kütleli cisme yatay, yola paralel ve büyüklüğü  $F'$  olan kuvvet uygulanarak  $4x$  büyüklüğünde yer değiştirmesi sağlandığında hızı  $3\vec{v}$  olmaktadır.



Buna göre  $2m$  kütleli cisme uygulanan  $F'$  kuvveti kaç  $F$  büyüklüğündedir?

## ÇÖZÜM

Kuvvetlerin yaptığı iş, cisimlerin kinetik enerjilerindeki değişim kadardır. Buna göre  $F$  kuvveti uygulandığında

$$W_1 = F \cdot x = \Delta E_k$$

$$F \cdot x = \frac{1}{2} m \cdot (v_{\text{son}}^2 - v_{\text{ilk}}^2)$$

$$F \cdot x = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - 0$$

$$m \cdot v^2 = 2F \cdot x \text{ bulunur.}$$

$F'$  kuvveti uygulandığında

$$F' \cdot 4x = \frac{1}{2} 2m \cdot (9v^2 - v^2)$$

$$F' \cdot 4x = 8m \cdot v^2$$

$$F' \cdot 4x = 8 \cdot 2F \cdot x$$

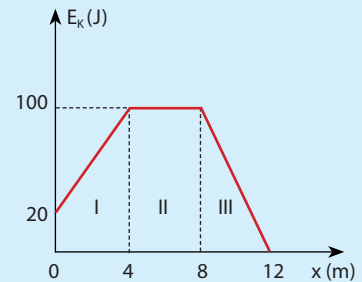
$$F' = 4F \text{ olur.}$$

## 73. ÖRNEK

Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlemdeki bir cismin kinetik enerji-yer değiştirme grafiği verilmiştir. Grafiğin I, II ve III. bölgelerinde cisme uygulanan kuvvetlerin büyüklükleri sırasıyla  $F_I$ ,  $F_{II}$  ve  $F_{III}$ 'tür.

Buna göre

- $F_I$ ,  $F_{II}$  ve  $F_{III}$  kuvvetlerinin büyüklükleri kaç N olur?
- I, II ve III. bölgelerinde kuvvetlerinin cismin hızına etkisini açıklayınız.



## ÇÖZÜM

a) Enerji-yer değiştirme grafiğinde eğim, uygulanan kuvveti verir. Eğim =  $\frac{\Delta E}{x}$  olduğundan

$$\text{I. bölgede } F_I = \frac{E_{\text{son}} - E_{\text{ilk}}}{x} = \frac{100 - 20}{4} = \frac{80}{4} = 20 \text{ N}$$

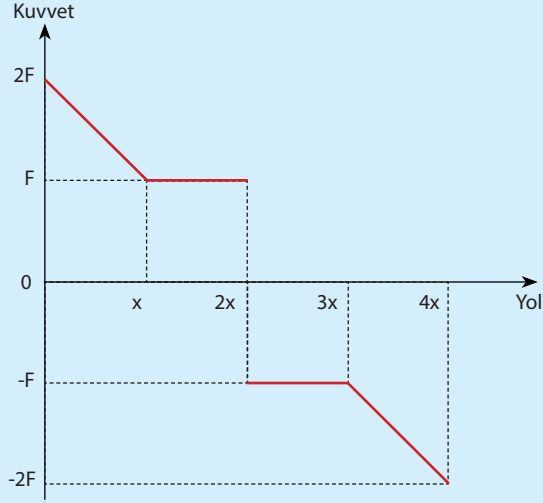
$$\text{II. bölgede } F_{II} = 0$$

$$\text{III. bölgede } F_{III} = \frac{E_{\text{son}} - E_{\text{ilk}}}{x} = \frac{0 - 100}{4} = -\frac{100}{4} = -25 \text{ N olur.}$$

- I. bölgede kinetik enerjisi arttığından cismin hızı da artar. II. bölgede kinetik enerjisi değişmediğinden cismin hızı da değişmez. III. bölgede kinetik enerjisi azaldığından cismin hızı da azalır.

## 74. ÖRNEK

Sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde durgun hâlde bulunan cisme etkiyen net kuvvetin yola bağlı değişim grafiği şekildedir. Cismin 0-x aralığında kazandığı kinetik enerji 3E olmaktadır.



Buna göre cismin kinetik enerjisinin yer değiştirmeye bağlı değişim grafiğini çiziniz.

## ÇÖZÜM

Kuvvet - yol grafiğinde grafikte yatay eksen arasında kalan alan yapılan işi yani kinetik enerjideki değişimi verir.

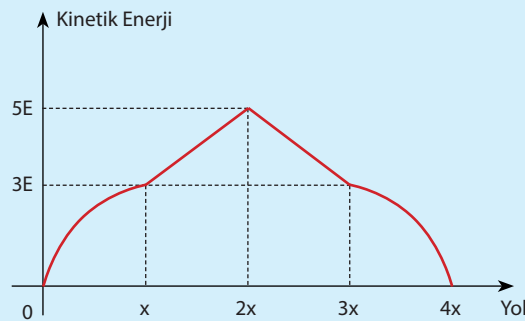
0-x aralığında alan  $\frac{F+2F}{2} \cdot x = \frac{3F}{2} \cdot x = 3E$  olur ve cismin kinetik enerjisi 3E artar. Enerji artışı eşit zaman aralıklarında azalarak gerçekleşir.

x-2x aralığında alan  $F \cdot x = 2E$  olur ve cismin kinetik enerjisi 2E artar. Enerjideki artış eşit zamanda eşit miktarda gerçekleşir.

2x-3x aralığında alan  $-F \cdot x = -2E$  olur ve cismin kinetik enerjisi 2E azalır. Enerjideki azalma eşit zamanda eşit miktarda gerçekleşir.

3x-4x aralığı alan  $-\left(\frac{F+2F}{2}\right) \cdot x = -3E$  olur ve cismin kinetik enerjisi 3E azalır. Enerjideki azalma eşit zaman aralıklarında azalarak gerçekleşir.

Cismin kinetik enerjisinin yer değiştirmeye bağlı grafiği şekildedir gibi olur.



## B) MEKANİK ENERJİ VE KORUNUMU



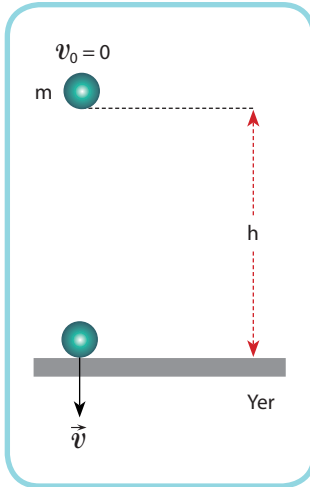
Görsel 1.12: Trambolinde zıplayan çocuk



Görsel 1.12'deki gibi trambolin üzerinde zıplayan çocuğun enerji dönüşümü ne şekildedir?

Bir cismin sahip olduğu kinetik ve potansiyel enerjinin toplamına **mekanik enerji** denir. Mekanik enerji

$$E_{\text{Mekanik}} = E_p + E_k \quad \text{şeklinde ifade edilir.}$$



Şekil 1.50: h yüksekliğinden serbest düşen cisim

Yerden h yüksekliğinde tutulan m kütleli cismin hızı olmadığı için kinetik enerjisi ( $E_k$ ) de yoktur. Sadece yere göre  $E_p = m \cdot g \cdot h$  kadar potansiyel enerjisi vardır. Cisim serbest bırakıldığında aşağıya doğru düşerken yerden yüksekliği azaldığı için potansiyel enerjisi azalır. Hava direnci gibi etkiler ihmal edildiğinde cismin kaybettiği potansiyel enerji, cisimde kinetik enerjiye dönüşür (Şekil 1.50). Cisim yere çarptığı anda da potansiyel enerjinin tamamı kinetik enerji olarak cisme aktarılır. Düşme sırasında potansiyel enerjideki azalma kinetik enerjideki artışı oluşturduğundan her an potansiyel ve kinetik enerjilerin toplamı sabit kalır. Bu olaya **mekanik enerjinin korunumu** denir.

Bir sistemin enerjisi, mekanik enerjinin korunumu ilkesine göre

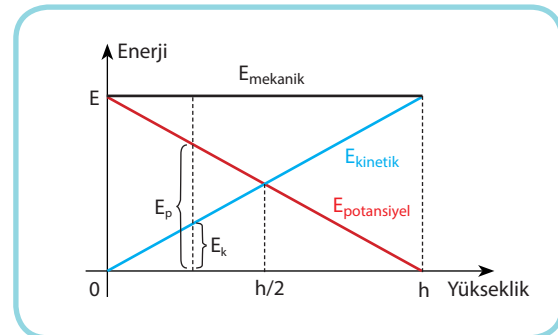
$$E_{\text{ilk}} = E_{\text{son}}$$

$$E_p(\text{ilk}) + E_k(\text{ilk}) = E_p(\text{son}) + E_k(\text{son})$$

olarak ifade edilebilir.

Bu ifade sisteme sürtünme kuvveti gibi herhangi bir dış kuvvet etkisi olmayan sistemler için kullanılır. Sadece kütle çekim kuvveti gibi her noktada aynı büyüklükte, aynı yönde ve sürekli olan korunumlu kuvvetler ile etkileşen sistemler için geçerlidir.

Serbest düşen cisme ait mekanik, kinetik ve potansiyel enerjinin yüksekliğe bağlı grafiği Grafik 1.21'deki gibidir.



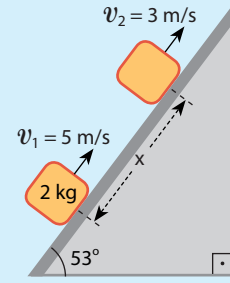
Grafik 1.21: Sürtünmelerin ihmal edildiği ortamda serbest düşen cismin sahip olduğu enerjilerin yükseklikle değişim grafiği

## 75. ÖRNEK

Sürtünmelerin ihmal edildiği eğik düzlemde 5 m/s büyüklüğünde hızla yukarı yönde fırlatılan 2 kg kütleli cisim  $x$  kadar yer değiştirdiğinde hızının büyüklüğü 3 m/s olmaktadır.

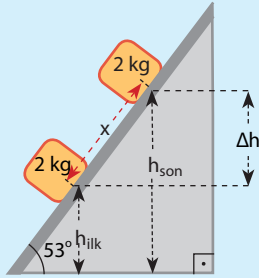
**Buna göre cismin  $x$  yer değiştirme miktarını bulunuz.**

( $\sin 53^\circ = 0,8$ ;  $\cos 53^\circ = 0,6$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)



## ÇÖZÜM

Cisim eğik düzlemde yukarı çıkarken potansiyel enerjisi artar, kinetik enerji azalır. Mekanik enerjinin korunumuna göre toplam enerji sabit olduğundan potansiyel enerjideki artma miktarı kinetik enerjideki azalma miktarına eşittir. Buna göre



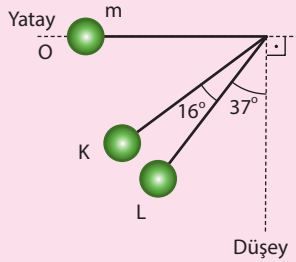
$$\Delta E_k = \Delta E_p$$

$$\frac{1}{2} m \cdot (v_1^2 - v_2^2) = m \cdot g \cdot \Delta h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (5^2 - 3^2) = 2 \cdot 10 \cdot \Delta h$$

$$16 = 20 \cdot \Delta h \Rightarrow \Delta h = 0,8 \text{ m bulunur.}$$

$$\sin 53^\circ = \frac{0,8}{x} \Rightarrow 0,8 = \frac{0,8}{x} \Rightarrow x = 1 \text{ m yer değiştirir.}$$

## 63. ALIŞTIRMA



Sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde esnemeyen ipe bağlı  $m$  kütleli cisim O noktasından serbest bırakıldığında K noktasından  $\vec{v}_K$ , L noktasından  $\vec{v}_L$  büyüklüğünde hızlarla geçmektedir.

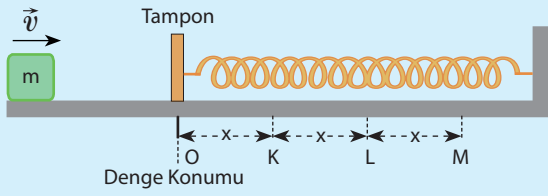
**Buna göre  $\frac{v_K}{v_L}$  büyüklüklerinin oranı kaçtır?**

( $\sin 37^\circ = 0,6$  ve  $\cos 37^\circ = 0,8$  alınız.)

## ÇÖZÜM



## 76. ÖRNEK



Sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde  $m$  kütleli cisim,  $\vec{v}$  hızıyla serbest yaya doğru fırlatılmaktadır.  $O$  noktasında bulunan yaya sabitlenmiş ve kütlesi ihmal edilen tamponu,  $M$  noktasına kadar sıkıştırıp geri dönmektedir. Cisim  $K$  noktasında yaya oluşmuş kuvvetin büyüklüğü  $F$ , yayda depolanan esneklik potansiyel enerjisi  $E$  kadardır.

Buna göre  $O$ - $M$  noktaları arasında hareket eden cisme ait

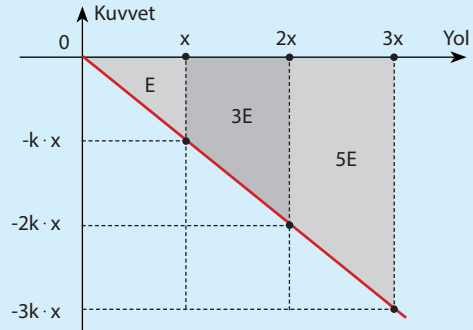
- Kuvvet-yer değiştirme grafiğini çiziniz.
- Kinetik, esneklik potansiyel ve mekanik enerjinin konuma bağlı değişim grafiklerini çiziniz.

## ÇÖZÜM

- $\vec{F} = -k \cdot \vec{x}$  ifadesine göre kuvvet, yayın denge konumuna olan uzaklığı ile doğru orantılı olduğundan  $O$ ,  $K$ ,  $L$  ve  $M$  noktalarındaki kuvvet ve konum değerleri aşağıdaki tablodaki gibi olur.

	O	K	L	M
Konum	0	$x$	$2x$	$3x$
Kuvvet	0	$F$	$2F$	$3F$

Buna göre kuvvet-yol grafiği şekildeki gibi çizilir.



- $m$  kütleli cisim, yaya çarptığı andan itibaren sahip olduğu kinetik enerjinin tamamını yaya aktarana kadar yayı sıkıştırır. Yaydaki sıkışma nedeniyle yayda depolanan esneklik potansiyel enerjisi  $E = \frac{1}{2}k \cdot x^2$  ifadesine göre

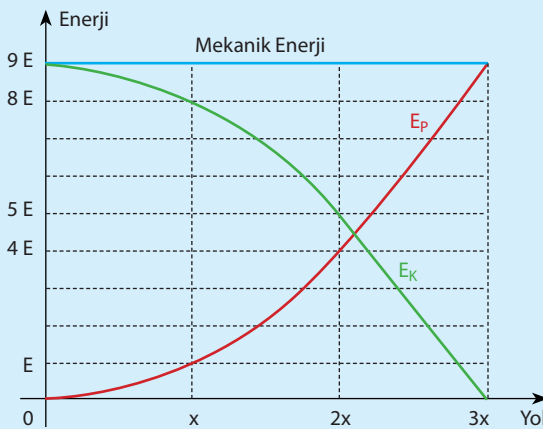
$$E_0 = 0$$

$$E_1 = \frac{1}{2}k \cdot x = E \text{ ise}$$

$$E_2 = \frac{1}{2}k \cdot (2x)^2 = 4E$$

$$E_3 = \frac{1}{2}k \cdot (3x)^2 = 9E \text{ olur.}$$

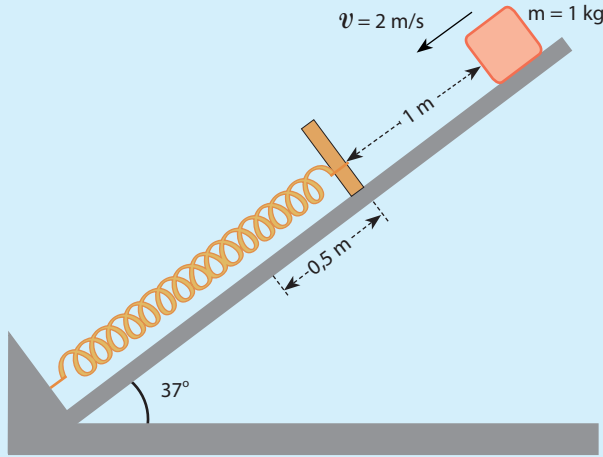
	O	K	L	M
Konum	0	$x$	$2x$	$3x$
Potansiyel Enerji	0	$E$	$4E$	$9E$
Mekanik Enerji	$9E$	$9E$	$9E$	$9E$
Kinetik Enerji	$9E$	$8E$	$5E$	0



Yayda depolanan esneklik potansiyel enerjisi ve kinetik enerjinin toplamı olan  $9E$  mekanik enerjidir. Tabloda verilen değerler ile enerji grafikleri çizildiğinde cismin kinetik enerjisi azalırken yayın esneklik potansiyel enerjisinin arttığı ve sistemin mekanik enerjisinin sabit kaldığı görülür.

Kinetik, potansiyel ve mekanik enerjinin konuma bağlı grafikleri şekildeki gibi çizilir.

## 77. ÖRNEK



1 kg kütleli cisim, sürtünmelerin ihmal edildiği eğik düzlem üzerine yerleştirilmiş olan serbest yaya 1 m uzaktan 2 m/s büyüklüğünde hız ile atılmaktadır. Cisim, ağırlığı ihmal edilen yay tamponunu denge konumundan maksimum 0,5 m sıkıştırıp geri dönmektedir.

Buna göre yayın yay sabiti  $k$  kaç N/m olur? ( $\sin 37^\circ = 0,6$ ;  $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM

Mekanik enerjinin korunumuna göre

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

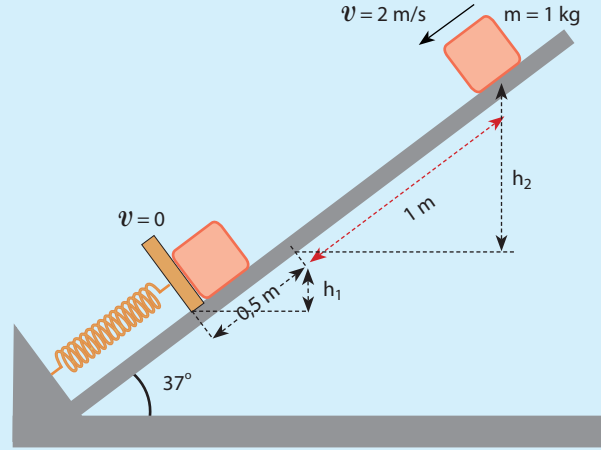
$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot (h_1 + h_2) = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

$$h_1 = 0,5 \cdot \sin 37^\circ = 0,3 \text{ m}$$

$$h_2 = 1 \cdot \sin 37^\circ = 0,6 \text{ m}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 10 \cdot (0,3 + 0,6) = \frac{1}{2} k \cdot (0,5)^2$$

$$k = 88 \text{ N/m olur.}$$

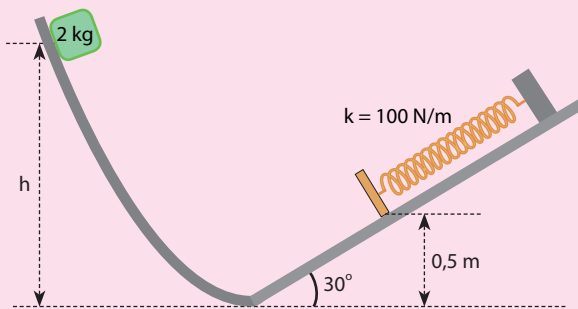


## 64. ALIŞTIRMA

$h$  yüksekliğindeki sürtünmelerin ihmal edildiği yüzeyden serbest bırakılan 2 kg kütleli bir cisim, yay sabiti 100 N/m olan serbest yaya çarparak yayı 1 m sıkıştırıp geri dönmektedir.

Buna göre cismin bırakıldığı noktanın yerden yüksekliği kaç m olur?

( $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

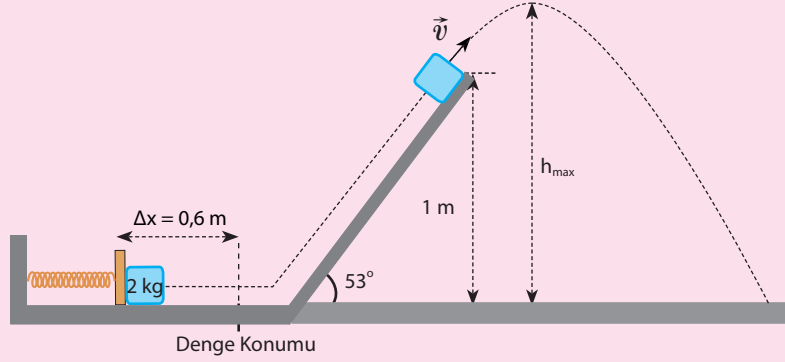


## ÇÖZÜM



## 65. ALIŞTIRMA

Sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde yay sabiti 250 N/m olan denge konumundaki yay, 0,6 m sıkıştırılarak yayın önüne 2 kg kütleli cisim yerleştirilmiştir. Yay serbest bırakıldığında cisim eğik düzlemden fırlayıp eğik atış hareketi yaparak yere düşmektedir.



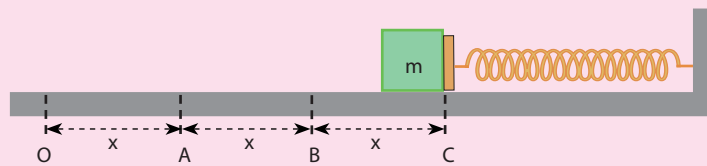
Eğik düzlemin yüksekliği 1 m olduğuna göre cismin yörüngesinin en yüksek noktası yerden kaç m yukarıda olur? ( $\sin 53^\circ = 0,8$ ;  $\cos 53^\circ = 0,6$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM



## 66. ALIŞTIRMA

Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlemde denge konumu O noktası olan yay, 3x kadar sıkıştırılarak yayın önüne m kütleli cisim konulmuştur.



Sistem serbest bırakıldığında cismin B noktasından geçerken sahip olduğu kinetik enerji  $E_B$ , O noktasından geçerken  $E_0$  olduğuna göre  $\frac{E_B}{E_0}$  oranı kaçtır?

## ÇÖZÜM

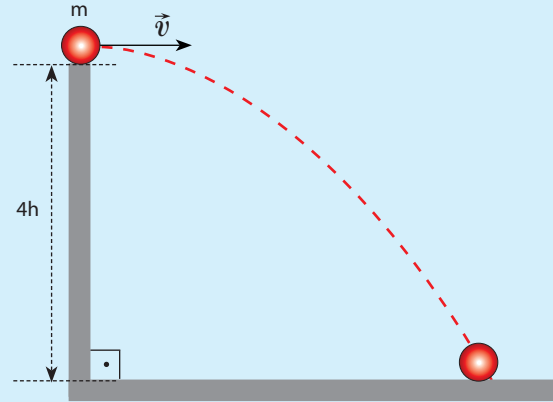




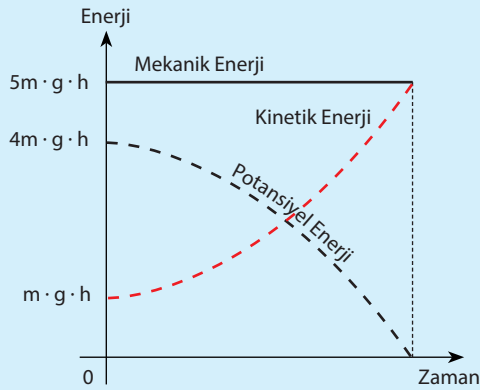
## 78. ÖRNEK

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda yerden  $4h$  yüksekliğinden yatay olarak  $\vec{v}$  hızıyla atılan  $m$  kütleli cismin mekanik enerjisi  $5m \cdot g \cdot h$ 'dir.

**Cismin kinetik, potansiyel ve mekanik enerjilerinin zamanla değişim grafiğini çiziniz.**  
( $g$ , yer çekimi ivmesidir.)



## ÇÖZÜM



Yerden  $4h$  yükseklikte cismin çekim potansiyel enerjisi  $E_p = 4m \cdot g \cdot h$  olur.

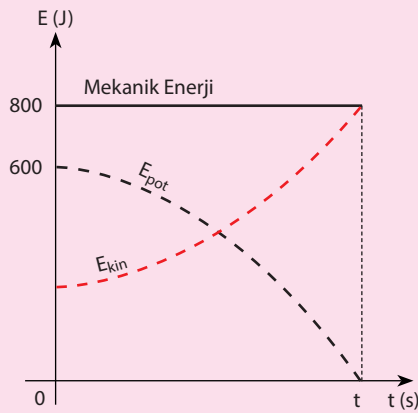
$$E_{\text{mekanik}} = E_K + E_p \text{ olduğundan}$$

$$5m \cdot g \cdot h = E_K + 4m \cdot g \cdot h$$

$$E_K = m \cdot g \cdot h \text{ olur.}$$

Cismin enerji-zaman grafiği şekildeki gibi çizilir.

## 67. ALIŞTIRMA



Sürtünmenin ihmal edildiği bir ortamda düşey olarak aşağı yönde atılan  $2 \text{ kg}$  kütleli cismin enerji - zaman grafiği şekildeki gibidir.

Buna göre

- Cisim yerden kaç  $m$  yükseklikten atılmıştır?
- Cismin ilk hızının büyüklüğü kaç  $m/s$  olur?
- Cisim yerden kaç  $m$  yükseklikte iken kinetik enerjisi başlangıçtaki değerinin  $2$  katı olur?  
( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

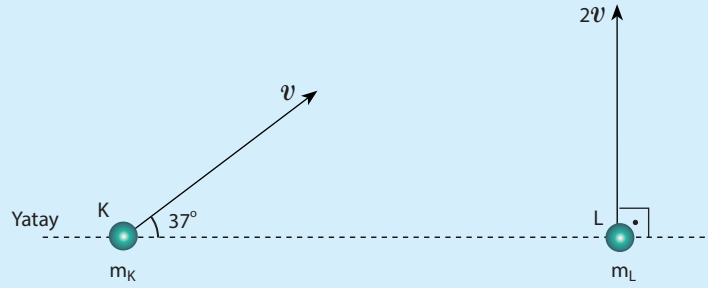
## ÇÖZÜM



## 79. ÖRNEK

Hava direncinin ihmal edildiği ortamda  $m_K$  kütleli K cismi yatay düzlemle  $37^\circ$  açı yapacak şekilde  $v$  büyüklüğünde hız ile eğik atılırken  $m_L$  kütleli L cismi dikey yukarı yönde  $2v$  büyüklüğünde hız ile atılmıştır.

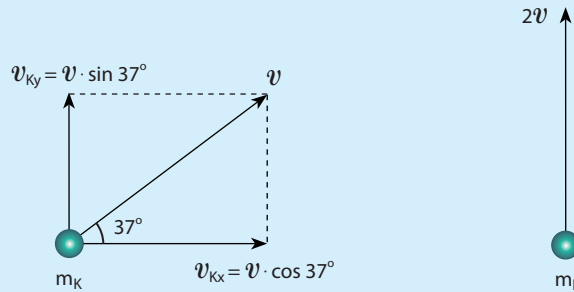
K cisminin yörüngesinin en yüksek noktasındaki kinetik enerjisi, L cisminin yerden en yüksek noktasındaki potansiyel enerjisine eşit olmaktadır.



Buna göre cisimlerin kütlelerinin  $\frac{m_K}{m_L}$  oranı kaçtır? ( $\cos 37^\circ = 0,8$ ;  $\sin 37^\circ = 0,6$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM

Eğik atış hareketinde cisimlere yatay doğrultuda etkiyen kuvvet olmadığı için cisimlerin yatay hızı değişmez. K cismi eğik atıldığı için yörüngesinin en yüksek noktasında yatay hız bileşenine sahiptir ve bu hıza bağlı olarak kinetik enerjisi vardır. L cismi ise aşağıdan yukarıya dikey atıldığı için çıkabileceği en yüksek noktada hızı sıfırdır. Başlangıçta sahip olduğu kinetik enerjinin tamamı potansiyel enerjiye dönüşmüştür.



K cisminin maksimum yükseklikteki kinetik enerjisi ile L cisminin atıldığı andaki kinetik enerjisi eşitlenirse

$$\frac{1}{2} m_K \cdot v_{Kx}^2 = \frac{1}{2} m_L \cdot v_L^2$$

$$\frac{1}{2} m_K \cdot (v \cdot \cos 37^\circ)^2 = \frac{1}{2} m_L \cdot (2v)^2$$

$$\frac{1}{2} m_K \cdot (v \cdot 0,8)^2 = \frac{1}{2} m_L \cdot 4v^2$$

$$m_K \cdot 0,64v^2 = m_L \cdot 4v^2$$

$$\frac{m_K}{m_L} = \frac{4}{0,64}$$

$$\frac{m_K}{m_L} = \frac{25}{4} \text{ bulunur.}$$

### C) SÜRTÜNME KUVVETİNİN YAPTIĞI İŞ

Sürtünme kuvvetinin ( $F_s$ ) olduğu yatay düzlem üzerinde  $\vec{v}$  hızı ile fırlatılan cisim yavaşlayarak durur. Bu olayda cismin durmasının nedeni sürtünme kuvvetinin cismin hareketine karşı iş yapmasıdır. Cismin kinetik enerjisi sürtünme kuvveti nedeni ile sürtünen yüzeylerde ısı enerjisine dönüşür. Cisim durana kadar iş yapan kuvvet sürtünme kuvvetidir. Cisim  $x$  kadar yer değiştirdiğinde yol boyunca sabit olan sürtünme kuvvetinin yaptığı iş ( $W_s$ )

$$W_s = \vec{F}_s \cdot \vec{x} \text{ olur.}$$

Bir sistem sadece sürtünme kuvvetinin etkisinde ise sistemin mekanik enerjisi korunmaz. Sürtünme kuvveti sistemin son ve ilk mekanik enerjileri arasındaki fark kadar iş yapar. Şekil 1.51'deki gibi sürtülmeli yüzeyde durmakta olan bir cisme yola paralel sabit  $\vec{F}$  kuvveti uygulanırsa hem  $\vec{F}$  kuvveti hem de  $\vec{F}_s$  kuvveti iş yapar. Cismin hareketi yönünde uygulanan  $\vec{F}$  kuvvetinin yaptığı iş cismin kinetik enerjisini artırırken harekete zıt yönlü  $\vec{F}_s$  kuvvetinin yaptığı iş cismin kinetik enerjisini azaltır. Bu durumda net kuvvetin yaptığı iş,

$$W_{\text{net}} = F \cdot x - F_s \cdot x \implies W_{\text{net}} = (F - F_s) x \implies W_{\text{net}} = F_{\text{net}} \cdot x \text{ olur.}$$

Şekil 1.52'deki gibi sabit sürtülmeli eğik düzlem üzerinde duran  $m$  kütleli cisim, yüzeye paralel sabit kuvvet uygulanarak  $h$  yüksekliğine çıkarılırsa

$$\vec{F} \text{ kuvvetinin yaptığı iş } W_F = F \cdot d$$

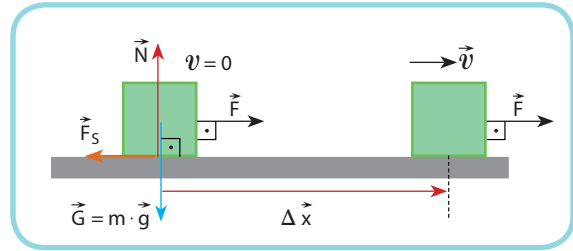
$$\text{Sürtünme kuvvetinin yaptığı iş } W_s = F_s \cdot d$$

Çekim kuvvetine karşı yapılan iş

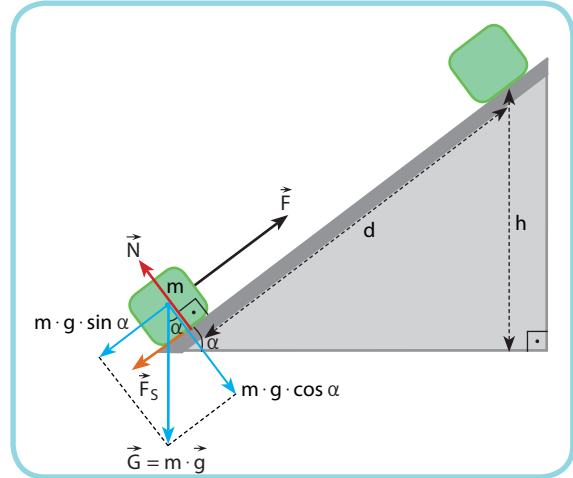
$$W = m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot d = m \cdot g \cdot h \text{ olur.}$$

Net kuvvetin yaptığı iş cismin kinetik enerjisindeki değişimdir.

$$W_{\text{net}} = F \cdot d - F_s \cdot d - m \cdot g \cdot h = \Delta E_K \text{ olarak bulunur.}$$

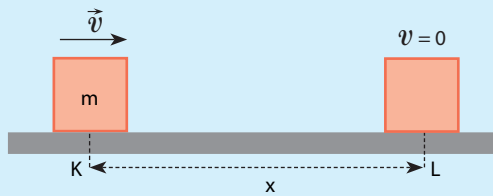


Şekil 1.51: Sürtülmeli ortamda  $\vec{F}$  kuvveti etkisinde hareket eden cisim



Şekil 1.52: Sürtülmeli eğik düzlemde hareket eden cisme etki eden kuvvetler

#### 80. ÖRNEK



Yatay düzlemin K noktasından  $\vec{v}$  hızıyla fırlatılan  $m$  kütleli cisim  $x$  kadar uzaklıktaki L noktasında durmaktadır.

Buna göre KL yolu boyunca cisimle yüzey arasındaki sürtünme katsayısını veren ifadeyi bulunuz.

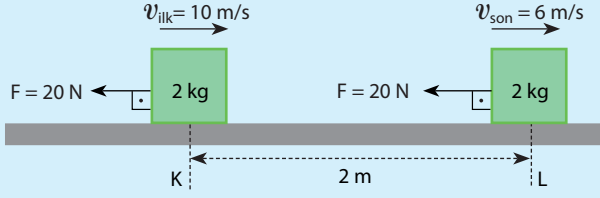
#### ÇÖZÜM

K noktasından fırlatılan cisim, hızından dolayı kinetik enerjiye sahiptir. Cisim L noktasında durduğuna göre sahip olduğu kinetik enerji, sürtünme kuvvetinin yaptığı işe dönüşmüştür.

$$W = \Delta E_K \implies F_{\text{net}} \cdot \Delta x = \Delta E_K$$

$$-F_s \cdot \Delta x = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{son}}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{ilk}}^2 \implies -k \cdot m \cdot g \cdot x = -\frac{1}{2} m \cdot v^2 \implies k = \frac{v^2}{2g \cdot x} \text{ olur.}$$

## 81. ÖRNEK



Yatay düzlemde 10 m/s büyüklüğündeki sabit hızla hareket eden 2 kg kütleli cisim sabit sürtünlü KL yoluna girmiştir. Cisim K noktasından itibaren hareket yönüne zıt 20 N büyüklüğündeki sabit kuvvet etkisinde kalmaktadır.

Cisim L noktasına geldiğinde hızının büyüklüğü 6 m/s olduğuna göre cisimle KL yolu arasındaki sürtünme katsayısı kaçtır? ( $g = 10 \text{ N/kg}$  alınınız.)

## ÇÖZÜM

Cisme uygulanan kuvvetler hareket yönüne zıt olduğu için kuvvetlerin yaptığı iş cismin kinetik enerjisini azaltır ve yavaşlamasına neden olur.

$$W_{\text{net}} = F_{\text{net}} \cdot x$$

$$W_{\text{net}} = (F + F_s) \cdot x$$

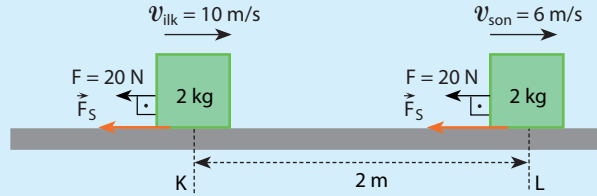
$$\Delta E_K = \frac{1}{2} m \cdot (v_{\text{son}}^2 - v_{\text{ilk}}^2)$$

$$W_{\text{net}} = \Delta E_K$$

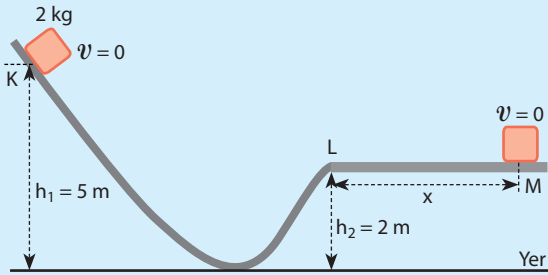
$$(20 + F_s) \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (10^2 - 6^2)$$

$$F_s = 12 \text{ N olur.}$$

$$F_s = k \cdot m \cdot g \Rightarrow 12 = k \cdot 2 \cdot 10 \Rightarrow k = \frac{3}{5} \text{ bulunur.}$$



## 82. ÖRNEK



Yerden 5 m yükseklikteki K noktasından serbest bırakılan 2 kg kütleli cisim, yerden 2 m yükseklikteki L noktasını geçerek L ile aynı yatay hizada M noktasında durmaktadır.

Sadece LM aralığı sürtünlü olup sürtünme katsayısı sabit ve  $\frac{1}{4}$  olduğuna göre LM uzunluğu kaç m olur? ( $g = 10 \text{ N/kg}$  alınınız.)

## ÇÖZÜM

Cismin K noktasında sahip olduğu potansiyel enerji, M noktasındaki potansiyel enerji ile sürtünme kuvvetinin yaptığı işin toplamına eşittir.

$$m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g \cdot h_2 + W_s$$

$$m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g \cdot h_2 + F_s \cdot x$$

$$m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g \cdot h_2 + k \cdot m \cdot g \cdot x$$

$$h_1 = h_2 + k \cdot x$$

$$5 = 2 + \frac{1}{4} \cdot x$$

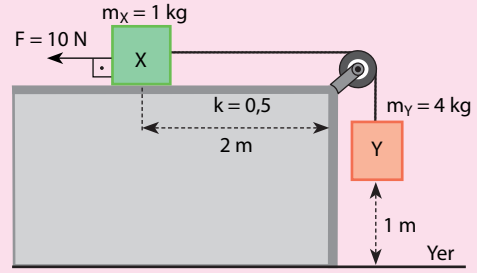
$$x = 12 \text{ m olarak bulunur.}$$

## 68. ALIŞTIRMA

Şekildeki gibi esnemeyen ipe birbirine bağlanmış olan 1 kg kütleli X ve 4 kg kütleli Y cisimlerinden X cisimine büyüklüğü 10 N olan yatay  $\vec{F}$  kuvveti uygulanırken sistem serbest bırakılmaktadır.

Yatay düzlemle X cismi arasındaki sürtünme katsayısı sabit ve 0,5 olduğuna göre Y cismi yere çarpınca kadar geçen sürede

- $\vec{F}$  kuvvetinin yaptığı iş kaç J olur?
- Sürtünme kuvvetinin yaptığı iş kaç J olur?
- Y cismi yere çarptığı anda kinetik enerjisi kaç J olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)



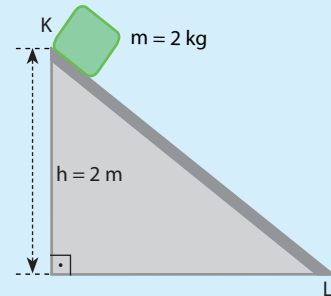
## ÇÖZÜM



## 83. ÖRNEK

Eğik düzlemin 2 m yüksekliğindeki K noktasından serbest bırakılan 2 kg kütleli cisim L noktasına 4 m/s büyüklüğünde hızla ulaşmaktadır.

Buna göre cisim L noktasından eğik düzlemin yüzeyine paralel olacak şekilde hangi hızla atılırsa K noktasına ancak ulaşır? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)



## ÇÖZÜM

Cisim K noktasında potansiyel enerjiye sahiptir. Eğer sistemin sürtünmeleri ihmal edilmiş ise cisim serbest bırakılıp L noktasına geldiğinde sahip olduğu tüm potansiyel enerji, kinetik enerjiye dönüşecektir. Cismin K noktasındaki potansiyel ve L noktasındaki kinetik enerjileri

$$E_{PK} = m \cdot g \cdot h = 2 \cdot 10 \cdot 2 = 40 \text{ J} \quad E_{KL} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 = 16 \text{ J olur.}$$

K noktasındaki potansiyel enerji ile L noktasındaki kinetik enerji eşit değildir. Bu durumda potansiyel enerjinin tamamı kinetik enerjiye dönüşmemiştir. Cismin potansiyel ve kinetik enerjilerinin arasındaki fark sürtünme kuvvetinin yaptığı işe eşittir.

$$W_s = 40 - 16 = 24 \text{ J olur.}$$

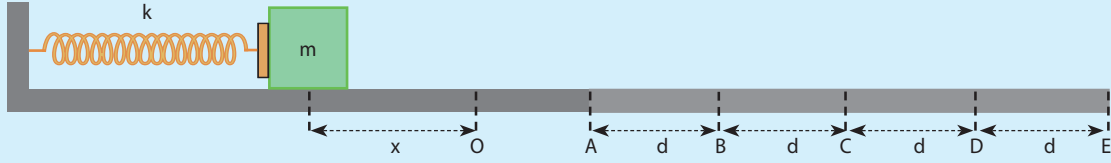
L noktasından atılan cismin kinetik enerjisi, eğik düzlemi çıkana kadar sürtünme kuvvetine karşı yaptığı iş ile K noktasında sahip olacağı potansiyel enerjinin toplamına eşittir. Cisim L noktasından  $v'$  büyüklüğünde hızla atılırsa

$$E_K = \frac{1}{2} m \cdot (v')^2 = m \cdot g \cdot h + W_s$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (v')^2 = 2 \cdot 10 \cdot 2 + 24 \Rightarrow (v')^2 = 64 \Rightarrow v' = 8 \text{ m/s olarak bulunur.}$$

## 84. ÖRNEK

Yatay düzlemde AE noktaları arası sabit sürtünmelidir ve sürtünme katsayısı  $k_k$ 'dir. Yay sabiti  $k$  olan ve denge konumundan (O noktası)  $x$  kadar sıkıştırılan yayın önüne  $m$  kütleli cisim yerleştirilmiştir. Yay serbest bırakıldığında cisim O noktasında yaydan ayrılıp C noktasında durmaktadır.



Buna göre yay  $2x$  kadar sıkıştırılıp önüne  $2m$  kütleli cisim yerleştirilerek serbest bırakılırsa  $2m$  kütleli cisim hangi noktada durur? (Noktalar arası eşit uzunlukta ve  $d$  kadardır.)

## ÇÖZÜM

Yay  $x$  kadar sıkıştırıldığında yayda depo edilen esneklik potansiyel enerji

$$\Delta E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2 \text{ olur.}$$

Yay serbest bırakıldığında bu enerji cisme kinetik enerji olarak aktarılır. Sabit hızla O noktasında yaydan ayrılan  $m$  kütleli cisim, AC noktaları arasında  $2d$  uzunluğunda yer değiştirirken tüm enerjisini sürtünmeye karşı harcar.

Buna göre

$$\frac{1}{2} k \cdot x^2 = F_s \cdot 2d$$

$F_s = k_k \cdot m \cdot g$  olduğundan

$$\frac{1}{2} k \cdot x^2 = k_k \cdot m \cdot g \cdot 2d \text{ olur.}$$

Yay  $2x$  kadar sıkıştırılıp önüne  $2m$  kütleli cisim konulduğunda yayda depolanan potansiyel enerji,  $d'$  uzunluğundaki yolda sürtünme kuvvetinin yaptığı işe harcanır. Bu durumda

$$\frac{1}{2} k \cdot (2x)^2 = F_s \cdot d'$$

$$\frac{1}{2} k \cdot 4x^2 = k_k \cdot 2m \cdot g \cdot d' \text{ olur.}$$

Enerji dönüşümü eşitlikleri taraf tarafa oranlanırsa

$$\frac{\frac{1}{2} k \cdot x^2}{\frac{1}{2} k \cdot 4x^2} = \frac{k_k \cdot m \cdot g \cdot 2d}{k_k \cdot 2m \cdot g \cdot d'}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{d}{d'}$$

$d' = 4d$  olarak bulunur.

Bu durumda cisim, E noktasında durur.

## 85. ÖRNEK

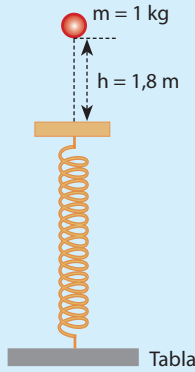


Tabla ve yayın ağırlıkları ile sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde yay sabiti 1 000 N/m olan yayın 1,8 m yukarısından 1 kg kütleli cisim serbest bırakılmıştır.

Buna göre cisim yayı en fazla kaç cm sıkıştırır? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınır.)

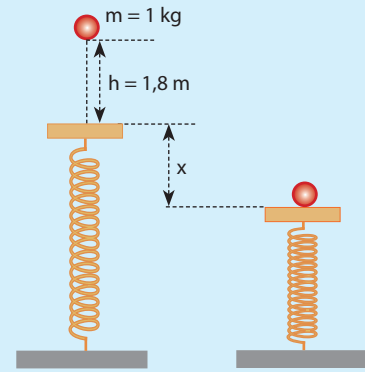
## ÇÖZÜM

Cisim serbest bırakıldığında sahip olduğu potansiyel enerji, yay maksimum  $x$  kadar sıkıştığında esneklik potansiyel enerjisine dönüşür. Buna göre

$$m \cdot g \cdot (h + x) = \frac{1}{2} k \cdot x^2 \implies 1 \cdot 10 \cdot (1,8 + x) = \frac{1}{2} 1\,000 \cdot x^2$$

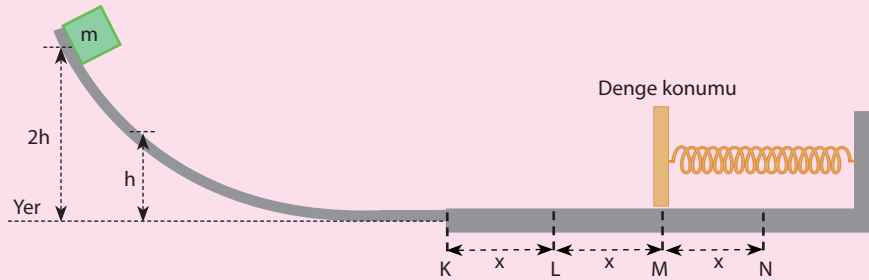
$500x^2 - 10x - 18 = 0$  denklemi çözüldüğünde

$x = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$  bulunur.



## 69. ALIŞTIRMA

Yerden  $2h$  yüksekliğinden serbest bırakılan  $m$  kütleli cisim eşit  $x$  uzunluğunda bölmelere ayrılmış yatay düzlemin  $M$  noktasında dengede olan yayı,  $N$  noktasına kadar sıkıştırıp geri dönmektedir. Cisim geri dönüşte  $h$  yüksekliğine kadar çıkabilmektedir.



Sadece K-N noktaları arası sabit sürtünmeli olduğuna göre

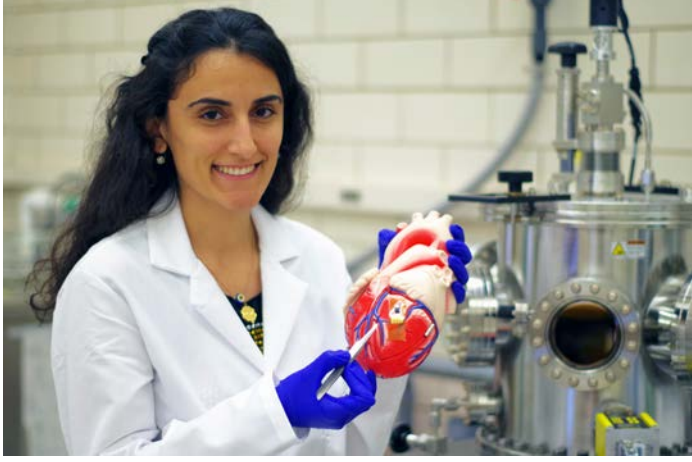
- K-N noktaları arasındaki her bölgede ısıya dönüşen enerji kaç  $m \cdot g \cdot h$  olur?
- Yayın, M noktasından N noktasına kadar sıkışması sırasında depoladığı esneklik potansiyel enerjisi kaç  $m \cdot g \cdot h$  olur?

## ÇÖZÜM





## CANAN DAĞDEVİREN



Görsel 1.13: Canan DAĞDEVİREN

1985 doğumlu bir bilim insanı olan Canan Dağdeviren (Görsel 1.13), liseyi bitirdikten sonra neler yapabileceğini düşünürken bir kitap fuarında Wigner (Vıgnır) madalyalı fizikçimiz Erdal İnönü ile tanışmıştır. Ondan aldığı fikir ve yönlendirmelerden sonra fizik okumaya karar vermiştir. Lisans eğitimini Hacettepe Üniversitesi Fizik Mühendisliğinde (2007), yüksek lisansını da Malzeme Bilimi üzerine Sabancı Üniversitesinde tamamlamıştır (2009). Daha sonra doktora bursu ile gittiği Illinois Üniversitesinde

(UIUC) fizik, elektrokimya, tıp ve mekanik alanlarının konusuna giren elastik giyilebilen elektronik aletler üzerinde çalışarak doktorasını yapmış (2014) ve Massachusetts Teknoloji Enstitüsünde (MIT) mühendislik çalışmalarına devam etmiştir.

Hayranı olduğu 18. yy. fizikçilerinden Nobel ödüllü Piere Curie'nin (Piyer Küri) piezoelektrik olayı ve 20. yy. fizikçilerinden Richard Feynman'ın (Rıçırt Feynmin) nanoteknoloji fikirlerinden yola çıkarak yaptığı icatlarla kısa zamanda tüm dünyanın dikkatini çekmiştir. Piezoelektrik malzeme ile organların hareketini elektrik enerjisine çevirip bunu depolayabilen ve saç telinin %1'i kadar büyüklükteki elastik kalp pili, ilk önemli projesi olmuştur. Ayrıca deri üzerine yerleştirilen sensörlü cihaz ile cilt kanseri teşhisini gerçekleştirmiş, vücuda sürekli takılı kalarak kişinin kan basıncını ölçen ve takibini sağlayan elastik bir cihaz yapmıştır.

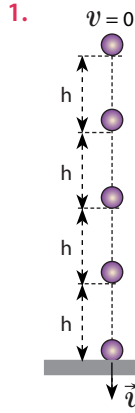
Canan Dağdeviren'in başarılı çalışmalarından biri de "beyin iğnesi" projesidir. Parkinson ve Alzheimer (alzaymır) hastalığında ilaçlar ağız veya damar yoluyla alınmaktadır. Bunun da sadece beyne değil vücudun birçok noktasına olumsuz etkileri olmaktadır. Beyin iğnesi ile bu olumsuz etkiler yok edilip ilaçlar direkt beyne iletebilecek ve beyinde fonksiyonu yerinde olmayan bölgelerin tekrar fonksiyonlu hâle gelmesi sağlanabilecektir.

Şu anki hedefleri arasında yutulabilen tıbbi takip ve görüntüleme aletleri olduğunu söyleyen Dağdeviren "Ben başarabiliysem siz de başarabilirsiniz!" demektedir. Hayallerini gerçekleştirmede gücünü Atatürk'ten aldığını, başarısını ona ve Türk milletine borçlu olduğunu dile getiren Dağdeviren "Umut-suzluğa düştüğüm zamanlarda motivasyonumu Atatürk'ten alıyorum. Bizler yoktan var olmuş bir milletin evlatlarıyız. Paranın pulun olmadığı, insan gücünün çok az olduğu zamanlarda Atatürk'ün, oradaki değerli silah arkadaşlarının ve Anadolu insanının hep birlikte kurduğu modern Türkiye'nin üyeleriyiz. Onlar yapabiliyse bizler de yapabiliriz. Çünkü bizim şu an daha çok imkânımız var." demektedir.

Yazar komisyonu tarafından bu kitap için yazılmıştır.



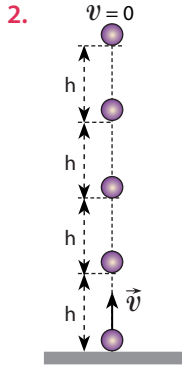
## 6. BÖLÜM SONU SORULARI



Hava direncinin ihmal edildiği ortamda şekildeki  $m$  kütleli cisim  $4h$  yüksekliğinden serbest düşmeye bırakılmaktadır.

Buna göre cismin yere düştüğü ana kadar olan kinetik enerji, yer çekimi potansiyel enerji ve mekanik enerjilerinin zamana bağlı değişim grafiklerini çiziniz. (Yer çekim ivmesi  $g$ 'dir.)

## ÇÖZÜM



Hava direncinin ihmal edildiği ortamda düşey yukarı yönde  $\vec{v}$  hızı ile atılan  $m$  kütleli cisim  $2t$  sürede maksimum yüksekliğe çıkmaktadır.

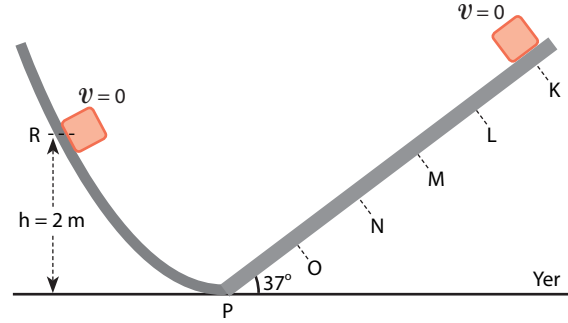
Buna göre

- Cismin mekanik enerji-zaman grafiğini çiziniz.
- Cismin yere düştüğü ana kadar olan kinetik enerjisi, yer çekimi potansiyel enerjisi ve mekanik enerjilerinin yer değiştirmeye bağlı grafiklerini çiziniz.

## ÇÖZÜM



3. 1 m uzunluğunda eşit bölmelere ayrılmış K-P aralığında sürtünme kuvveti sabittir. P-R aralığında ise sürtünmeler ihmal edilmiştir. 2 kg kütleli bir cisim, eğik düzlemin K noktasından serbest bırakıldığında yerden 2 m yükseklikteki R noktasına kadar çıkabilmektedir.



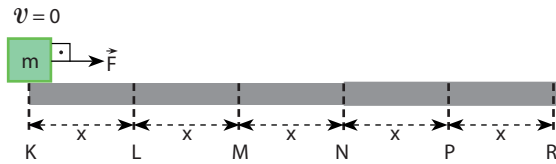
Buna göre

- K-P aralığında sürtünme katsayısı  $k$  kaçtır?
- Cisim R noktasından geri döndüğünde hangi noktaya kadar çıkabilir? ( $\cos 37^\circ = 0,8$ ;  $\sin 37^\circ = 0,6$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

## ÇÖZÜM



4. K noktasında durmakta olan  $m$  kütleli cisme, eşit ve  $x$  uzunluklarında bölmelendirilmiş yatay düzlemdeki sürtünmelerin ihmal edildiği K-N aralığında yatay  $\vec{F}$  kuvveti uygulanmakta ve kuvvet N noktasında kaldırılmaktadır. Daha sonra cisim sabit sürtümlü N-R aralığına girerek R noktasında durmaktadır.

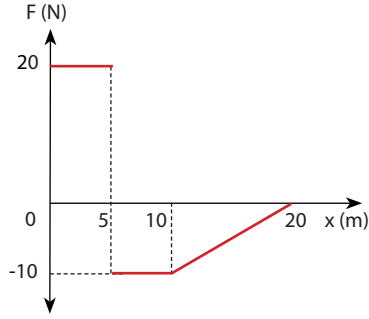


Bu durumda sürtünme kuvvetinin büyüklüğü  $F_s$  kaç  $F$  olur?

## ÇÖZÜM



5. Bir cisme uygulanan net kuvvetin yol ile değişim grafiği verilmiştir.



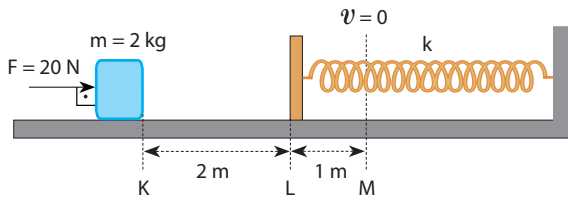
Buna göre

- 0-5 m aralığında yapılan iş kaç J olur?
- 5-10 m aralığında yapılan iş kaç J olur?
- 10-20 m aralığında yapılan iş kaç J olur?
- Tüm yol boyunca yapılan iş kaç J olur?

### ÇÖZÜM



6. 2 kg kütleli cisim, sürtünmelerin ihmal edildiği zeminde durmaktayken 20 N büyüklüğündeki kuvvet ile K noktasından 2 m uzaklıktaki L noktasına kadar itilip bırakılmaktadır. Serbest bırakılan cisim dengedeki serbest yayı 1 m sıkıştırıp M noktasından geri dönmektedir.

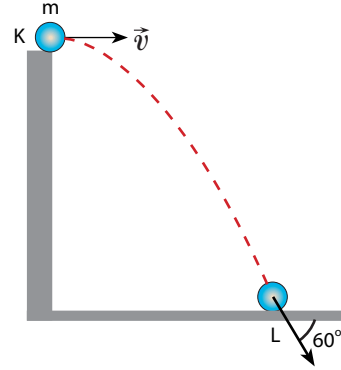


Buna göre yayın yay sabiti kaç N/m olur?

### ÇÖZÜM



7. m kütleli bir cisim, hava sürtünmelerin ihmal edildiği bir ortamda K seviyesinden  $\vec{v}$  hızıyla yatay olarak fırlatıldığında yerdeki L noktasına çarpmaktadır.



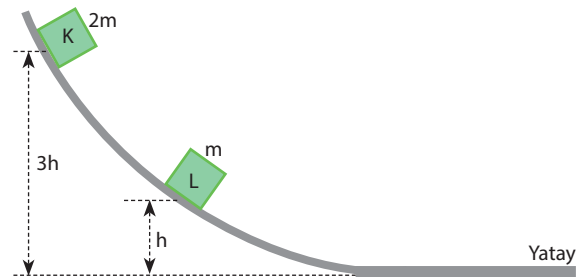
Cismin K noktasındaki potansiyel enerji  $E_K$  ve L noktasına ulaştığı andaki kinetik enerji  $E_L$  olduğuna göre enerjilerin  $\frac{E_K}{E_L}$  oranı kaçtır?

( $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

### ÇÖZÜM



8. Sürtünmelerin ihmal edildiği yüzeyin  $3h$  yüksekliğindeki  $2m$  ve  $h$  yüksekliğindeki  $m$  kütleli cisimler serbest bırakılmaktadır. Cisimler sürtülmeli yatay düzleme girdiklerinde K cismi  $x$  ve L cismi  $y$  uzunluğu kadar gidip durmaktadır.



Bu uzunlukların oranı  $\frac{x}{y} = 3$  olduğuna göre cisimler yerleri değiştirilip bırakıldıklarında  $\frac{x}{y}$  oranı kaç olur?

### ÇÖZÜM



## 1.7. İTME VE ÇİZGİSEL MOMENTUM

Bir futbolcunun vurduğu top, futbolcuyla teması esnasında kazandığı ivme ile hız kazanır. Futbolcu, bu ivmeyi kazandırabilmek için topa bir kuvvet uygulamak zorundadır. Newton'ın Üçüncü Hareket Yasası'na göre ise futbolcunun topa uyguladığı kuvvete eşit büyüklükte ve ters yönde bir tepki kuvveti de futbolcuya uygulanır. Bu tepki kuvveti futbolcuya da bir ivme kazandırır. Ancak futbolcunun kütlesi topun kütlesinden daha büyük olduğu için futbolcunun kazanacağı hız topa göre çok daha küçük olur. Aynı şekilde birbiriyle çarpışan iki bilardo topu arasında da eşit büyüklükte ve zıt yönde kuvvetler oluşur.

Newton'ın Hareket Yasaları ile çarpışma anında toplar arasında oluşan kuvvetler açıklanabilir. Bu bölümde Newton'ın Hareket Yasaları ile açıklanabilen itme ve çizgisel momentum kavramları ile çizgisel momentumun korunumunun kullanım alanlarına değinilecektir.

### A) ÇİZGİSEL MOMENTUM



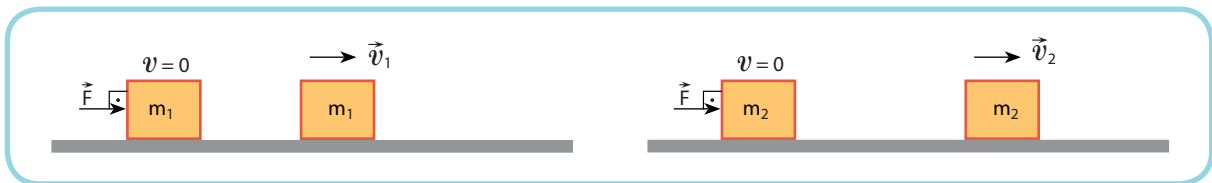
Sürtünmelerin ihmal edildiği düzlemde kaykay üzerinde hareketsiz duran çocuk elindeki topu ileriye doğru fırlatınca neden topun hareketine ters yönde hareket eder?



Şekil 1.53: Farklı hızlara sahip eşit kütleli cisimleri durduran kuvvetler

Şekil 1.53'teki gibi  $v_1$  ve  $v_2$  büyüklüğünde hızlarla hareket eden eşit kütleli iki cisim, eşit sürelerde sabit büyüklükte kuvvetler uygulanarak durdurulmak istenirse hızı küçük olan cismin durdurulması için cisme daha küçük kuvvet uygulanması gerekmektedir. Buna göre

$$v_1 > v_2 \implies F_1 > F_2 \text{ olur.}$$



Şekil 1.54: Kütleleri farklı durgun cisimlerin aynı büyüklükteki kuvvetlerle itildiğinde sahip olduğu hızlar

Şekil 1.54'teki gibi farklı kütlelere sahip  $m_1$  ve  $m_2$  kütleli durgun cisimlere sabit ve eşit büyüklükte  $F$  kuvvetleri eşit süre uygulanarak itildiğinde kütlesi küçük olan cisim, kütlesi büyük olandan daha hızlı gider. Buna göre

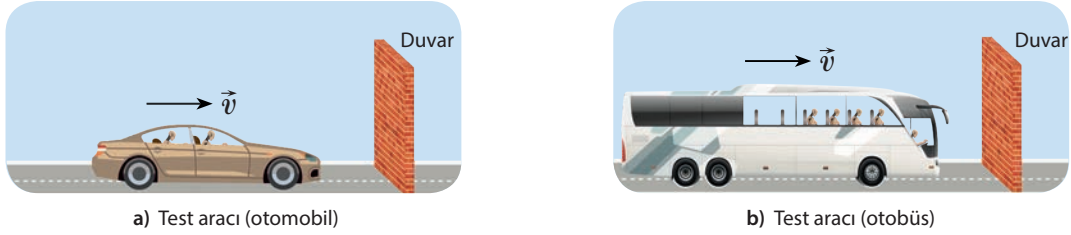
$$m_1 > m_2 \implies v_2 > v_1 \text{ olur.}$$

$m_1$  ve  $m_2$  kütleli cisimlerin kütle ve hızları farklı olmasına rağmen kütleleri ile kazandıkları hızların çarpımı aynı olur.  $\vec{v}$  hızı ile hareket eden  $m$  kütleli bir parçacığın kütle ve hızının çarpımından elde edilen terime **çizgisel momentum** denir. Çizgisel momentum hareketliliğin bir ölçüsüdür. Hareketli kütleyle dair bir kavram olan çizgisel momentum  $\vec{p}$  sembolü ile gösterilir ve SI'da birimi **kg·m/s**'dir.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$



Çizgisel momentum, vektörel bir büyüklüktür. Çizgisel momentum vektörü her zaman hız vektörü ile aynı yönlüdür. Hız, belirli bir süre içerisinde cisimlerin hangi yönde ve ne kadar yer değiştireceğini belirten kinematik bir niceliktir. Hız, belirli bir süre içinde cismi durdurmak için uygulanması gereken kuvvetin büyüklüğünü belirlemez. Bu kuvveti, kuvvetin uygulanma süresindeki çizgisel momentum değişimi belirler. Aynı sürede çizgisel momentumu büyük olan cisimleri durdurmak için uygulanması gereken kuvvet, çizgisel momentumu küçük olanlara göre daha büyük olur.



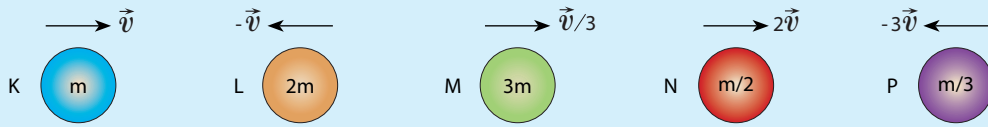
Görsel 1.14: Duvara aynı büyüklükte hızla çarpan farklı kütledeki test araçları

Görsel 1.14'teki gibi duvara aynı hızla çarpan güvenlik testi araçlarından otobüsün çizgisel momentumu, kütlesi daha büyük olduğu için otomobilinkinden daha büyüktür. Bu nedenle otobüs ile otomobilin aynı süre içinde durdurulabilmesi için otobüse daha büyük kuvvet uygulanmalıdır.

Bir aracın başka bir araca ya da bir engele çarpması can ve mal kayıplarına neden olabilir. Bu nedenle trafik kurallarına uyulmalı, kazalara sebep olabilecek davranışlarda bulunulmamalıdır. Bu, insanların hem kendilerine hem de çevreye karşı sorumluluğudur.

## 86. ÖRNEK

K, L, M, N ve P cisimlerinin kütle ve hızları şekildeki gibi verilmiştir.



Buna göre

- Çizgisel momentumları eşit olan cisimler hangileridir?
- L ve M cisimlerinin çizgisel momentumları  $\frac{P_L}{P_M}$  oranı kaçtır?

## ÇÖZÜM

- Çizgisel momentum vektörel bir büyüklük olduğu için önce şekildeki gibi bir yön belirlenir.

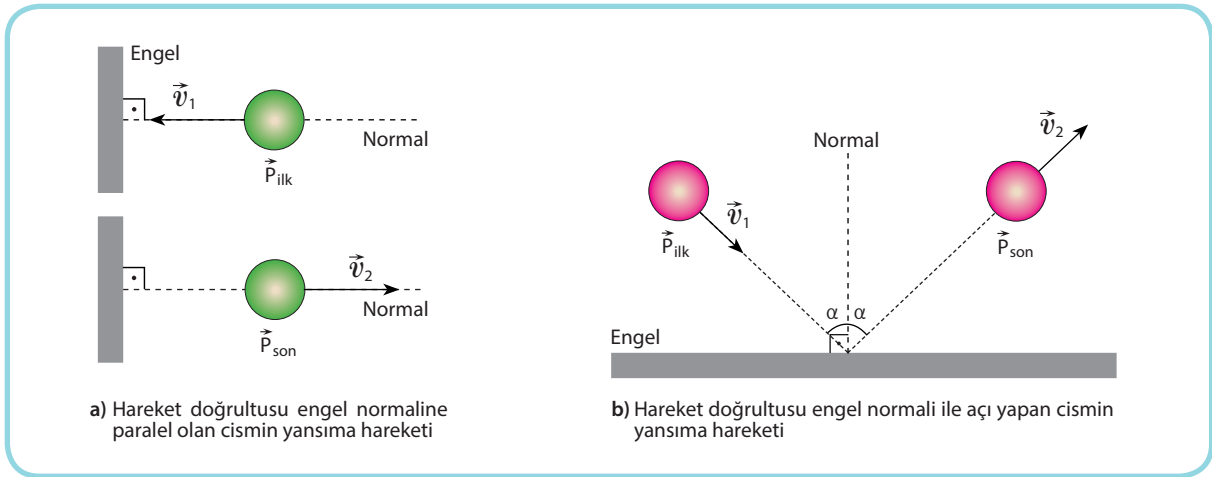
Çizgisel momentum  $\vec{P} = m \cdot \Delta\vec{v}$  olduğundan

$$P_K = m \cdot v \quad P_L = 2m \cdot (-v) = -2m \cdot v \quad (-) \text{ Yön } \leftarrow \bullet \rightarrow (+) \text{ Yön}$$

$$P_M = 3m \cdot \frac{v}{3} = m \cdot v \quad P_N = \frac{m}{2} \cdot 2v = m \cdot v$$

$$P_P = \frac{m}{3} \cdot (-3v) = -m \cdot v \text{ olur. Bu durumda K, M ve N cisimlerinin çizgisel momentumları eşittir.}$$

- L ve M cisimlerinin çizgisel momentumlarının oranı  $\frac{P_L}{P_M} = \frac{-2m \cdot v}{m \cdot v} = -2$  olur. (-) işareti çizgisel momentumların zıt yönde olduğunu belirtir.



Şekil 1.55: Engele farklı şekilde çarpan cisimlerin çizgisel momentum değişimleri

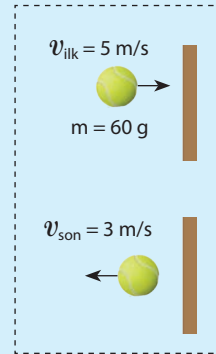
Hareketli cisim kuvvet etkisinde kaldığında ya da bir engele çarptığında çizgisel momentumu değişir (Şekil 1.55). Cismin çizgisel momentumundaki değişim bulunurken önce cisme ait ilk ve son çizgisel momentum vektörleri çizilir, daha sonra çizgisel momentumlarındaki değişim

$\Delta \vec{P} = \vec{P}_{son} - \vec{P}_{ilk}$  işlemi ile bulunur.

### 87. ÖRNEK

Kütlesi 60 g olan tenis topu, şekildeki gibi bir duvara 5 m/s büyüklüğünde hız ile dik çarparak aynı doğrultuda 3 m/s büyüklüğünde hız ile geri dönmektedir.

Buna göre topun çizgisel momentumundaki değişimi bulunuz.



### ÇÖZÜM

Topun kütlesi 60 g = 0,06 kg'a eşittir. Tenis topunun duvara gelme hızının yönü (+) alınırsa ilk çizgisel momentumu

$$\vec{P}_{ilk} = m \cdot \vec{v}_{ilk}$$

$$P_{ilk} = 0,06 \cdot 5 = 0,30 \text{ kg}\cdot\text{m/s ve (+) yönde bulunur.}$$

Tenis topunun son çizgisel momentumu

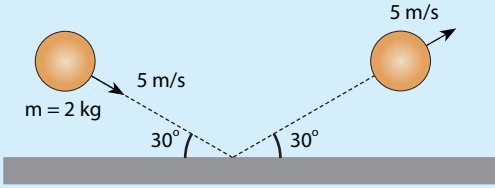
$$\vec{P}_{son} = m \cdot (-\vec{v}_{son})$$

$$P_{son} = 0,06 \cdot (-3) = -0,18 \text{ kg}\cdot\text{m/s ve (-) yönde bulunur.}$$

Çizgisel momentum değişimi ifadesine göre

$$\Delta \vec{P} = \vec{P}_{son} - \vec{P}_{ilk} \Rightarrow \Delta P = -0,18 - (+0,30) \Rightarrow \Delta P = -0,48 \text{ kg}\cdot\text{m/s olur.}$$

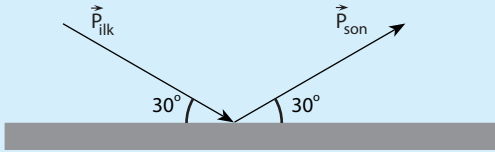
## 88. ÖRNEK



Kütlesi 2 kg olan cisim, bir engele 5 m/s büyüklüğünde hız ile yatay düzlemle  $30^\circ$  açı yapacak biçimde çarparak 5 m/s büyüklüğünde hız ve aynı açı ile yansımaktadır.

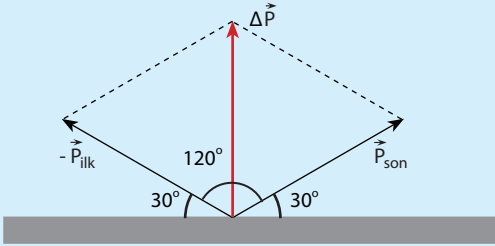
Buna göre cismin çizgisel momentumundaki değişimi bulunuz. ( $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$  ve  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  alınız.)

## ÇÖZÜM



$$P_{ilk} = m \cdot v_{ilk} = 2 \cdot 5 = 10 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

$$P_{son} = m \cdot v_{son} = 2 \cdot 5 = 10 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$



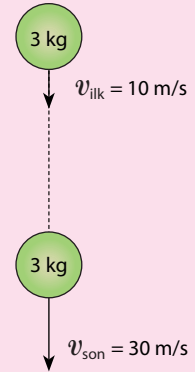
Çizgisel momentum değişimi, cisme ait ilk ve son çizgisel momentum vektörleri bulunduğundan sonra  $\Delta \vec{P} = \vec{P}_{son} - \vec{P}_{ilk}$  ifadesine göre bulunur.  $\vec{P}_{son}$  ve  $-\vec{P}_{ilk}$  vektörleri arasındaki açı  $120^\circ$  olduğundan çizgisel momentum değişimi

$\Delta P = 10 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$  büyüklüğünde ve yukarı yönde olur.

## 70. ALIŞTIRMA

Kütlesi 3 kg olan cisim, şekildeki gibi 10 m/s büyüklüğünde hız ile düşey olarak aşağı yönde atılmıştır. Cismin hızının büyüklüğü bir süre sonra 30 m/s olmaktadır.

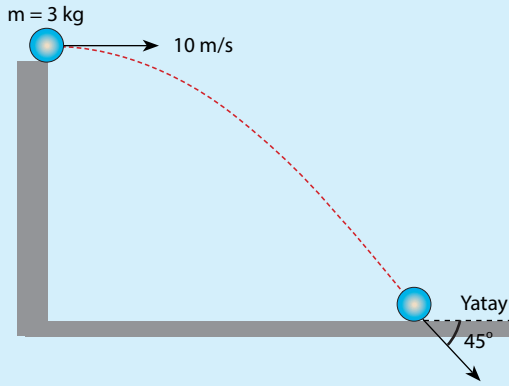
Buna göre cismin çizgisel momentumundaki değişim kaç kg·m/s olur?



## ÇÖZÜM



## 89. ÖRNEK



Hava direncinin ihmal edildiği ortamda kütlesi 3 kg olan cisim, şekildeki gibi  $10 \text{ m/s}$  büyüklüğünde hız ile yatay olarak atılmıştır. Cisim yere yatay düzlemle  $45^\circ$  açı yapacak biçimde çarpmıştır.

Buna göre cismin çizgisel momentumundaki değişimi bulunuz. ( $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$  alınınız.)

## ÇÖZÜM

Cisim yere  $45^\circ$  açı ile çarptığı için yere çarpma hızının yatay ve düşey bileşenleri birbirine eşit ve  $10 \text{ m/s}$  olur. Yere çarpma hızı cismin son hızıdır ve  $v_{\text{son}} = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$  olur.

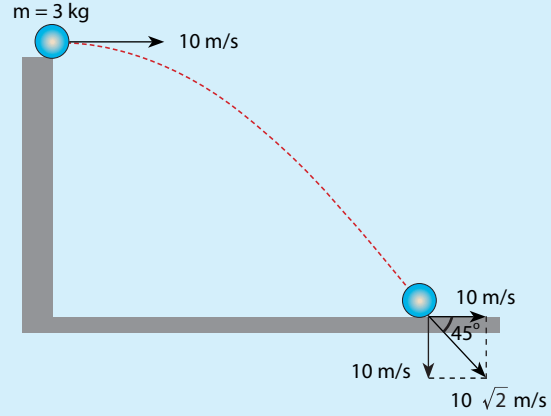
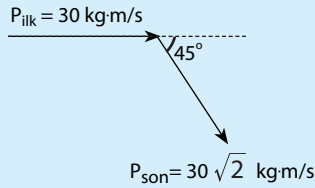
$$P_{\text{ilk}} = m \cdot v_{\text{ilk}}$$

$P_{\text{ilk}} = 3 \cdot 10 = 30 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$  büyüklüğündeki ilk çizgisel momentum  $+x$  yönündedir.

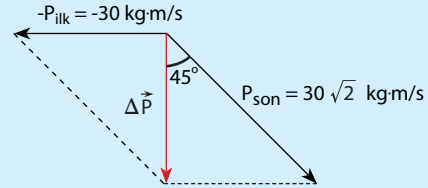
$$P_{\text{son}} = m \cdot v_{\text{son}} = 3 \cdot 10\sqrt{2}$$

$P_{\text{son}} = 30\sqrt{2} \text{ kg}\cdot\text{m/s}$  olur. Yönü yere çarpma hızının yönüdür.

Cismin ilk ve son çizgisel momentumları şekildeki gibi çizilir.



Cismin çizgisel momentum değişimi şekildeki gibi çizilir.



$\Delta \vec{P} = (\vec{P}_{\text{son}})_y$  olduğu görülür. Buna göre

$\Delta P = 30 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$  büyüklüğünde ve  $-y$  yönündedir.

Yatay atış hareketinde yatay doğrultuda hız değişimi olmadığından momentum değişiminin nedeni hızın düşey bileşenidir.



## ARAŞTIRMA KONUSU

Günlük hayatta karşılaştığınız hız değiştiren cisimlere örnekler verip çizgisel momentumlarının nasıl değiştiğini inceleyiniz.

## B) İTME

Durgun bir cismi harekete geçirmek için cisme hareket ettirilmek istenen yönde kuvvet uygulanmalıdır. Hareket hâlindeki bir cismi durdurmak için ise cisme hareket yönüne zıt yönde bir kuvvet uygulanmalıdır. Cisim; uygulanan kuvvetin yönüne ve uygulama süresine bağlı olarak hızlanır, yavaşlar ya da durur. Kuvvet etkisi ile hızı değişen cisimlerin çizgisel momentumu da değişir. Bu durum da belli bir süre kuvvet uygulanan cisme, kuvvet uygulanan kaynaktan çizgisel momentum aktarıldığı anlamına gelir. **Kuvvetin büyüklüğü ile etki süresinin çarpımı, kuvvetin etki miktarını ifade eder. Buna itme denir. İtme vektörel bir büyüklüktür ve her zaman kuvvet vektörü ile aynı yönlüdür.  $\vec{I}$  sembolü ile gösterilir ve SI'da birimi N.s'dir.**



$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t \text{ ile ifade edilir.}$$

## C) İTME VE ÇİZGİSEL MOMENTUM ARASINDAKİ İLİŞKİ



Newton'ın İkinci Hareket Yasası kullanılarak itme ve çizgisel momentum kavramları arasında nasıl bir ilişki kurulabilir?

Boş bir market arabası, sabit kuvvet ile belli bir süre itildiğinde kolay bir şekilde hareket ettirilerek hızlandırılabilir. Alışveriş yapılarak doldurulan araba ise aynı süre ve aynı kuvvetle itildiğinde boş arabanın ulaştığı hıza ulaştırılmaz. Arabayı iterek hareket ettirmek zorlaşır. Aslında arabaya her iki durumda da eşit zaman aralıklarında eşit itme uygulanır. Bu itmeler, arabaya çizgisel momentum değişimi olarak aktarılır. Çizgisel momentumu eşit olan cisimlerden  $\vec{P} = m \cdot \vec{v}$  ifadesine göre kütlesi büyük olanın hızı küçük olur. Bu nedenle dolu market arabasını boş olana göre hızlandırmak daha zordur. Aynı süre içinde dolu arabanın hızını, boş olan arabanın hızına ulaştırmak için daha büyük kuvvet uygulamak gerekir.

Newton'ın İkinci Hareket Yasası'na göre kuvvet etkisindeki cisimler, ivmeli hareket eder. Bu ifade yeniden düzenlenirse **itme ile çizgisel momentum arasındaki ilişki bulunabilir.**

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \text{ bağıntısında ivmenin değeri yerine yazıldığında } \vec{F} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \text{ olur. Eşitlik düzenlenirse}$$

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v} \implies \vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot (\vec{v}_{\text{son}} - \vec{v}_{\text{ilk}}) \implies \vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v}_{\text{son}} - m \cdot \vec{v}_{\text{ilk}} \implies \vec{F} \cdot \Delta t = \vec{P}_{\text{son}} - \vec{P}_{\text{ilk}}$$



$$\vec{I} = \Delta \vec{P} \text{ olur.}$$

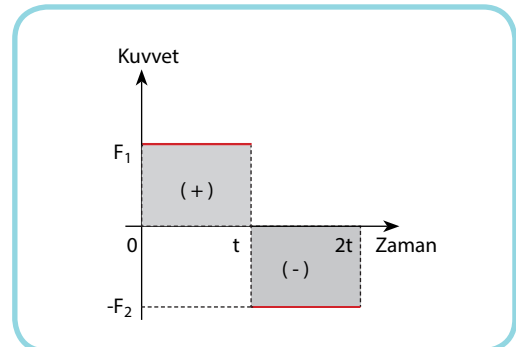
Bu ifadeye göre bir cisme uygulanan itme, cismin çizgisel momentumundaki değişime eşittir.

Bir cisme ait kuvvet-zaman grafiklerinde grafik ile yatay eksen arasında kalan alan cisme uygulanan itmeyi verir.

$$\text{Alan} = \vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

İtme ve çizgisel momentum kavramları vektörel büyüklükler olduğu için grafiğin altındaki alanlar kullanılırken işaretlerine dikkat edilmelidir. Grafik ile yatay eksen arasındaki alan zaman ekseninin üstündeyse itme pozitif, altındaysa negatif alınır. Buna göre Grafik 1.22'deki grafik için

$$\text{Alan} = I = F_1 \cdot t - F_2 \cdot t \text{ olur.}$$



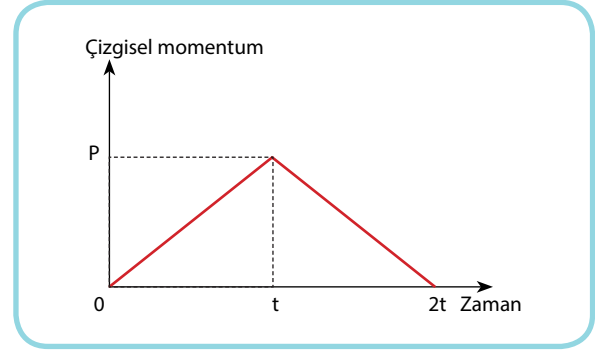
Grafik 1.22: Cisme etki eden kuvvetin zamana bağlı değişim grafiği



$\vec{F}_1$  ve  $\vec{F}_2$  kuvvetlerinin büyüklüklerinin eşit olması durumunda cismin çizgisel momentum-zaman grafiği Grafik 1.23'teki gibi olur.

Bir cismin çizgisel momentumun zamana bağlı değişim grafiğinde

$$\text{Eğim} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta t}{\Delta t} \text{ olur ve eğim, kuvveti verir.}$$

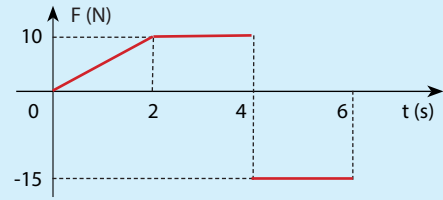


Grafik 1.23: Cismin çizgisel momentumunun zamana bağlı değişim grafiği

### 90. ÖRNEK

Sürtünmelerin ihmal edildiği düzlemdeki bir cisme uygulanan kuvvetin zamana bağlı değişim grafiği verilmiştir.

Buna göre cisme uygulanan itmenin büyüklüğünü bulunuz.



### ÇÖZÜM

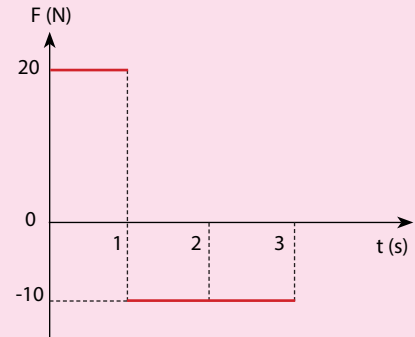
Kuvvet-zaman grafiğinde grafikte yatay eksen arasında kalan alanların cebirsel toplamı, cisme uygulanan itmenin büyüklüğünü verir.

$$\text{Toplam alan} = I = \frac{10 \cdot 2}{2} + 2 \cdot 10 - 2 \cdot 15 = 0 \text{ bulunur.}$$

### 71. ALIŞTIRMA

Sürtünmelerin ihmal edildiği düzlemde durmakta olan 2 kg kütleli cisme uygulanan kuvvetin zamana bağlı değişim grafiği verilmiştir.

Buna göre cismin çizgisel momentum-zaman grafiğini çiziniz.

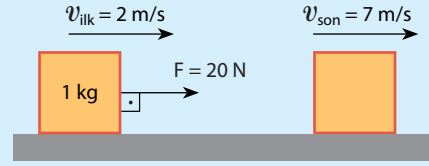


### ÇÖZÜM



## 91. ÖRNEK

Şekildeki gibi kütlesi 1 kg olan cisme sürtünmelerin ihmal edildiği düzlemde ve yatay doğrultuda 20 N büyüklüğünde kuvvet bir süre uygulanmaktadır. Bu kuvvet sonucunda cismin hızının büyüklüğü 2 m/s'den 7 m/s'ye çıkmıştır.

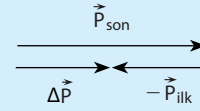


Buna göre kuvvetin cisme uygulanma süresini bulunuz.

## ÇÖZÜM

Kuvvet etkisindeki cismin çizgisel momentumundaki değişim, cisme etkiyen itmeye eşittir. Cismin çizgisel momentumundaki değişim  $\Delta \vec{P} = \vec{P}_{\text{son}} - \vec{P}_{\text{ilk}}$  ifadesi ile bulunur. Çizgisel momentum değişiminin büyüklüğü

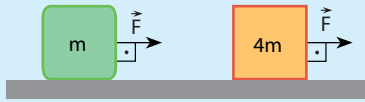
$$\Delta \vec{P} = m \cdot \vec{v}_{\text{son}} - m \cdot \vec{v}_{\text{ilk}} \Rightarrow \Delta P = 1 \cdot 7 - 1 \cdot 2 \Rightarrow \Delta P = +5 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \text{ olur.}$$



Cisme uygulanan kuvvetin süresi de

$$\vec{I} = \Delta \vec{P} \quad \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{P} \quad 20 \cdot \Delta t = 5 \Rightarrow \Delta t = 0,25 \text{ s bulunur.}$$

## 92. ÖRNEK



Şekildeki gibi sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlemde durgun hâlde bulunan m ve 4m kütleli cisimlere büyüklüğü F olan kuvvetler uygulanmaktadır.

Buna göre

- Cisimlerin aynı çizgisel momentuma ulaşmaları için
- Cisimlerin aynı hıza ulaşmaları için
- Cisimlerin aynı kinetik enerjiye ulaşmaları için kuvvetlerin etki süreleri  $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$  oranı kaç olmalıdır?

## ÇÖZÜM

- a) İtme çizgisel momentumdaki değişime eşittir. Buna göre cisimlerin itmeleri için  $\vec{I}_1 = \vec{I}_2$  eşitliği yazılabilir. Buradan

$$F \cdot \Delta t_1 = F \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_1 = \Delta t_2 \Rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 1 \text{ olur.}$$

- b) Cisimlerin aynı  $\mathcal{V}$  büyüklüğünde hıza ulaşmaları durumunda çizgisel momentum değişimleri

$$\Delta P_1 = m \cdot \mathcal{V} = \Delta P \Rightarrow F \cdot \Delta t_1 = \Delta P \quad \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{1}{4} \text{ olur.}$$

$$\Delta P_2 = 4m \cdot \mathcal{V} = 4\Delta P \Rightarrow F \cdot \Delta t_2 = 4\Delta P$$

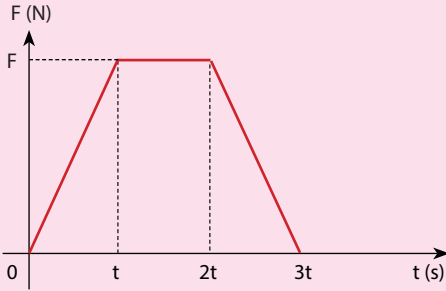
- c) Cisimler aynı kinetik enerjiye ulaştığında  $(E_k)_1 = (E_k)_2$  olur. Buna göre

$$\frac{1}{2} m \cdot \mathcal{V}_1^2 = \frac{1}{2} 4m \cdot \mathcal{V}_2^2 \Rightarrow \mathcal{V}_1^2 = 4\mathcal{V}_2^2 \Rightarrow \mathcal{V}_1 = 2\mathcal{V}_2$$

$$\Delta P_1 = F \cdot \Delta t_1 = m \cdot \mathcal{V}_1 = m \cdot 2\mathcal{V}_2 \quad \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

$$\Delta P_2 = F \cdot \Delta t_2 = 4m \cdot \mathcal{V}_2 = 4m \cdot \mathcal{V}_2$$

## 72. ALIŞTIRMA



Sürtünmelerin ihmal edildiği düzlemde durmakta olan bir cisme uygulanan kuvvetin zamana bağlı değişim grafiği şekildeki gibidir.  $t$  anında cismin çizgisel momentumunun büyüklüğü  $P$  ve kinetik enerjisi  $E$ 'dir.

Buna göre  $2t$  ve  $3t$  anlarında cismin

- Çizgisel momentumunun büyüklüğü kaç  $P$  olur?
- Kinetik enerjisi kaç  $E$  olur?

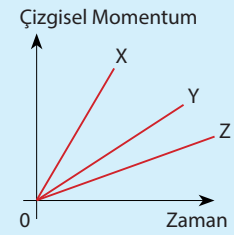
## ÇÖZÜM



## 93. ÖRNEK

Sırayla  $\vec{F}_X$ ,  $\vec{F}_Y$  ve  $\vec{F}_Z$  kuvvetlerinin etkisindeki X, Y ve Z cisimlerine ait çizgisel momentum-zaman grafikleri şekildeki gibidir.

Buna göre cisimlere uygulanan kuvvetlerin büyüklüklerini sıralayınız.



## ÇÖZÜM

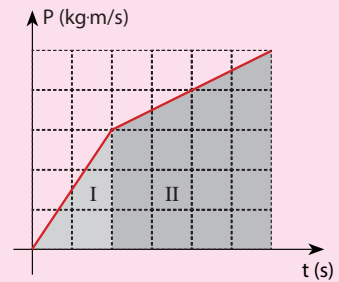
İtme, çizgisel momentum değişimine eşit olduğundan  $\vec{I} = \Delta\vec{P} = \vec{F} \cdot \Delta t$  olur.

$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta t}{\Delta t} = F$  olduğundan çizgisel momentum-zaman grafiklerinde eğim, kuvveti verir. Buna göre kuvvetlerin büyüklükleri arasındaki ilişki  $F_X > F_Y > F_Z$  olur.

## 73. ALIŞTIRMA

Bir cisme ait çizgisel momentum-zaman grafiği eşit bölmelere ayrılmış düzlemde verilmiştir. I. bölgede cisme etkiyen net kuvvet  $\vec{F}_1$ , II. bölgede ise  $\vec{F}_2$ 'dir.

Buna göre kuvvetlerin büyüklükleri  $\frac{F_1}{F_2}$  oranı kaçtır?



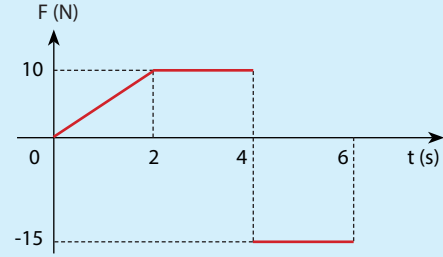
## ÇÖZÜM



## 94. ÖRNEK

Sürtünmelerin ihmal edildiği düzlemde hareket başlangıcındaki hızının büyüklüğü 5 m/s olan 2 kg kütleli cisme ait kuvvet-zaman grafiği şekilde verilmiştir.

Buna göre cismin 0-6 s aralığındaki çizgisel momentum-zaman grafiğini çiziniz.



## ÇÖZÜM

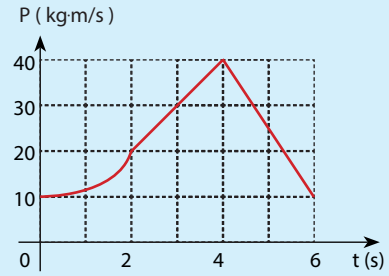
Kuvvet-zaman grafiğinde grafikte yatay eksen arasında kalan alan, cisme uygulanan itmeyi aynı zamanda da cismin çizgisel momentumundaki değişimi verir. Cismin ilk çizgisel momentumu

$$P_{ilk} = m \cdot v = 2 \cdot 5 = 10 \text{ kg}\cdot\text{m/s} \text{ olur.}$$

$$0-2 \text{ s arası çizgisel momentum değişimi } \Delta P_1 = \frac{10 \cdot 2}{2} = 10 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

$$2-4 \text{ s arası çizgisel momentum değişimi } \Delta P_2 = 2 \cdot 10 = 20 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

4-6 s arası çizgisel momentum değişimi  $\Delta P_3 = -2 \cdot 15 = -30 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$  olur. Bulunan değerler ilk çizgisel momentum değerinin üzerine sıra ile toplanarak grafik üzerine yerleştirildiğinde cismin çizgisel momentum-zaman grafiği şekildeki gibi olur.



## Ç) ÇİZGİSEL MOMENTUMUN KORUNUMU



## Simülasyon 1.2: Çizgisel Momentumun Korunumu



## Simülasyonun Amacı

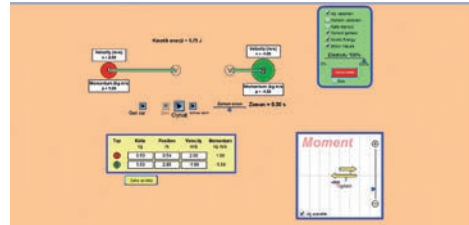
Çizgisel momentumun korunumunu incelemek



Verilen karekodu okutarak simülasyonu açınız. Görsel l'deki ekran görüntüsünde belirtilen "Detaylı bilgi" bölümüne tıklayarak kütle ve hız değerlerinin ayarlanacağı menüyü açınız. Ekranın sağ üst köşesindeki menüdeki "Hız Vektörleri", "Moment Şeması", "Kinetic Energy" ve "Show Values" kutucuklarını işaretleyiniz. Aynı menüdeki "Elasticity" ayarı çarpışmanın esnek olup olmadığını kontrol etmektedir. Eğer "Elasticity" %100 ise çarpışma tam esnektir. Ekranın sağ alt köşesinde açılan menü çarpışan cisimlere ait momentum vektörleri ile toplam momentum vektörünü göstermektedir.

## Simülasyonun Uygulanışı

1. Kırmızı renkli (1) topun kütlelerini 0,50 kg ve hızını 2 m/s olarak ayarlayınız. Yeşil renkli (2) topun kütlelerini 1,50 kg ve hızını -1 m/s olarak ayarlayınız. Ayarları yapmak için ekranın altındaki menüye ilgili değerleri giriniz.



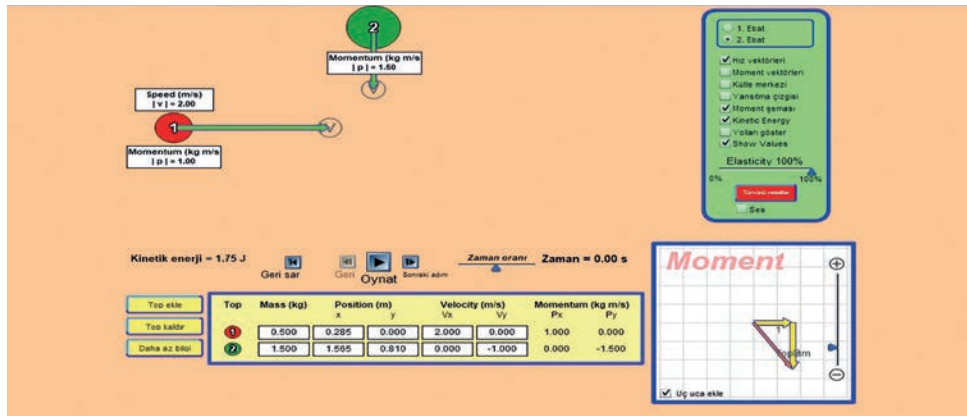
Görsel I

## Simülasyon 1.2'nin devamı

2. Cisimlerin kütle ve hızlarını sırasıyla tablodaki değerlere ayarlayarak çarpışmalarını sağlayınız. Aynı ayrı her durum için cisimlerin momentumlarını ve toplam momentumu ilgili yerlere yazınız.

Tablo I

		Çarpışmadan Önce					Çarpışmadan Sonra						
1. Cismin Kütle (kg)	2. Cismin Kütle (kg)	1. Cismin Hızı (m/s)	1. Cismin Momentumu (kg·m/s)	2. Cismin Hızı (m/s)	2. Cismin Momentumu (kg·m/s)	Toplam Momentum (kg·m/s)	Toplam Kinetik Enerji (J)	1. Cismin Hızı (m/s)	1. Cismin Momentumu (kg·m/s)	2. Cismin Hızı (m/s)	2. Cismin Momentumu (kg·m/s)	Toplam Momentum (kg·m/s)	Toplam Kinetik Enerji (J)
0,5	1,5	2		-1									
1	1	2		0,5									
1	2	2		-1									



Görsel II

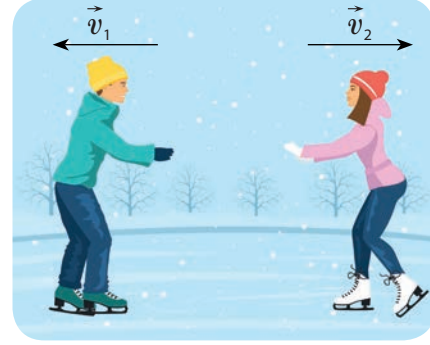
3. Görsel II'deki ekran görüntüsünde gösterildiği gibi "Elasticity" ayarını %0 yapınız ve önceki adımları tekrarlayınız. Ekranın üst kısmında yer alan "Advanced" sekmesini açınız. Topların hareket doğrultuları, kütleleri ve hızlarını şekildeki gibi ayarlayınız.
4. Gösterimi başlatarak cisimlerin çarpışmasını ve sonrasında izledikleri yolları gözlemleyiniz. Çarpışma öncesi ile sonrasındaki çizgisel momentum vektörlerini inceleyiniz.
5. Çarpışma öncesi toplam momentum ve çarpışma sonrası toplam momentum vektörlerini karşılaştırınız. Çarpışma öncesi ve sonrası toplam kinetik enerji değerlerini karşılaştırınız.

## Değerlendirme

1. Tablodaki verileri kullanarak cisimlerin hız ve çizgisel momentum değişimlerini yorumlayınız?
2. Tablodaki verilerden çarpışma öncesi ve sonrası toplam çizgisel momentum değerlerini karşılaştırınız?
3. Esnek ve esnek olmayan çarpışma esnasında kinetik enerji kaybı var mıdır?



a) Buz pateni yapan çocukların birbirini itmesi



b) Çocukların itmeden sonraki hareketleri

Görsel 1.15: Buz üzerinde duran ve farklı kütlelere sahip çocukların birbirine uyguladığı kuvvet

$m_1$  ve  $m_2$  kütleli iki çocuk sürtünmelerin ihmal edildiği buz üzerinde dururken çocuklardan biri, diğerini  $F_1$  büyüklüğünde bir kuvvet ile iterse kendisine de  $F_2$  büyüklüğünde bir tepki kuvveti etki eder (Görsel 1.15.a). Eşit büyüklükte ve zıt yönlü olan bu etkileşim kuvvetleri her iki çocuğu zıt yönde iter. Çocuklar zıt yönde kaymaya başlar (Görsel 1.15.b).

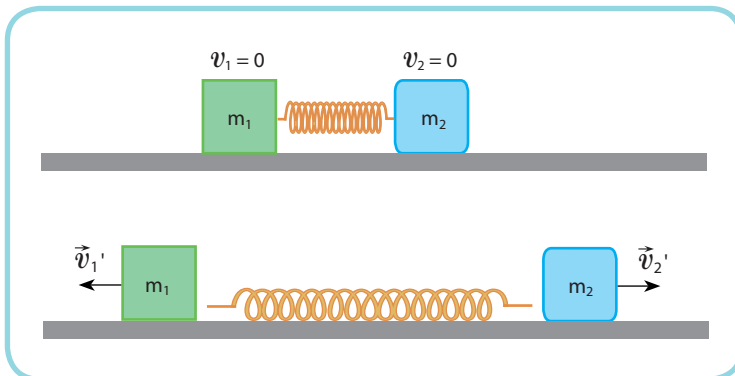
$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$  eşitliğinin her iki tarafı etkileşim süresi ile çarpılırsa

$\vec{F}_1 \cdot \Delta t = -\vec{F}_2 \cdot \Delta t \Rightarrow \vec{I}_1 = -\vec{I}_2$  olur. Çocuklara uygulanan itmeler de çocukların çizgisel momentum değişimlerine eşit olduğundan  $\Delta \vec{P}_1 = -\Delta \vec{P}_2$  olur. Buradan

$$\vec{P}_{1\text{son}} - \vec{P}_{1\text{ilk}} = -(\vec{P}_{2\text{son}} - \vec{P}_{2\text{ilk}}) \Rightarrow \vec{P}_{1\text{son}} - \vec{P}_{1\text{ilk}} = -\vec{P}_{2\text{son}} + \vec{P}_{2\text{ilk}} \Rightarrow \vec{P}_{1\text{ilk}} + \vec{P}_{2\text{ilk}} = \vec{P}_{1\text{son}} + \vec{P}_{2\text{son}}$$

elde edilir. Çocukların birbirlerini itmeden önceki çizgisel momentumlarının toplamı, birbirlerini ittikten sonraki çizgisel momentumlarının toplamına eşittir. Yani toplam çizgisel momentum korunur. Dış kuvvet etkisi olmayan bir sistemde iki veya daha fazla parçacık etkileştiğinde sistemin toplam çizgisel momentumu sabit kalır. Yani bir sistemin toplam çizgisel momentumu her zaman sistemin ilk çizgisel momentumuna eşittir. Bu sonuca da **çizgisel momentumun korunumu** denir. Çizgisel momentumun korunumu; birbirini iten cisimler, çarpışan cisimler, çarpışma sonucu kenetlenen cisimler ve iç patlama sonucu parçalanmış cisimler gibi sistemler için de geçerlidir.

Sürtünmelerin ihmal edildiği yüzey üzerindeki durgun iki kütle arasına sıkıştırılarak tutulan bir yay serbest bırakıldığında yay tarafından itilen kütleler zıt yönlerde harekete geçer (Şekil 1.56). Başlangıçta durgun olan sistemin ilk çizgisel momentumu sıfırdır. Sisteme dışarıdan kuvvet etki etmediği için çizgisel momentum korunur ve sistemin ilk çizgisel momentumu, son çizgisel momentumuna eşit olur.



Şekil 1.56: Aralarında sıkıştırılmış yay bulunan iki cismin yay serbest bırakıldığında yaptığı hareket

$$P_{\text{ilk}} = P_{\text{son}} = 0$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

$$m_1 \cdot 0 + m_2 \cdot 0 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

$$0 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

$$m_1 \cdot v_1' = -m_2 \cdot v_2' \text{ olur.}$$

Cisimler zıt yönde eşit büyüklükte çizgisel momentum ile hareket eder. Bu durumda cisimlerin hız büyüklükleriyle kütleleri ters orantılı olur.



Görsel 1.16: İç patlama yapan bir cisim

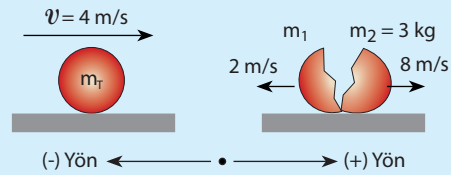
Patlama olaylarında cisim bölünerek daha küçük parçalara ayrılır. (Görsel 1.16). Bir dış kuvvet etkisi olmadan iç kuvvetler ile parçalara ayrılan cisimlerden oluşan sistemin çizgisel momentumu korunur. Patlama öncesi cismin çizgisel momentumu, patlamayla oluşan parçaların çizgisel momentumlarının toplamına eşit olur.

Sabit hızlarla çarpışan cisimlerde de iki cisim çarpıştıktan sonra ayrı ayrı ya da birleşerek hareket ederlerse dış kuvvet etkisi yoksa toplam çizgisel momentum korunur. Patlama ve çarpışma gibi olaylarda çizgisel momentum her zaman korunurken sistemin sahip olduğu kinetik enerjinin her zaman korunduğu söylenemez. Olay sırasında gerçekleşen şekil değişimi, ısı, ışık ve ses çıkması ya da çarpışan cisimlerin dönmesi gibi durumlarda sistemin kinetik enerjisi korunmaz.

### 95. ÖRNEK

Şekildeki gibi sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlemde 4 m/s büyüklüğünde hızla gitmekte olan cisim iç patlamayla iki parçaya ayrılmaktadır.

3 kg kütleli parça 8 m/s büyüklüğünde, diğer parça ise 2 m/s büyüklüğünde sabit hızlarla zıt yönlerde hareket ettiğine göre cismin toplam kütlesi kaç kg'dır?



### ÇÖZÜM

Cismin patlamadan önceki çizgisel momentumu ile patlamadan sonraki çizgisel momentumu birbirine eşittir.

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

$$m_{\text{toplam}} \cdot v = -m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2$$

$$m_{\text{toplam}} \cdot 4 = -m_1 \cdot 2 + 3 \cdot 8$$

$$(m_1 + 3) \cdot 4 = -m_1 \cdot 2 + 3 \cdot 8 \implies 6m_1 = 12 \implies m_1 = 2 \text{ kg}$$

$$m_{\text{toplam}} = m_1 + m_2$$

$$m_{\text{toplam}} = 2 + 3 = 5 \text{ kg olur.}$$

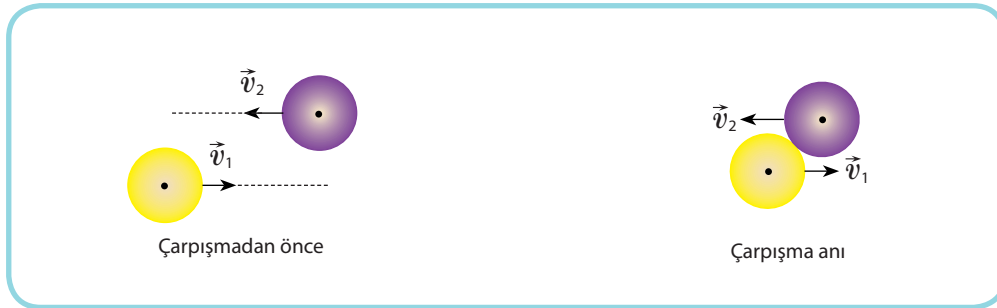
## D) ÇARPIŞMALAR

Dış kuvvetlerin etkisi olmadan gerçekleşen sabit hızlı cisimlerin çarpışma olaylarında çizgisel momentum daima korunduğu için çarpışmalar isimlendirilirken sistemin kinetik enerji korunumuna bakılır. Sistemin kinetik enerjisinin korunduğu ya da korunmadığı durumlara göre çarpışmalar esnek ve esnek olmayan çarpışmalar olarak isimlendirilir. Bir sistemin çarpışmadan önceki ve sonraki kinetik enerjileri birbirine eşitse sistemin kinetik enerjisi korunmuştur. Bu tür çarpışmalara **esnek çarpışmalar** denir. Çarpışma sırasında cisimlerde şekil değişikliği, yapışma, ses, ısı ya da ışık çıkması gibi durumlar oluşursa bu sistemin çarpışmadan önceki ve sonraki kinetik enerjileri birbirine eşit olmaz çünkü sistem enerji kaybeder. Bu tür çarpışmalara da **esnek olmayan çarpışmalar** denir. Esnek olmayan çarpışmalarda cisimler çarpışmadan sonra birbirine yapışarak hareket edebilir. Cisimlerin yapışması durumunda çarpışma **tamamen esnek olmayan çarpışma** olarak ifade edilir.



Şekil 1.57: Bir boyutta (merkezî) çarpışma yapan cisimler

Bir doğru üzerinde duran cisimler,  $v_1$  ve  $v_2$  büyüklüğünde hızlar ile tam merkezleri karşılıklı gelecek şekilde çarpışılırsa çarpıştıktan sonra yine aynı doğrultu üzerinde çarpışma türüne göre birleşerek ya da ayrı ayrı hareket eder (Şekil 1.57). Bu tür çarpışmalara **bir boyutta (merkezî) çarpışmalar** denir.



Şekil 1.58: İki boyutta (merkezî olmayan) çarpışma yapan cisimler

Cisimler, merkezleri farklı doğrultu üzerinde olacak şekilde  $v_1$  ve  $v_2$  büyüklüğünde hızlar ile çarpıştığında yapışarak ya da ayrılarak ilerleme doğrultularını değiştirir (Şekil 1.58). Bu tür çarpışmalara **iki boyutta (merkezî olmayan) çarpışmalar** denir.

### 74. ALIŞTIRMA

Tablodaki cisimlerin çarpışmalarının türlerini verilen boşluklara yazınız.

Çarpışan Cisimler	Çarpışma Boyutu	Çarpışma Türü
Bilardo topu-Bilardo topu	Bir boyutta	
Cam macunu-Cam macunu	Bir boyutta	
Bilardo topu-Cam macunu	İki boyutta	
Tenis topu-Tenis topu	Bir boyutta	
Misket-Misket	İki boyutta	



## Bir Boyutta Esnek Çarpışmalar



Şekil 1.59: Bir boyutta esnek çarpışma yapan cisimler

$m_1$  ve  $m_2$  kütleli cisimler,  $v_1$  ve  $v_2$  büyüklüğünde hızlarla bir boyutta esnek çarpışma yaparsa çarpışmadan sonra  $v'_1$  ve  $v'_2$  büyüklüğünde hızlarla aynı doğrultuda hareket eder. Sistemin çarpışmadan önceki toplam çizgisel momentumu, çarpışmadan sonrakine eşit olur (Şekil 1.59). Hız yönü pozitif kabul edilirse çizgisel momentumun korunumundan

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2$$

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{v}'_1 + m_2 \cdot \vec{v}'_2$$

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 - m_1 \cdot \vec{v}'_1 = m_2 \cdot \vec{v}'_2 - m_2 \cdot \vec{v}_2$$

$$m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}'_1) = m_2(\vec{v}'_2 - \vec{v}_2) \text{ bulunur.}$$

Sistemin çarpışmadan önceki toplam kinetik enerjisi, çarpışmadan sonraki toplam kinetik enerjisine eşittir.  $m_1$  kütleli cismin kinetik enerjisi çarpışmadan önce  $E_1$ , çarpışmadan sonra  $E'_1$  ve  $m_2$  kütleli cismin kinetik enerjisi çarpışmadan önce  $E_2$ , çarpışmadan sonra  $E'_2$  ise

$$E_1 + E_2 = E'_1 + E'_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2'^2$$

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1'^2 = \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2'^2 - \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2$$

$$m_1 \cdot v_1^2 - m_1 \cdot v_1'^2 = m_2 \cdot v_2'^2 - m_2 \cdot v_2^2$$

$$m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2(v_2'^2 - v_2^2)$$

$$m_1(v_1 - v_1')(v_1 + v_1') = m_2(v_2' - v_2)(v_2' + v_2)$$

$$m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}'_1) \cdot (\vec{v}_1 + \vec{v}'_1) = m_2(\vec{v}'_2 - \vec{v}_2) \cdot (\vec{v}'_2 + \vec{v}_2) \text{ olur.}$$

Enerji ve çizgisel momentumun korunumu denklemlerinden elde edilen sonuçlar oranlanırsa

$$\frac{m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}'_1) \cdot (\vec{v}_1 + \vec{v}'_1)}{m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}'_1)} = \frac{m_2(\vec{v}'_2 - \vec{v}_2) \cdot (\vec{v}'_2 + \vec{v}_2)}{m_2(\vec{v}'_2 - \vec{v}_2)}$$



$$\vec{v}_1 + \vec{v}'_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}'_2 \text{ olur.}$$

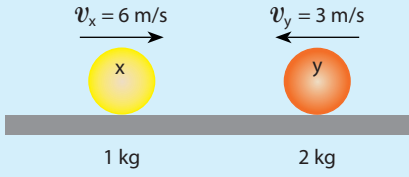
Buna göre esnek çarpışma yapan cisimlerden birinin çarpışmadan önceki ve sonraki hızlarının toplamı, diğeri- nin çarpışmadan önceki ve sonraki hızlarının toplamına eşittir.

$$\vec{v}_1 + \vec{v}'_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}'_2 \text{ eşitliği düzenlenirse}$$

$$\vec{v}_1 - \vec{v}_2 = -(\vec{v}'_1 - \vec{v}'_2) \text{ elde edilir.}$$

Bu eşitliğe göre esnek çarpışmalarda iki cismin çarpışmadan önceki bağıl hızlarının, çarpışmadan sonraki bağıl hızlarının negatifine eşit olduğu görülür.

## 96. ÖRNEK



Şekildeki 1 kg kütleli x ve 2 kg kütleli y cisimleri sırasıyla 6 m/s ve 3 m/s büyüklüğündeki hızlarla sürtünmelerin ihmal edildiği düzlemde esnek çarpışma yapmaktadır.

Buna göre cisimlerin çarpışmadan sonraki hızlarının büyüklüğünü bulunuz.

## ÇÖZÜM

Çizgisel momentumun korunumu denkleminde göre

$$\vec{P}_x + \vec{P}_y = \vec{P}'_x + \vec{P}'_y \implies m_x \cdot \vec{v}_x + m_y \cdot \vec{v}_y = m_x \cdot \vec{v}'_x + m_y \cdot \vec{v}'_y \text{ olur.}$$

x cisminin hareket yönü (+) kabul edilerek

$$m_x \cdot v_x - m_y \cdot v_y = m_x \cdot v'_x + m_y \cdot v'_y$$

$$6 \cdot 1 - 2 \cdot 3 = 1v'_x + 2v'_y \implies 0 = v'_x + 2v'_y \text{ denklemi elde edilir.}$$

Esnek çarpışma yapan cisimlerden birinin çarpışmadan önceki ve sonraki hızlarının toplamı, diğerinin çarpışmadan önceki ve sonraki hızlarının toplamına eşit olduğundan

$$\vec{v}_x + \vec{v}'_x = \vec{v}_y + \vec{v}'_y \implies 6 + v'_x = -3 + v'_y \implies 9 = v'_y - v'_x \text{ denklemi elde edilir.}$$

Çizgisel momentum korunumu ve hız ile ilgili ifadelerden elde edilen denklemler ortak çözümlenerek

$$0 = v'_x + 2v'_y \implies 9 = v'_y - v'_x \implies 9 = 3v'_y$$

$v'_y = 3 \text{ m/s}$  bulunur. y cisimi, 3 m/s büyüklüğünde hızla (+) yönde hareket etmektedir.

$v'_x = -6 \text{ m/s}$  bulunur. x cisimi, 6 m/s büyüklüğünde hızla (-) yönde hareket etmektedir.

## Bilgi Notu

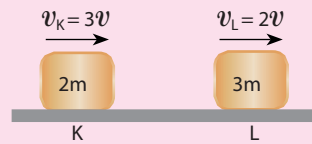
Eşit çizgisel momentumlarla bir boyutta (merkezi) esnek çarpışma yapan cisimler, çarpışmadan sonra kendi hızlarının büyüklüğünde hızlarla geri döner.



## 75. ALIŞTIRMA

2m kütleli K cisimi  $3v$  büyüklüğünde ve 3m kütleli L cisimi  $2v$  büyüklüğünde hızla şekildeki gibi sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlemde hareket etmektedir.

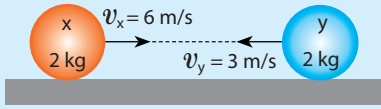
Bir süre sonra cisimler bir boyutta esnek çarpışma yaptığına göre K ve L cisimlerinin çarpışmadan sonraki hızlarının büyüklüğü kaç  $v$  olur?



## ÇÖZÜM



## 97. ÖRNEK



Şekilde verilen 2 kg kütleli x ve y cisimleri sırasıyla 6 m/s ve 3 m/s büyüklüğünde hızlarla bir boyutta esnek çarpışma yapmaktadır.

Buna göre cisimlerin çarpışmadan sonraki hızları kaç m/s olur?

## ÇÖZÜM

Çizgisel momentumun korunumu denklemine göre

$\vec{P}_x + \vec{P}_y = \vec{P}'_x + \vec{P}'_y \Rightarrow m_x \cdot \vec{v}_x + m_y \cdot \vec{v}_y = m_x \cdot \vec{v}'_x + m_y \cdot \vec{v}'_y$  olur. x cisminin hareket yönü pozitif kabul edilerek

$$m_x \cdot v_x - m_y \cdot v_y = m_x \cdot v'_x + m_y \cdot v'_y$$

$$2 \cdot 6 - 2 \cdot 3 = 2v'_x + 2v'_y \Rightarrow 12 - 6 = 2v'_x + 2v'_y \Rightarrow 6 = 2v'_x + 2v'_y$$

$3 = v'_x + v'_y$  denklemi elde edilir.

$\vec{v}_x + \vec{v}'_x = \vec{v}_y + \vec{v}'_y$  ifadesine göre

$6 + v'_x = -3 + v'_y \Rightarrow 9 = v'_y - v'_x$  denklemi elde edilir. Elde edilen denklemler ortak çözülürse

$$\left. \begin{array}{l} 3 = v'_x + v'_y \\ 9 = v'_y - v'_x \end{array} \right\} \begin{array}{l} 12 = 2v'_y \Rightarrow v'_y = 6 \text{ m/s} \\ v'_x = -3 \text{ m/s bulunur.} \end{array}$$

## Bilgi Notu

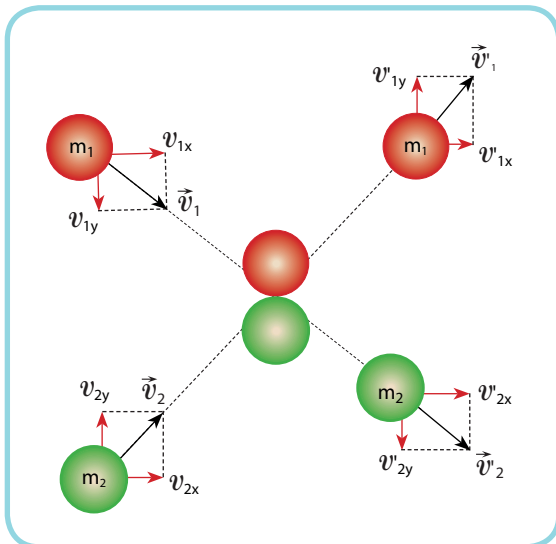
Eşit kütleli cisimler, bir boyutta esnek çarpışma yaparsa çarpışmadan sonra birbirinin hızını alır.



## İki Boyutta Esnek Çarpışmalar

$m_1$  ve  $m_2$  kütleli cisimler  $v_1$  ve  $v_2$  büyüklüğünde hızlarla Şekil 1.60'taki gibi iki boyutta esnek çarpışma yaparsa sistemde hem çizgisel momentum hem de kinetik enerji korunur. Cisimler çarpışmadan önce ve sonra tek doğrultuda hareket etmediği için cisimlerin çizgisel momentumu iki boyutta incelenir.

Cisimlerin çarpışmadan önceki çizgisel momentumlarının yatay bileşenleri toplamı, çarpışmadan sonraki yatay bileşenlerin toplamına eşittir. Buna göre



Şekil 1.60: İki boyutta esnek çarpışma yapan cisimler

$$\vec{P}_{1x} + \vec{P}_{2x} = \vec{P}'_{1x} + \vec{P}'_{2x}$$

$$m_1 \cdot \vec{v}_{1x} + m_2 \cdot \vec{v}_{2x} = m_1 \cdot \vec{v}'_{1x} + m_2 \cdot \vec{v}'_{2x} \text{ olur.}$$

Cisimlerin çarpışmadan önceki çizgisel momentumlarının düşey bileşenleri toplamı, çarpışmadan sonraki düşey bileşenlerin toplamına eşittir. Buna göre

$$\vec{P}_{1y} + \vec{P}_{2y} = \vec{P}'_{1y} + \vec{P}'_{2y}$$

$$m_1 \cdot \vec{v}_{1y} + m_2 \cdot \vec{v}_{2y} = m_1 \cdot \vec{v}'_{1y} + m_2 \cdot \vec{v}'_{2y} \text{ olur.}$$

Sistemin çarpışmadan önceki toplam kinetik enerjisi, çarpışmadan sonraki toplam kinetik enerjisine eşittir. Buna göre

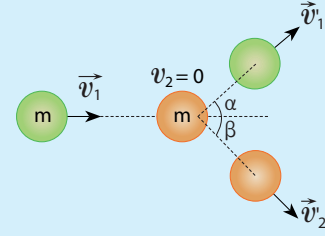
$$E_1 + E_2 = E'_1 + E'_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2'^2 \text{ olur.}$$

## 98. ÖRNEK

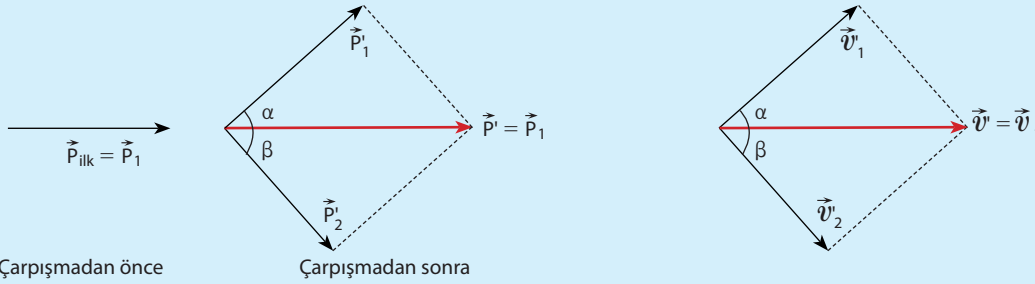
$m$  kütleli  $v_1$  büyüklüğünde hıza sahip cisim, durmakta olan  $m$  kütleli cisimle esnek çarpışma yapmaktadır.

Çarpışmadan sonra cisimler  $v'_1$  ve  $v'_2$  hızlarıyla şekildeki gibi hareket ettiğine göre cisimlerin çarpışmadan sonraki hareket doğrultuları arasındaki açı kaç derece olur?



## ÇÖZÜM

Cisimler esnek çarpışma yaptığı için çizgisel momentumla birlikte kinetik enerji de korunur. Çizgisel momentum korunumuna göre çarpışmadan önceki toplam çizgisel momentum, çarpışmadan sonrakine eşit olmalıdır.



Esnek çarpışma yapan cisimlerde kinetik enerji korunduğu için

$$E_1 + E_2 = E'_1 + E'_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2'^2$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} m \cdot 0^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2} m \cdot v_2'^2$$

$v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$  olur. Bu ifade cisimlerin çarpışmadan sonra birbirlerinden  $90^\circ$  lik açı ile uzaklaştığını gösterir.

## Bilgi Notu

Biri durgun hâldeki eşit kütleli cisimler iki boyutta esnek çarpışma yaparsa çarpışmadan sonra cisimlerin hareket doğrultuları arasındaki açı  $90^\circ$  olur.

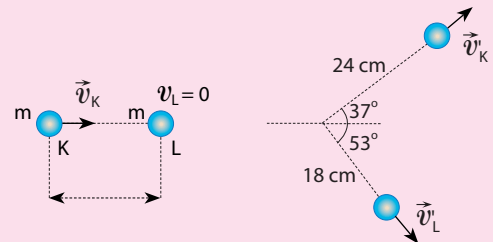


## 76. ALIŞTIRMA

Sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde  $m$  kütleli K cismi durmakta olan  $m$  kütleli L cisimine çarpmaktadır. Cisimlerin çarpışmadan  $t$  saniye önce ve  $t$  saniye sonraki alınan görüntüleri şekilde gösterilmiştir.

Buna göre ilk görüntüdeki KL noktaları arasındaki uzaklık kaç cm olur?

( $\sin 37^\circ = 0,6$ ;  $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

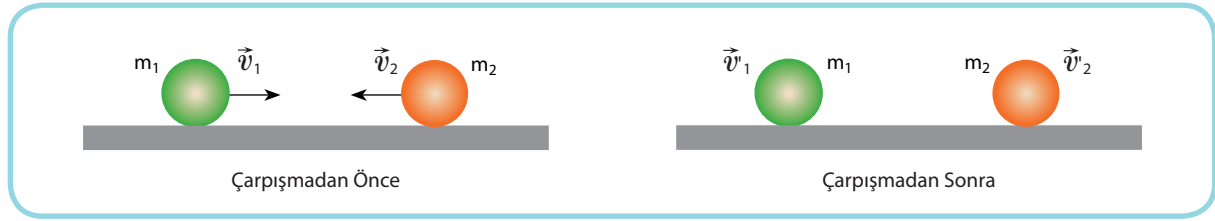


Çarpışmadan  $t$  saniye önce Çarpışmadan  $t$  saniye sonra

## ÇÖZÜM



## Bir Boyutta Esnek Olmayan Çarpışmalar



Şekil 1.61: Bir boyutta esnek olmayan çarpışma yapan cisimler

$m_1$  ve  $m_2$  kütleleri,  $v_1$  ve  $v_2$  büyüklüğünde hızlarla Şekil 1.61'deki gibi tek boyutta esnek olmayan çarpışma yaparsa çarpışmadan sonra  $v'_1$  ve  $v'_2$  büyüklüğündeki hızlarla aynı doğrultuda hareket eder. Sistemin çarpışmadan önceki toplam çizgisel momentumu, çarpışmadan sonrakine eşit olur. Buna göre

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2$$

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{v}'_1 + m_2 \cdot \vec{v}'_2 \text{ olur.}$$

$m_1$  kütlelerinin hareket yönü pozitif seçilirse

$$m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v'_1 + m_2 \cdot v'_2 \text{ olur.}$$

Esnek olmayan çarpışmada kinetik enerji korunmaz. Sistemin çarpışmadan önceki kinetik enerjisinin toplamı, çarpışmadan sonrakinden büyüktür.

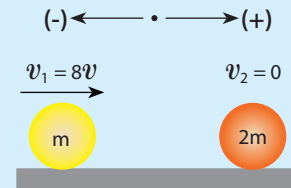
$$E_1 + E_2 > E'_1 + E'_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 > \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2'^2 \text{ olur.}$$

## 99. ÖRNEK

Sürtünmelerin ihmal edildiği düzlemde  $m$  kütleli cisim,  $8v$  büyüklüğünde hız ile durmakta olan  $2m$  kütleli cisme merkezî çarpılmaktadır.

- a)  $m$  kütleli cisim çarpışmadan sonra  $2v$  büyüklüğünde hız ile geri döndüğüne göre  $2m$  kütleli cismin hızının büyüklüğü kaç  $v$  olur?  
b) Cisimler ne tür çarpışma yapmıştır?



## ÇÖZÜM

- a) Sistemin çarpışmadan önceki toplam çizgisel momentumu, çarpışmadan sonrakine eşit olduğuna göre

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = - m_1 \cdot v'_1 + m_2 \cdot v'_2$$

$$m \cdot 8v + 2m \cdot 0 = - m \cdot 2v + 2m \cdot v'_2$$

$$10m \cdot v = 2m \cdot v'_2$$

$$v'_2 = 5v \text{ hızı ile pozitif yönde gider.}$$

- b) Çarpışan cisimlerde sistemin kinetik enerjisi korunursa cisimler esnek olan, korunmazsa esnek olmayan çarpışma yapmıştır.

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E_{\text{ilk}} = E_{K1} + E_{K2} \Rightarrow E_{\text{ilk}} = \frac{1}{2} m \cdot (8v)^2 + 0 = 32m \cdot v^2$$

$$E_{\text{son}} = E'_{K1} + E'_{K2}$$

$$E_{\text{son}} = \frac{1}{2} m \cdot (2v)^2 + \frac{1}{2} 2m \cdot (5v)^2 = 27m \cdot v^2$$

Kinetik enerjiler korunmadığına göre cisimler esnek olmayan çarpışma yapmıştır.

## 77. ALIŞTIRMA

Sürtünmelerin ihmal edildiği düzlemde  $m$  kütleli cisim  $4v$  büyüklüğündeki hızla,  $2m$  kütleli cisim  $2v$  büyüklüğündeki hızla birbirlerine doğru hareket ederek esnek olmayan çarpışma yapmaktadır.



Çarpışmadan sonra  $2m$  kütleli cisim  $v$  büyüklüğünde hızla geri döndüğüne göre  $m$  kütleli cismin hızının büyüklüğü kaç  $v$  olur?

## ÇÖZÜM



## Bir Boyutta Tamamen Esnek Olmayan Çarpışmalar



Şekil 1.62: Bir boyutta tamamen esnek olmayan çarpışma yapan cisimler

$m_1$  ve  $m_2$  kütleleri,  $v_1$  ve  $v_2$  büyüklüğünde hızlarla Şekil 1.62'deki gibi tamamen esnek olmayan çarpışma yaparak kenetlenirse kütleler birlikte  $v_{\text{ortak}}$  büyüklüğünde hızla hareket eder. Sistemin çarpışmadan önceki toplam çizgisel momentumu, çarpışmadan sonrakine eşit olur. Buna göre

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}'_{\text{ortak}}$$

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_{\text{ortak}} \text{ olur.}$$

$m_1$  kütlelerinin hareket yönü pozitif seçilirse

$$m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) v_{\text{ortak}} \text{ olur.}$$

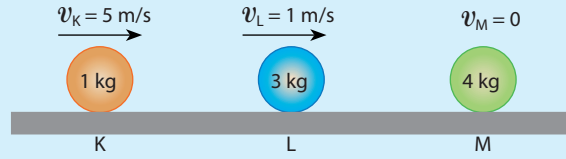
Tamamen esnek olmayan çarpışmada kinetik enerji korunmaz. Sistemin çarpışmadan önceki kinetik enerjisinin toplamı, çarpışmadan sonrakinden büyüktür.

$$E_1 + E_2 > E_{\text{ortak}}$$

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 > \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{\text{ortak}}^2 \text{ olur.}$$

## 100. ÖRNEK

Sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde K cisminin hızının büyüklüğü 5 m/s, L cisminin de 1 m/s'dir. M cismi ise durmaktadır. Bir süre sonra cisimler çarpışıp kenetlenmekte ve harekete birlikte devam etmektedir.



Buna göre ortak kütleli hızın büyüklüğü kaç m/s olur?

## ÇÖZÜM

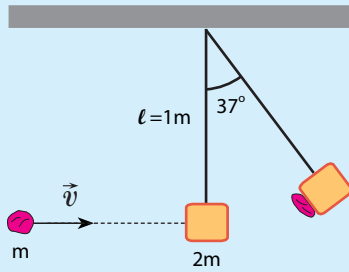
Şekildeki cisimler esnek olmayan çarpışma yaparak birlikte hareket etmektedir. Çizgisel momentum korunumuna göre

$$\vec{P}_K + \vec{P}_L + \vec{P}_M = \vec{P}_{\text{ortak}} \quad m_K \cdot v_K + m_L \cdot v_L + m_M \cdot v_M = (m_K + m_L + m_M) v_{\text{ortak}}$$

$$1 \cdot 5 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 = (1 + 3 + 4) \cdot v_{\text{ortak}} \implies 8 = 8v_{\text{ortak}}$$

$$v_{\text{ortak}} = 1 \text{ m/s olur.}$$

## 101. ÖRNEK



Sürtünmelerin ihmal edildiği ortamda m kütleli bir oyun hamuru, 1 m uzunluğunda esnemeyen ipe asılı durmakta olan 2m kütleli tahta takozu v hızıyla fırlatılarak yapılandırılmaktadır.

Takoz, düşey düzlemle en fazla 37° açı yapacak şekilde yükseldiğine göre oyun hamurunun hızının büyüklüğü kaç m/s olur? (sin 37° = 0,6; cos 37° = 0,8 ve g = 10 m/s<sup>2</sup> alınınız.)

## ÇÖZÜM

Cisimler, çarpıştıktan sonra birlikte hareket ettiği için esnek olmayan çarpışma yapmıştır.

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_{\text{ortak}} \implies m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}_{\text{ortak}} \implies m \cdot v + 2m \cdot 0 = 3m \cdot v_{\text{ortak}}$$

$$v_{\text{ortak}} = \frac{v}{3} \text{ olur.}$$

Takoz, sahip olduğu kinetik enerjiyi potansiyel enerjiye dönüştürene kadar yükselir. Enerji korunumundan

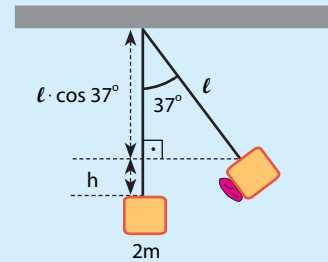
$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \implies \frac{1}{2} 3m \cdot \left(\frac{v}{3}\right)^2 = 3m \cdot g \cdot h \text{ eşitliği elde edilir.}$$

Takoz oyun hamuruyla birlikte h kadar yükselirse

$$h = l - l \cdot \cos 37^\circ \text{ olduğundan } h = 1 - 1 \cdot 0,8 = 0,2 \text{ m bulunur.}$$

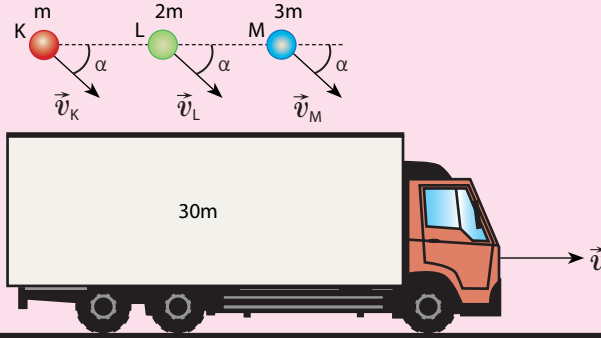
h değeri enerji eşitliğinde yerine yazıldığında

$$\frac{1}{2} 3m \cdot \left(\frac{v}{3}\right)^2 = 3m \cdot 10 \cdot 0,2 \implies \frac{v^2}{9} = 2 \cdot 10 \cdot 0,2 \implies v^2 = 9 \cdot 4 \implies v = \sqrt{36} = 6 \text{ m/s olur.}$$



## 78. ALIŞTIRMA

Bir fabrikanın yükleme bandında  $v$  büyüklüğünde hızla gitmekte olan 30m kütleli kamyonu sırasıyla kamyonun içine düşecek şekilde yatay düzlemle  $\alpha$  açısı yapan  $m$ ,  $2m$  ve  $3m$  kütleli yükler  $\vec{v}_K$ ,  $\vec{v}_L$  ve  $\vec{v}_M$  hızlarıyla atılmaktadır.



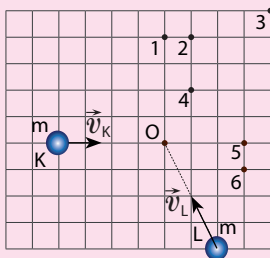
K cismi atıldığında kamyonun hızı değişmediğine, L cismi atıldığında hızı arttığına ve M cismi atıldığında ise hızı azaldığına göre

- Kütlelerin atıldığı hız büyüklüklerini karşılaştırınız.
- $\alpha = 60^\circ$  ve  $v_K = v_L = v_M = 2v$  olacak şekilde cisimler sırayla kamyonun içerisine atılırsa kamyonun son hızı kaç  $v$  büyüklüğünde olur? ( $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\cos 60^\circ = 0,5$  alınız.)

## ÇÖZÜM



## 79. ALIŞTIRMA



Şekildeki gibi eşit kare bölmelere ayrılmış sürtünmelerin ihmal edildiği ortamda K ve L noktalarından  $\vec{v}_K$  ve  $\vec{v}_L$  hızlarıyla fırlatılan  $m$  kütleli cisimler, t süre sonra O noktasında tamamen esnek olmayan çarpışma yapmaktadır.

Buna göre cisimler çarpıştıktan t süre sonra hangi noktada olur?

## ÇÖZÜM





## İki Boyutta Esnek Olmayan Çarpışma

$m_1$  ve  $m_2$  kütleleri,  $\vec{v}_1$  ve  $\vec{v}_2$  hızlarıyla Şekil 1.63'teki gibi iki boyutta esnek olmayan çarpışma yaparsa çarpışmadan sonra  $\vec{v}'_1$  ve  $\vec{v}'_2$  hızlarıyla doğrultularını değiştirerek hareket eder. Çarpışmadan sonra sistemin çizgisel momentumu korunur. Cisimlerin çizgisel momentumu iki boyutta incelenir. Cisimlerin çarpışmadan önceki çizgisel momentumlarının yatay bileşenleri, çarpışmadan sonrakilere eşittir. Buna göre

$$\vec{P}_{1x} + \vec{P}_{2x} = \vec{P}'_{1x} + \vec{P}'_{2x}$$

$$m_1 \cdot \vec{v}_{1x} + m_2 \cdot \vec{v}_{2x} = m_1 \cdot \vec{v}'_{1x} + m_2 \cdot \vec{v}'_{2x} \text{ olur.}$$

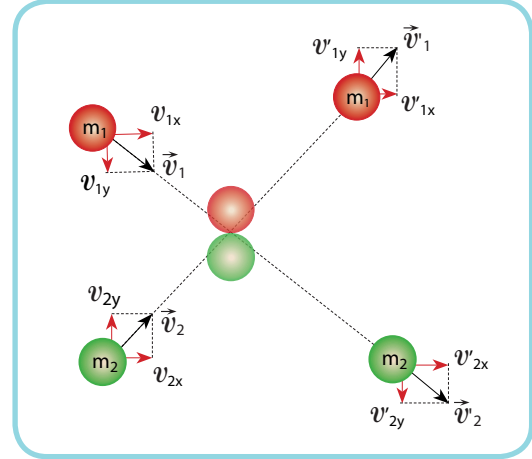
Cisimlerin çarpışmadan önceki çizgisel momentumlarının dikey bileşenleri, çarpışmadan sonrakilere eşittir. Buna göre

$$\vec{P}_{1y} + \vec{P}_{2y} = \vec{P}'_{1y} + \vec{P}'_{2y}$$

$$m_1 \cdot \vec{v}_{1y} + m_2 \cdot \vec{v}_{2y} = m_1 \cdot \vec{v}'_{1y} + m_2 \cdot \vec{v}'_{2y} \text{ olur.}$$

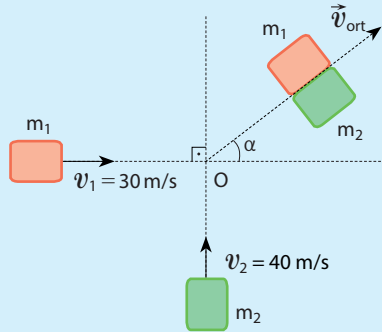
Sistemin çarpışmadan önceki kinetik enerjisinin toplamı, çarpışmadan sonrakinden büyüktür.

$$E_{K1} + E_{K2} > E'_{K1} + E'_{K2} \text{ olur.}$$



Şekil 1.63: İki boyutta esnek olmayan çarpışma yapan cisimler

## 102. ÖRNEK



Sürtünmelerin ihmal edildiği düzlem üzerinde kütleleri eşit ve 2 kg olan iki cisim 30 m/s ve 40 m/s büyüklüğünde hızlarla şekildedeki gibi ilerlemektedir.

**Bu cisimler O noktasında çarpışıp kenetlendiğine göre çarpışmadan sonra cisimlerin ortak hızlarının büyüklüğü kaç m/s olur?**

## ÇÖZÜM

Cisimler iki boyutta tamamen esnek olmayan çarpışma yaptığı için çizgisel momentumun korunumu yatay ve dikey düzlemde incelenir. Yatay düzlemde çizgisel momentum korunumundan

$$\vec{P}_{1x} + \vec{P}_{2x} = \vec{P}'_{1x} + \vec{P}'_{2x}$$

$$m_1 \cdot v_1 + 0 = (m_1 + m_2) \cdot (v_{\text{ortak}})_x \Rightarrow 2 \cdot 30 = 4(v_{\text{ortak}})_x \Rightarrow (v_{\text{ortak}})_x = 15 \text{ m/s olur.}$$

Dikey düzlemde çizgisel momentum korunumundan

$$0 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot (v_{\text{ortak}})_y \Rightarrow 2 \cdot 40 = 4(v_{\text{ortak}})_y \Rightarrow (v_{\text{ortak}})_y = 20 \text{ m/s olur.}$$

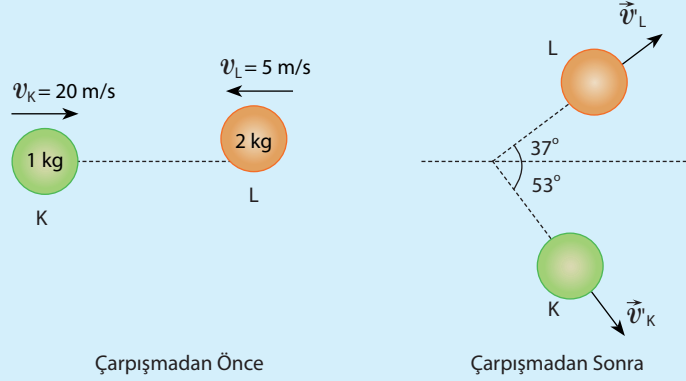
Buna göre

$$(v_{\text{ortak}})^2 = (v_{\text{ortak}})_x^2 + (v_{\text{ortak}})_y^2$$

$$v_{\text{ortak}} = \sqrt{(v_{\text{ortak}})_x^2 + (v_{\text{ortak}})_y^2} \Rightarrow v_{\text{ortak}} = \sqrt{15^2 + 20^2} \Rightarrow v_{\text{ortak}} = 25 \text{ m/s olur.}$$

## 103. ÖRNEK

Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlemde 20 m/s büyüklüğünde hızla hareket etmekte olan 1 kg kütleli K cismi ile 5 m/s büyüklüğünde hızla hareket etmekte olan 2 kg kütleli L cismi çarpışmaktadır.



Çarpışmadan sonra K cismi yatay düzlemle  $53^\circ$ , L cismi de  $37^\circ$  açı yaparak şekildeki gibi saçıldığına göre

- a) K ve L'nin son hızlarının büyüklüğünü bulunuz.  
b) Sistemde kinetik enerji kaybı kaç J olur? ( $\sin 37^\circ = 0,6$ ;  $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alın.)

## ÇÖZÜM

- a) Çizgisel momentum korunum denkleminde göre

$$\vec{P}_K + \vec{P}_L = \vec{P}'_K + \vec{P}'_L \text{ olur.}$$

Çarpışmadan sonra cisimler aynı doğrultuda hareket etmedikleri için yatay ve dikey çizgisel momentum korunumları ayrı ayrı hesaplanır. K cisminin hareket yönü pozitif kabul edilerek

$$\text{Yatayda } \vec{P}_{Kx} + \vec{P}_{Lx} = \vec{P}'_{Kx} + \vec{P}'_{Lx} \Rightarrow m_K \cdot v_K - m_L \cdot v_L = m_K \cdot v'_K \cdot \cos 53^\circ + m_L \cdot v'_L \cdot \cos 37^\circ$$

$$1 \cdot 20 - 2 \cdot 5 = 1 \cdot v'_K \cdot 0,6 + 2 \cdot v'_L \cdot 0,8 \Rightarrow 10 = 0,6v'_K + 1,6v'_L$$

$$\text{Düşeyde } \vec{P}_{Ky} + \vec{P}_{Ly} = \vec{P}'_{Ky} + \vec{P}'_{Ly} \Rightarrow 0 = m_K \cdot v'_K \cdot \sin 53^\circ - m_L \cdot v'_L \cdot \sin 37^\circ$$

$$0 = 1 \cdot 0,8 \cdot v'_K - 2 \cdot 0,6 \cdot v'_L \Rightarrow 1,2 \cdot v'_L = 0,8 \cdot v'_K \Rightarrow v'_K = \frac{3}{2} v'_L$$

Yataydaki çizgisel momentum korunum denkleminde  $v'_K = \frac{3}{2} v'_L$  ifadesi yerine yazılırsa

$$10 = \frac{3}{2} v'_L \cdot 0,6 + 1,6 \cdot v'_L \Rightarrow 10 = 2,5 \cdot v'_L \Rightarrow v'_L = 4 \text{ m/s}$$

$$v'_K = \frac{3}{2} v'_L \Rightarrow v'_K = \frac{3}{2} \cdot 4 \Rightarrow v'_K = 6 \text{ m/s olur.}$$

- b) Çarpışma öncesi  $E_K = \frac{1}{2} \cdot m_K \cdot v_K^2 + \frac{1}{2} \cdot m_L \cdot v_L^2$

$$E_K = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 20^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 \Rightarrow E_K = 200 + 25 = 225 \text{ J olur.}$$

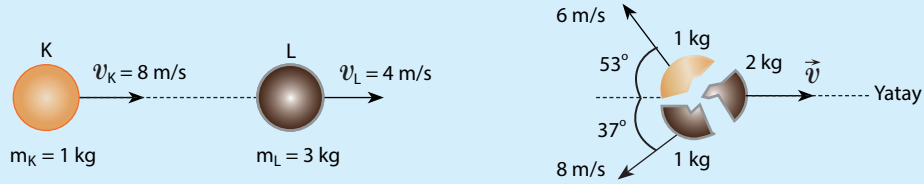
$$\text{Çarpışma sonrası } E'_K = \frac{1}{2} \cdot m_K \cdot v'^2_K + \frac{1}{2} \cdot m_L \cdot v'^2_L$$

$$E'_K = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 6^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 \Rightarrow E'_K = 18 + 16 = 34 \text{ J olur.}$$

Çarpışmadan önceki kinetik enerji ile çarpışmadan sonraki kinetik enerji birbirine eşit olmadığına göre kinetik enerji korunmamıştır. Sistem  $E_K - E'_K = 225 - 34 = 191 \text{ J}$  enerji kaybetmiştir.

## 104. ÖRNEK

Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlemde şekildeki yönde ilerleyen ve kütlesi 1 kg olan K cisimi ile kütlesi 3 kg olan L cisminin hızlarının büyüklükleri sırasıyla 8 m/s ve 4 m/s olup cisimler çarpışıp



kenetlenmektedir.

Bir süre sonra iç patlama ile üç parçaya ayrılan cismin 1 kg kütleli iki parçası şekildeki hız ve yönlerde gittiğine göre 2 kg kütleli üçüncü parçasının hızının büyüklüğü kaç m/s olur?

(sin 37° = 0,6 ve cos 37° = 0,8 alınız.)

## ÇÖZÜM

Kenetlenme ve patlama sonucunda çizgisel momentum korunur. Çizgisel momentumların yatay bileşenleri için korunum yasası yazılırsa 2 kg kütleli parçanın hızının büyüklüğü

$$\vec{P}_x = \vec{P}'_x$$

$$1 \cdot 8 + 3 \cdot 4 = - (1 \cdot 6 \cdot \cos 53^\circ) - (1 \cdot 8 \cdot \cos 37^\circ) + 2v$$

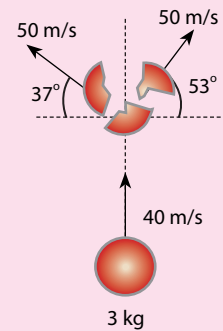
$$1 \cdot 8 + 3 \cdot 4 = - (1 \cdot 6 \cdot 0,6) - (1 \cdot 8 \cdot 0,8) + 2v$$

$$20 = -3,6 - 6,4 + 2v \implies v = 15 \text{ m/s olarak bulunur.}$$

## 80. ALIŞTIRMA

Yerden düşey olarak yukarıya doğru 40 m/s büyüklüğünde hızla atılan 3 kg kütleli cisim, 2 saniye sonra iç patlama sonucu eşit kütleli üç parçaya ayrılmıştır.

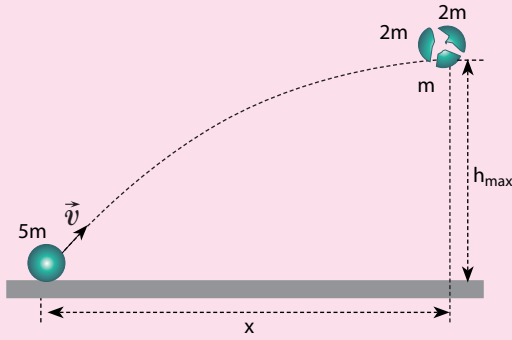
İki parça 50 m/s büyüklüğünde hızlarla şekilde gösterilen açılarla fırladığına göre üçüncü parçanın hızının büyüklüğünü ve düşeyle yapacağı açıyı bulunuz. (sin 37° = 0,6; cos 37° = 0,8 ve g = 10 m/s<sup>2</sup> alınız.)



## ÇÖZÜM



## 81. ALIŞTIRMA



Hava direncinin ihmal edildiği ortamda yerden eğik olarak  $\vec{v}$  hızıyla atılan  $5m$  kütleli cisim, yatayda  $x$  yolunu alarak çıkabileceği maksimum yükseklikte iç patlamayla üç parçaya ayrılmaktadır.

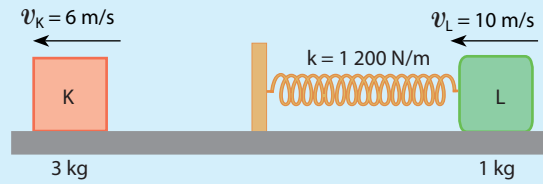
$m$  kütleli parça serbest düşme hareketi yaptığına ve  $2m$  kütleli parçalardan biri cismin atıldığı noktaya düştüğüne göre  $2m$  kütleli diğer parça cismin atıldığı noktadan kaç  $x$  uzağa düşer?

## ÇÖZÜM



## 105. ÖRNEK

Şekildeki sürtünmelerin ihmal edildiği düzlemde  $3 \text{ kg}$  kütleli  $K$  cismi  $6 \text{ m/s}$  ve  $1 \text{ kg}$  kütleli  $L$  cismi  $10 \text{ m/s}$  büyüklüğünde hızla ilerlemektedir. Bir süre sonra  $L$  kütleli cisme bağlı ağırlığı ihmal edilen yay,  $K$  cisminin üzerine çarpmaktadır.



Yayın yay sabiti  $k = 1200 \text{ N/m}$  olduğuna göre

- Yaydaki sıkışmanın en fazla olduğu anda  $K$  ve  $L$  cisimlerinin hızlarının büyüklükleri kaç  $\text{m/s}$  olur?
- Yay en çok kaç  $\text{m}$  sıkışır?

## ÇÖZÜM

- Cisimlerin hızları eşitlendiğinde yay maksimum sıkışır. Çizgisel momentum korunumundan

$$\vec{P}_K + \vec{P}_L = \vec{P}_{\text{ortak}} \Rightarrow m_K \cdot \vec{v}_K + m_L \cdot \vec{v}_L = (m_K + m_L) \cdot \vec{v}_{\text{ortak}} \Rightarrow -3 \cdot 6 - 1 \cdot 10 = 4v_{\text{ortak}}$$

$$v_{\text{ortak}} = -7 \text{ m/s olur.}$$

- Enerji korunumundan

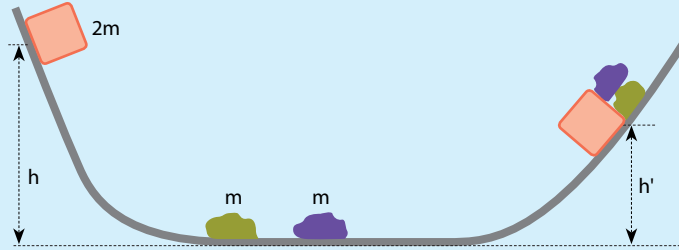
$$\frac{1}{2} m_K \cdot v_K^2 + \frac{1}{2} m_L \cdot v_L^2 = \frac{1}{2} (m_K + m_L) v_{\text{ortak}}^2 + \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6^2 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^2 = \frac{1}{2} (3 + 1) 7^2 + \frac{1}{2} \cdot 1200 \cdot x^2$$

$$54 + 50 - 98 = \frac{1}{2} \cdot 1200 \cdot x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{100} \Rightarrow x = 0,1 \text{ m olur.}$$

## 106. ÖRNEK

Şekildeki gibi sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde  $h$  yüksekliğinden serbest bırakılan  $2m$  kütleli cisim önüne çıkan  $m$  kütleli oyun hamurlarına yapışarak  $h'$  yüksekliğine çıkmaktadır.



Buna göre

- $h'$  kaç  $h$  olur?
- Mekanik enerji % kaç azalmıştır?

## ÇÖZÜM

- Cisim,  $h$  yüksekliğindeyken potansiyel enerjiye sahiptir. Serbest bırakıldığında sahip olduğu potansiyel enerji, kinetik enerjiye dönüşür. Buna göre

$$2m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} 2m \cdot v^2 \quad h = \frac{v^2}{2g} \text{ olur.}$$

Toplam çizgisel momentum korunacağından

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 = \vec{P}_{\text{ortak}} \Rightarrow 2m \cdot v + m \cdot 0 + m \cdot 0 = 4m \cdot v' \Rightarrow v' = \frac{v}{2} \text{ olur.}$$

Birbirine yapışan cisimler  $v'$  büyüklüğünde hız ile  $h'$  yüksekliğine kadar çıkabildiklerine göre

$$\frac{1}{2} 4m \cdot v'^2 = 4m \cdot g \cdot h' \Rightarrow h' = \left(\frac{v}{2}\right)^2 \frac{1}{2g} = \frac{v^2}{8g} \Rightarrow h' = \frac{h}{4} \text{ bulunur.}$$

- $E_{\text{ilk}} = 2m \cdot g \cdot h$

$$E_{\text{son}} = 4m \cdot g \cdot \frac{h}{4} = m \cdot g \cdot h$$

$$E_{\text{kayıp}} = 2m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot h \text{ olduğundan sistemin mekanik enerjisi \%50 azalmıştır.}$$

## 107. ÖRNEK



Kaykayla birlikte kütlesi  $9m$  olan bir çocuk, kaykay üzerinde durgun hâldeyken elindeki  $m$  kütleli topu  $v$  büyüklüğünde hızla yatay doğrultuda ve ileriye doğru fırlattığında kaykayın son hızının büyüklüğü kaç  $v$  olur?

## ÇÖZÜM

Çocuk topu attığı anda toplam çizgisel momentum korunacağından

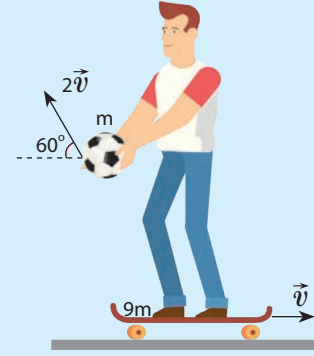
$$\vec{P}_{\text{ilk}} = \vec{P}_{\text{son}} \Rightarrow 0 = m \cdot v + 9m \cdot v_{\text{son}} \Rightarrow v_{\text{son}} = -\frac{v}{9} \text{ olur ve kaykay çocukla birlikte geriye doğru hareketlenir.}$$

## 108. ÖRNEK

$\mathcal{V}$  büyüklüğünde hızla giden kaykay üstündeki çocuk elindeki  $m$  kütleli topu şekildeki gibi yatayla  $60^\circ$  açı yapacak biçimde ve kaykaya göre  $2\mathcal{V}$  büyüklüğünde hızla fırlatmaktadır.

**Çocukla birlikte kaykayın kütlesi  $9m$  olduğuna göre**

- Kaykayın yere göre son hızının büyüklüğü kaç  $\mathcal{V}$  olur?
- Yerden bakan gözlemciye göre top yatayla  $60^\circ$  açı yapacak biçimde  $2\mathcal{V}$  büyüklüğünde hızla atılırsa kaykayın son hızının büyüklüğü kaç  $\mathcal{V}$  olur? ( $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  ve  $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$  alınız.)



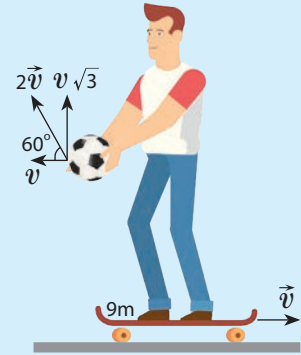
## ÇÖZÜM

- Çizgisel momentum korunumu işlemlerinde hızların yere göre değerlerinin alınması gerekir. Çocuk topu kaykaya göre attığı için topun yere göre hızının yatay bileşeni bulunmalıdır.  $\mathcal{V}'$  kaykayın son hızı ise topun yere göre hızı kaykayın hareket yönü pozitif seçilerek

$$(\mathcal{V}_{\text{yere göre}})_x = -2\mathcal{V} \cdot \cos 60^\circ + \mathcal{V}'$$

$$(\mathcal{V}_{\text{yere göre}})_x = -2\mathcal{V} \cdot \frac{1}{2} + \mathcal{V}'$$

$$(\mathcal{V}_{\text{yere göre}})_x = -\mathcal{V} + \mathcal{V}' \text{ bulunur.}$$



Çocuk topu attığı anda sistemin çizgisel momentumunun yatay ve düşey bileşenleri de korunacağından

$$\vec{P}_{\text{ilk}} = \vec{P}'_{\text{son}}$$

$$(9m + m) \cdot \mathcal{V} = m \cdot (\mathcal{V}_{\text{yere göre}})_x + 9m \cdot \mathcal{V}'$$

$$10m \cdot \mathcal{V} = m \cdot (-\mathcal{V} + \mathcal{V}') + 9m \cdot \mathcal{V}'$$

$$11\mathcal{V} = 10\mathcal{V}'$$

kaykayın yere göre son hızının büyüklüğü  $\mathcal{V}' = \frac{11}{10} \mathcal{V}$  olur.

- Çocuk topu attığı anda sistemin çizgisel momentumunun yatay ve düşey bileşenleri de korunacağından

$$\vec{P}_{\text{ilk}} = \vec{P}'_{\text{son}}$$

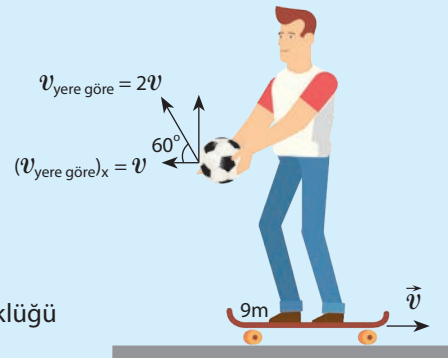
$$(9m + m) \cdot \mathcal{V} = m \cdot (\mathcal{V}_{\text{yere göre}})_x + 9m \cdot \mathcal{V}'$$

$$10m \cdot \mathcal{V} = m \cdot (-\mathcal{V}) + 9m \cdot \mathcal{V}'$$

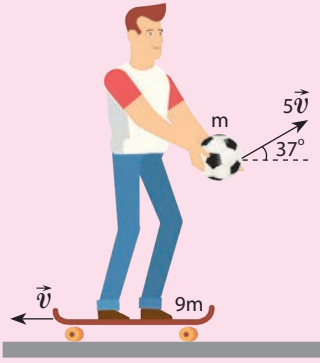
$$11\mathcal{V} = 9\mathcal{V}' \text{ bulunur.}$$

Yerden bakan gözlemciye göre kaykayın son hızının büyüklüğü

$$\mathcal{V}' = \frac{11}{9} \mathcal{V} \text{ olur.}$$



## 82. ALIŞTIRMA



Kaykayla birlikte kütlesi  $9m$  olan bir çocuk,  $v$  büyüklüğünde hızla giderken elindeki  $m$  kütleli topu şekildeki gibi yatayla  $37^\circ$  açı yapacak biçimde ve kaykaya göre  $5v$  büyüklüğünde hızla fırlatmaktadır.

**Bu durumda**

- Kaykayın yere göre son hızının büyüklüğü kaç  $v$  olur?
- Yerden bakan gözlemciye göre top yatayla  $37^\circ$  açı yapacak biçimde  $5v$  büyüklüğünde hızla atılırsa kaykayın son hızının büyüklüğü kaç  $v$  olur?

( $\sin 37^\circ = 0,6$  ve  $\cos 37^\circ = 0,8$  alınız.)

## ÇÖZÜM



Görsel 1.17: Uzay aracı

Bir aracın harekete geçebilmesi için maddesel ortama ihtiyacı vardır. Araç motorları, aracın çevresindeki ortamı geriye doğru iten etki kuvvetleri oluşturur. Ortam da araca tepki kuvveti göstererek onun ileriye doğru hareket etmesini sağlar. Uzay araçları, boşlukta hareket edebilmek için kendi maddesel ortamını oluşturmak zorundadır. Uzay araçları bu ortamı katı ve sıvı yakıtları yakarak dışarı attıkları gazla oluşturur. Roket yakıtının yanmasıyla oluşan gazların dışarı püskürmesi ile uzay aracına bir itme uygulanır, bu da onun hareket etmesini sağlar (Görsel 1.17). Uzay araçlarının hızındaki değişim Momentum Korunumu Yasası ile bulunur.



Görsel 1.18: Su roketi

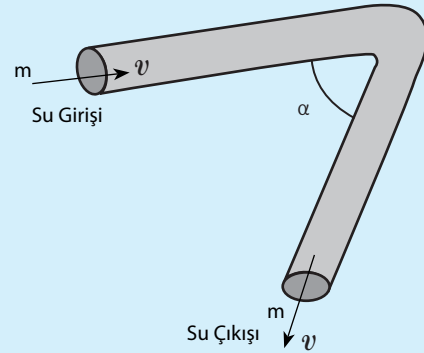
Görsel 1.18'de su roketi ile havalanmış bir kişi görülmektedir. Pompa vasıtasıyla borulara gönderilen basınçlı su, yan borulardan hızla çıkarak bir itme oluşturur. Tepki kuvveti sayesinde de su roketinin yükselmesi gerçekleşir.

### 109. ÖRNEK

Şekildeki gibi sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlem üzerinde durmakta olan  $\alpha$  açısı kadar bükülmüş borudan  $m$  kütleli suyun  $v$  büyüklüğünde hız ile geçmesi sağlanmaktadır.

Buna göre

- Borunun düzlem üzerindeki hareketi nasıl olur?
- $\alpha$  açısının küçültülmesi, borunun hareketinde bir değişiklik meydana getirir mi?



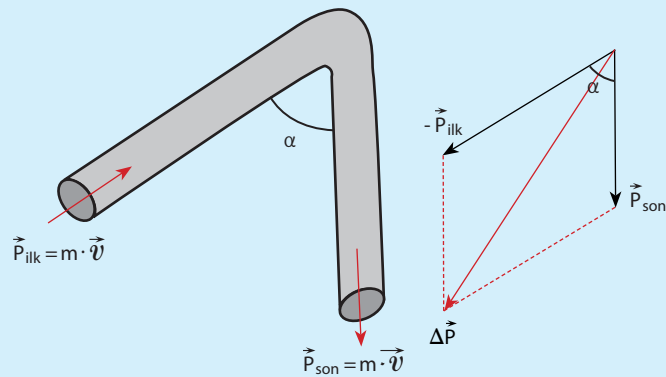
### ÇÖZÜM

- Borudan geçen suyun çizgisel momentumundaki değişim, boruya uygulanan itmeye eşittir. Buna göre

$$\vec{I} = \Delta \vec{P}$$

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \vec{P}_{\text{son}} - \vec{P}_{\text{ilk}} \text{ olur.}$$

Su, boruya  $\Delta P$ 'ye eşit büyüklükte bir itme uygular. Çizgisel momentumun korunumu nedeniyle  $\Delta \vec{P}$  ye ters yönde harekete geçer.

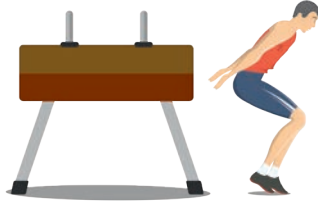


- Açı küçüldükçe  $\Delta \vec{P}$  artacağından yani kuvvet büyüyeceğinden boru daha hızlı hareket eder.



## 7. BÖLÜM SONU SORULARI

1. Atlama beygirinden atlayan sporcu yere inerken dizlerini bükerek.

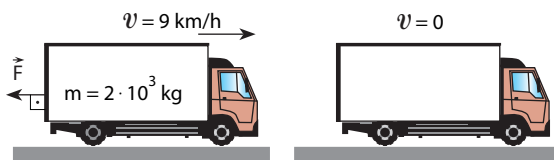


Sporcunun bu atlama şeklini tercih etmesinin nedenini itme kavramıyla ilişkilendirerek açıklayınız.

## ÇÖZÜM



2. Şekildeki gibi sürtünmelerin ihmal edildiği düz yolda  $9 \text{ km/h}$  büyüklüğünde hızla giderken bozulan  $2 \cdot 10^3 \text{ kg}$  kütleli bir aracı, çekici  $F$  büyüklüğünde kuvvet ile  $10 \text{ s}$ 'de durdurmuştur.

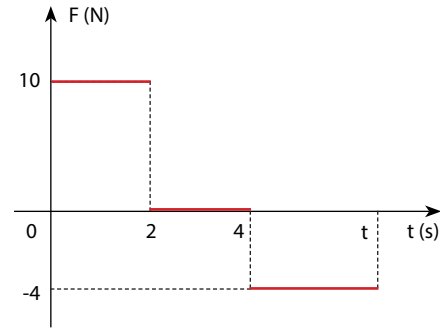


Buna göre çekicinin araca uyguladığı sabit kuvvetin büyüklüğü kaç N olur?

## ÇÖZÜM



3. Kütleli  $2 \text{ kg}$  olan cismin net kuvvet-zaman grafiği verilmiştir. Cisim  $t = 0$  anında  $10 \text{ m/s}$  büyüklüğünde hızla harekete başlayıp bir süre sonra durmaktadır.



Buna göre cisim kaç saniye sonra durur?

## ÇÖZÜM



4. Kütleli kaykayla birlikte  $9 \text{ m}$  olan bir çocuk, sürtünmelerin ihmal edildiği düzlemde kaykay üzerinde  $v$  büyüklüğünde hız ile giderken elindeki  $m$  kütleli futbol topunu yatay olarak fırlatmaktadır.



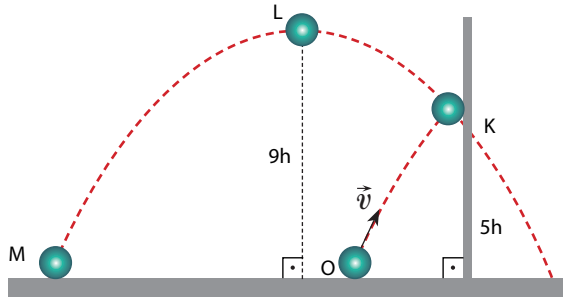
Buna göre çocuk

- a) Topu kaykayın hareket yönünde ve yere göre  $v$  büyüklüğünde hızla fırlatırsa kaykayın son hızının büyüklüğü kaç  $v$  olur?  
b) Topu kaykayın hareket yönünde ve kaykaya göre  $v$  büyüklüğünde hızla fırlatırsa kaykayın son hızının büyüklüğü kaç  $v$  olur?

## ÇÖZÜM



5. O noktasından şekildeki gibi atılan bir cisim, yere dik olan bir duvarın K noktasına esnek olarak çarpmakta ve bu noktadan sıçrayıp L noktasından geçerek yerdeki M noktasına düşmektedir. Sürtünmelerin önemsenmediği ortamda cisme OK aralığında yapılan itmenin büyüklüğü  $I_{OK}$ , KM aralığındaki de  $I_{KM}$ 'dir.

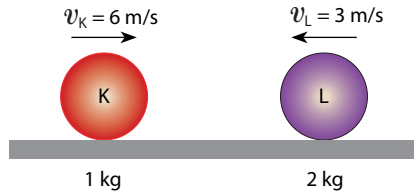


Buna göre  $\frac{I_{OK}}{I_{KM}}$  oranı kaçtır?

### ÇÖZÜM



6. Sürtünmelerin ihmal edildiği yatay düzlem üzerindeki 1 kg kütleli K ve 2 kg kütleli L cisimleri şekildeki gibi sırasıyla 6 m/s ve 3 m/s büyüklüğünde hızlarla tam esnek çarpışma yapmaktadır.

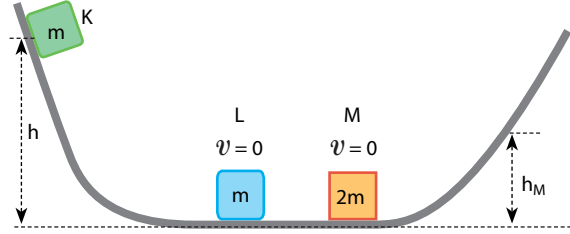


Buna göre cisimlerin çarpışmadan sonraki hızları kaç m/s olur?

### ÇÖZÜM



7. m kütleli K, L ve 2m kütleli M cisimleri şekildeki gibi sürtünmelerin ihmal edildiği düzlem üzerinde durmaktadır. K cisimi serbest bırakıldıktan sonra cisimler arasındaki tüm çarpışmalar esnek olmaktadır.

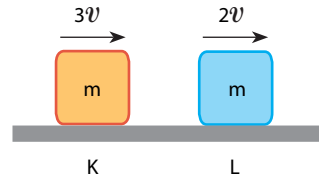


Buna göre M cisminin çıkacağı yükseklik  $h_M$  kaç h olur?

### ÇÖZÜM



8. Şekildeki sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde m kütleli K cisimi  $3v$  ve m kütleli L cisimi ise  $2v$  büyüklüğündeki hızla hareket ederken esnek olmayan çarpışma yapmış ve birlikte hareket etmeye başlamıştır.



Buna göre K ve L cisminin çarpışmadan sonraki hızının yönü nedir ve büyüklüğü kaç  $v$  olur?

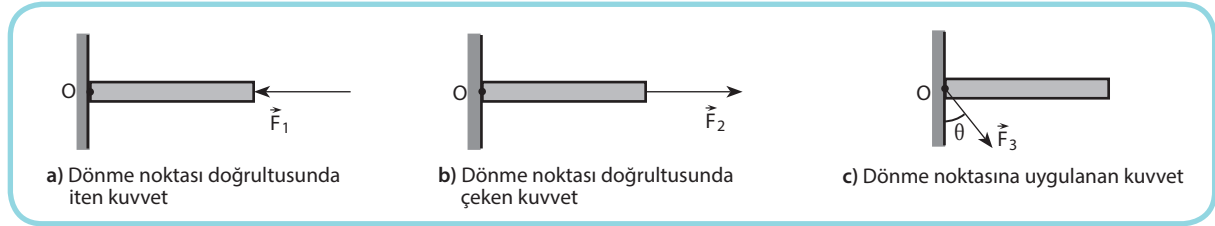
### ÇÖZÜM



## 1.8. TORK

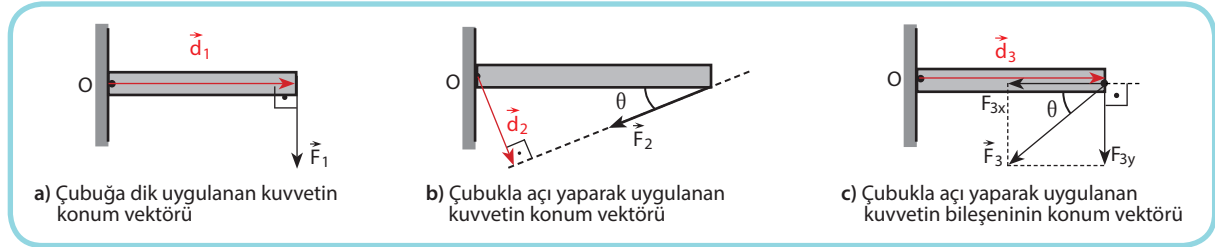
### A) TORK KAVRAMI

Musluğu açmak, pencere ve kapıları açmak, anahtarla kilidi açmak, kitapların sayfalarını çevirmek gibi pek çok hareket aslında cisimleri döndürme hareketidir. Bu döndürme hareketleri yapılırken cisimlere kuvvet uygulanır. Kuvvetin; cisimlerin şeklini, doğrultusunu, hareket yönünü değiştirme ve öteleme etkisi olduğu gibi döndürme etkisi de vardır. Cismi döndürebilmek için cismin bir nokta ya da bir eksen etrafında serbestçe hareket etmesini sağlamak gerekir. Örneğin bir kapının menteşelerinin bulunduğu sabit eksen, dönme eksenidir. Kapı, bu eksen etrafında döner. Bir kuvvetin cismi bir eksen ya da nokta etrafında döndürme etkisine **tork** denir. Tork, vektörel bir büyüklük olup  $\vec{\tau}$  sembolü ile gösterilir. SI'da birimi **N·m**'dir.



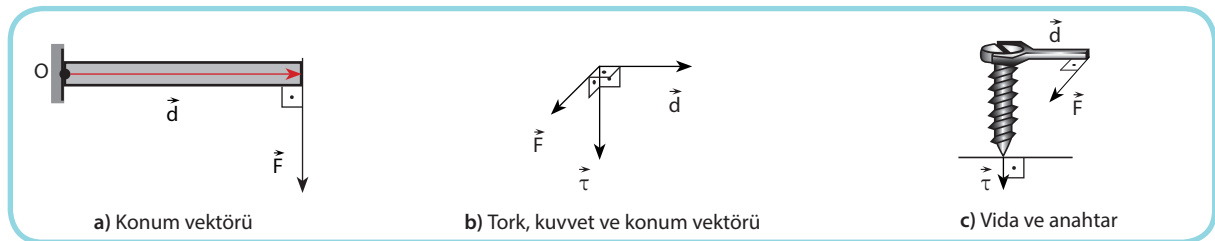
Şekil 1.64 : Doğrultusu dönme ekseninden geçen kuvvetler

Bir kapıyı menteşeleri doğrultusunda uygulanacak kuvvetle açmak mümkün değildir. Kuvvet uygulanmasına rağmen kuvvetin kapı üzerinde döndürücü etkisi oluşmaz (Şekil 1.64).



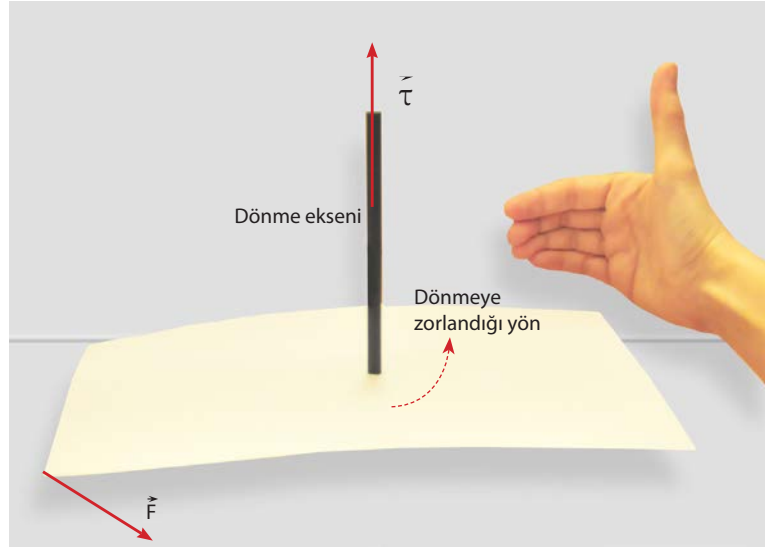
Şekil 1.65: Konum vektörünün gösterimi

Başlangıç noktası dönme eksenini olan ve uygulanan kuvvetin doğrultusuna dik olarak yönelen vektöre **konum vektörü** denir ve  $\vec{d}$  sembolü ile gösterilir. Kuvvetin, bir cismi dönmeye zorlaması için kuvvetin konum vektörüne dik olması (Şekil 1.65.a,b) ya da konum vektörüne dik olan bir bileşene sahip olması gerekir. Dik olmayan  $\vec{F}_3$  kuvveti bileşenlerine ayrıldığında yatay  $F_{3x}$  bileşeninin doğrultusu dönme ekseninden geçtiği için döndürücü etkisi olmaz. Fakat dik olan  $F_{3y}$  bileşeninin dönmeye zorlayıcı etkisi vardır (Şekil 1.65.c).



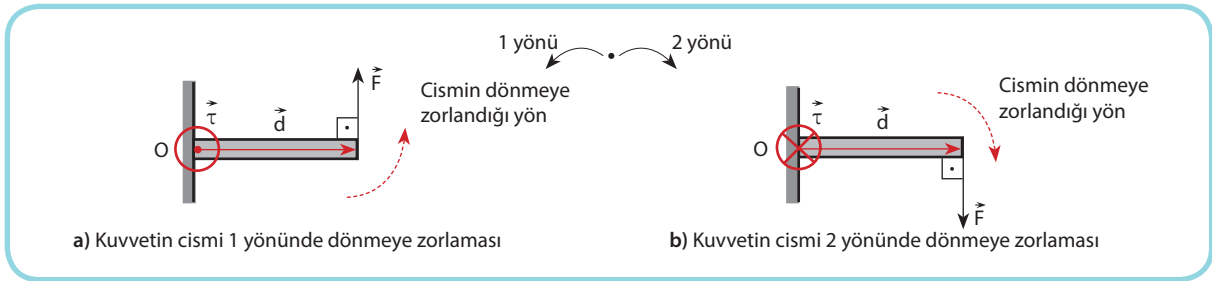
Şekil 1.66: Tork, kuvvet ve konum vektörlerinin yönlerinin gösterimi

Cisimlerin dönmesi için konum vektörü ile kuvvet vektörü arasında açı olmalıdır (Şekil 1.66.a). Vektörel bir büyüklük olan tork ( $\vec{\tau}$ ) ise cismin dönme eksenini üzerindedir ve konum ile kuvvet vektörlerinin oluşturduğu düzleme diktir. Anahtar ile kuvvet uygulanarak sıkılan bir sağ vidanın ilerleme yönü, torkun yönü olarak kabul edilebilir (Şekil 1.66.b,c).



Görsel 1.19: Dönen cisimlerde sağ el kuralı ile torkun yönünün bulunuşu

Orta noktasından geçen eksen etrafında dönebilen cisme kuvvet uygulandığında cisim bu kuvvetin etkisi ile dönmeye zorlanır. Kuvvet etkisiyle dönmeye zorlanan cismin torkunun yönü, **sağ el kuralına** göre bulunur. Bu kurala göre sağ elin avuç içi dönme eksenine bakacak ve dört parmak kuvvetin dönmeye zorlandığı yönü gösterecek şekilde tutularak başparmak dört parmağa dik olarak açılır. Açılan başparmak torkun yönünü gösterir (Görsel 1.19).



Şekil 1.67: Dönen cisimlerde torkun yönü

O noktasından geçen eksen etrafında dönebilen  $d$  uzunluğundaki ve çubuk şeklindeki cisme  $F$  büyüklüğünde kuvvet Şekil 1.67.a'daki gibi uygulandığında çubuk 1 yönünde dönmeye zorlanır. Sağ el kuralı uygulandığında tork, sayfa düzlemine dik ve dışa doğru ( $\odot$ ) olur. Kuvvet çubuğa Şekil 1.67.b'deki gibi uygulandığında çubuk 2 yönünde dönmeye zorlanır. Sağ el kuralı uygulandığında tork, sayfa düzlemine dik ve içe doğru olur ( $\otimes$ ).



a) Bijon anahtarı



b) Vida ve anahtar

Görsel 1.20: Kuvvetin döndürme etkisinden faydalanarak çalışan araçlar

Tork, günlük hayattaki pek çok probleme çözüm üretmek için kullanılmaktadır. Örneğin araba tekerlekleri değiştirilirken (Görsel 1.20.a) ve vidalama yapılırken (Görsel 1.20.b) kuvvetin döndürme etkisinden faydalanılır.



Günlük hayatta tork etkisi kullanılarak çalışan araçlara örnekler veriniz. Tork etkisinin bu araçlarda nasıl kullanıldığını açıklayınız.

## B) TORKUN BAĞLI OLDUĞU DEĞİŞKENLER



Kapı kolu, neden kapının menteşeye olabildiğince uzak kenarına monte edilir?



### Etkinlik 1.2: Torkun Bağlı Olduğu Değişkenler



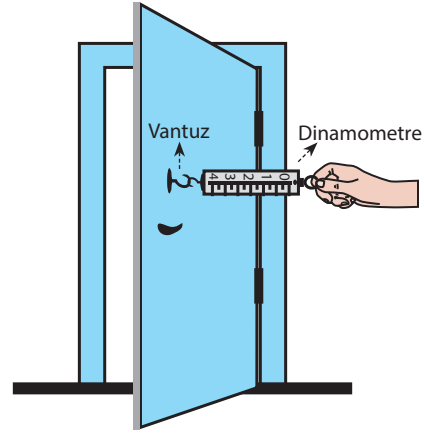
**Etkinliğin Amacı**  
Torkun bağlı olduğu değişkenleri incelemek

**Araç Gereç**  
Kapı  
Vantuz  
Dinamometre



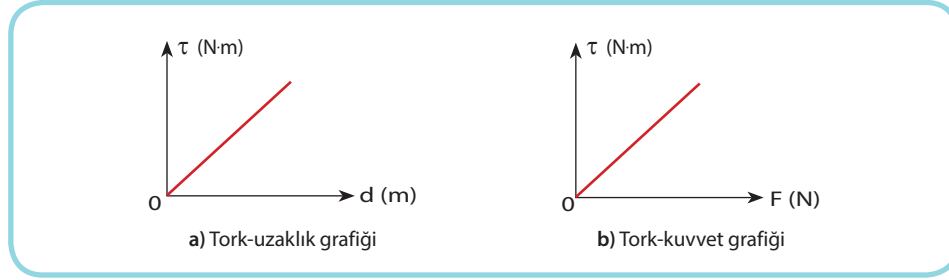
#### Etkinliğin Yapılışı

1. Sınıfınızın kapısını açınız.
2. Vantuzu kapının ortasına yapıştırınız.
3. Vantuzu yapıştırdığınız yerin kapının menteşelerine olan dik uzaklığını ölçünüz.
4. Dinamometrenin ucundaki çengeli vantuza takınız.
5. Dinamometreyi çekerek kapıyı hareket ettirmeye çalışınız.
6. Kapıyı ilk harekete geçirdiğiniz anda dinamometrede okuduğunuz değeri kaydediniz.
7. Vantuzu bulunduğu yerden çıkarıp ilk konumu ile aynı hızda olacak şekilde kapının menteşelerine en uzak noktaya yapıştırınız.
8. Vantuzu yapıştırdığınız yerin kapının menteşelerine olan dik uzaklığını ölçünüz.
9. Dinamometrenin ucundaki çengeli vantuza takınız.
10. Dinamometreyi çekerek kapıyı hareket ettirmeye çalışınız.
11. Kapıyı ilk harekete geçirdiğiniz anda dinamometrede okuduğunuz değeri kaydediniz.



#### Değerlendirme

1. Etkinliğin 6 ve 11. adımlarında bulduğunuz değerleri karşılaştırınız.
2. Vantuzun kapının menteşelerine olan dik uzaklıkları ile kapıya uyguladığınız kuvvetler arasındaki ilişkiyi açıklayınız.



Grafik 1.24: Torkun uzaklık ve kuvvete bağlı değişim grafikleri

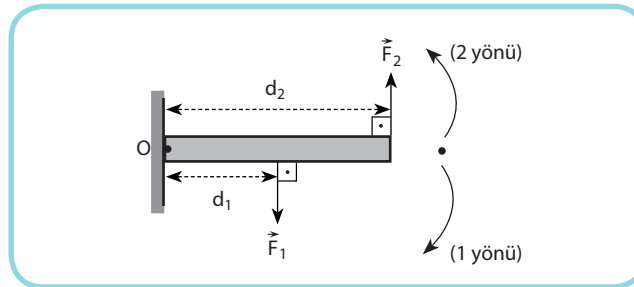
Torkun büyüklüğü, uygulanan dik kuvvetin şiddetine ve dönme noktasına olan dik uzaklığına bağlıdır. Kapı koluna uygulanan kuvvetin büyüklüğü arttıkça bu kuvvetin oluşturacağı torkun büyüklüğü de artar. Kapı kollarının kapının menteşelerine olabildiğince uzak kenarına monte edilmesinin sebebi, kapıyı açmak için uygulanması gereken kuvveti azaltmaktır. Kapıya uygulanan kuvvetin uygulanma noktasının, kapının dönme eksenine dik uzaklığı arttıkça uygulanan kuvvetin büyüklüğü sabit kalmak koşuluyla kuvvetin döndürme etkisi yani torkun büyüklüğü artar. Buna göre tork, dönme eksenine olan dik uzaklıkla ve uygulanan kuvvetle doğru orantılıdır. Diğer değişkenler sabit olmak koşuluyla tork-uzaklık ve tork-kuvvet değişim grafikleri Grafik 1.24'teki gibi olur.

#### Torkun matematiksel modeli



$\vec{\tau} = \vec{d} \times \vec{F}$  olur. Birimi **newton-metre**dir (**N·m**).

$\vec{\tau} = \vec{d} \times \vec{F}$  matematiksel modelindeki (x) işareti vektörel çarpım ifadesidir. Vektörel çarpımdan elde edilen sonuç çarpılan vektörlere dik başka bir vektör oluşturur. Torkun büyüklüğü bulunurken kuvvet ve konum vektörü birbirine dik ise ifade  $\tau = F \cdot d$  şeklinde kullanılır.



Şekil 1.68: Birden fazla kuvvet etkisindeki çubuk

Sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde O noktasından geçen sürtünmelerin ihmal edildiği eksen etrafında rahatça dönebilen, ağırlığı ihmal edilen çubuğa Şekil 1.68'deki gibi  $d_1$  uzaklığından  $\vec{F}_1$  ve  $d_2$  uzaklığından  $\vec{F}_2$  kuvvetleri uygulanmıştır.  $\vec{F}_1$  kuvveti çubuğu 1 yönünde dönmeye zorlarken  $\vec{F}_2$  kuvveti 2 yönünde dönmeye zorlar.

$F_1$  kuvvetinin torkunun büyüklüğü  $\tau_1 = F_1 \cdot d_1$  olur.

$F_2$  kuvvetinin torkunun büyüklüğü  $\tau_2 = F_2 \cdot d_2$  olur.

Kuvvetlerin ayrı ayrı torkları bulunduktan sonra bunların vektörel bileşkesi alınarak  $\vec{\tau}_{\text{toplam}}$  bulunur.

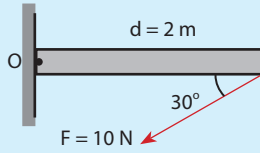
$\tau_1 = \tau_2$  ise çubuk dönmez.

$\tau_1 > \tau_2$  ise çubuk 1 yönünde dönmeye zorlanır.

$\tau_1 < \tau_2$  ise çubuk 2 yönünde dönmeye zorlanır.

Dönmeye zorlanan yön bulunduktan sonra sağ el kuralı uygulanarak torkun yönü bulunur.

## 110. ÖRNEK



O noktasından geçen sürtünmelerin ihmal edildiği eksen etrafında rahatça dönebilen 2 m uzunluğundaki ağırlığı ihmal edilen çubuğun ucuna şekildeki gibi 10 N büyüklüğünde bir kuvvet uygulanmaktadır.

Buna göre  $\vec{F}$  kuvvetinin O noktasına göre torkunun büyüklüğü kaç N·m olur? ( $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$  ve  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  alınız.)

## ÇÖZÜM

**I. Yol**  $\vec{F}$  kuvveti bileşenlerine ayrıldığında  $F_x$  bileşeninin doğrultusu dönme ekseninden geçtiği için çubuğu dönmeye zorlamaz. Dik olan  $F_y$  bileşeni ise çubuğu dönmeye zorlar.

$$F_y = F \cdot \sin 30^\circ = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ N}$$

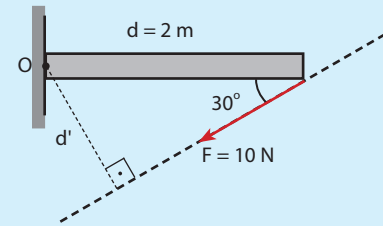
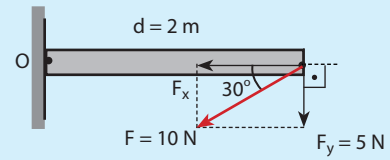
Torkun büyüklüğü

$$\tau = F_y \cdot d = 5 \cdot 2 = 10 \text{ N·m olur.}$$

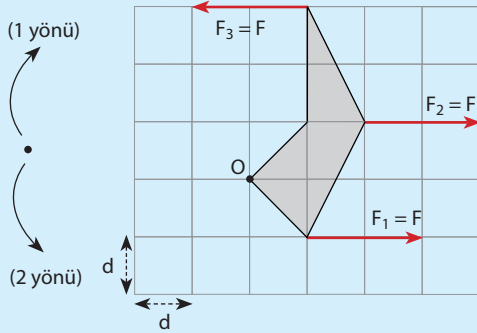
**II. Yol**  $\vec{F}$  kuvvetinin doğrultusunun O noktasına olan dik uzaklığı  $d'$  bulunur.

$$d' = d \cdot \sin 30^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ m}$$

$$\tau = F \cdot d' = 10 \cdot 1 = 10 \text{ N·m olur.}$$



## 111. ÖRNEK



Bir kenarının uzunluğu  $d$  olan eşit kare bölmelere ayrılmış düzlem üzerinde bulunan ağırlığı önemsenmeyen levhaya aynı büyüklükteki  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  ve  $\vec{F}_3$  kuvvetleri uygulanmaktadır.

Levha, sürtünmelerin ihmal edildiği O noktası etrafında serbestçe dönebildiğine göre toplam torkun büyüklüğünü bulunuz.

## ÇÖZÜM

Levhayı  $\vec{F}_2$  kuvveti 1 yönünde dönmeye zorlar. Torkun büyüklüğü

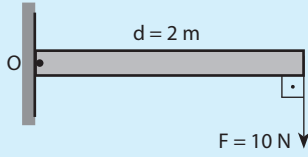
$$\tau_1 = F \cdot d \text{ olur.}$$

Levhayı  $\vec{F}_1$  ve  $\vec{F}_3$  kuvvetleri 2 yönünde dönmeye zorlar. Torkun büyüklüğü

$$\tau_2 = F \cdot d + F \cdot 3d = 4F \cdot d \text{ olur.}$$

Toplam torkun büyüklüğü  $\tau_{\text{Toplam}} = 4F \cdot d - F \cdot d = 3F \cdot d$  olur. Levhayı 2 yönünde döndürür.

## 112. ÖRNEK



O noktasından geçen sürtünmelerin ihmal edildiği eksen etrafında rahatça dönebilen 2 m uzunluğundaki ağırlığı ihmal edilen çubuğun ucuna şekildeki gibi 10 N büyüklüğünde bir kuvvet uygulanmaktadır.

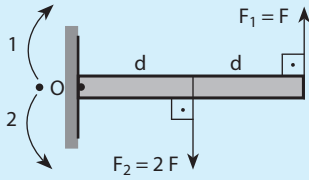
Buna göre  $\vec{F}$  kuvvetinin O noktasına göre torkunun büyüklüğü ve yönü nedir?

## ÇÖZÜM

$\tau = F \cdot d$  olduğundan torkun büyüklüğü

$\tau = F \cdot d \Rightarrow \tau = 10 \cdot 2 \Rightarrow \tau = 20 \text{ N}\cdot\text{m}$  olup yönü sayfa düzleminde içeri ( $\otimes$ ) doğrudur.

## 113. ÖRNEK



Ağırlığı ihmal edilen 2d uzunluğundaki çubuk, O noktasından geçen sürtünmelerin ihmal edildiği eksen etrafında dönebilmektedir. Çubuğa aynı düzlemlideki F ve 2F büyüklüğünde kuvvetler şekildeki gibi uygulanmaktadır.

Buna göre bileşke torkun yönü nedir?

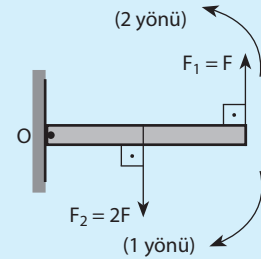
## ÇÖZÜM

O noktasından sabitlenmiş çubuk, dönme noktasına 2d uzaklıktan uygulanan  $\vec{F}_1$  kuvveti tarafından 2 yönünde; d uzaklığındaki  $\vec{F}_2$  kuvveti tarafından ise 1 yönünde dönmeye zorlanır. Kuvvetlerin ayrı ayrı torkları bulunur, sonra bunların vektörel bileşkesi alınır. Buna göre kuvvetlerin torklarının büyüklükleri

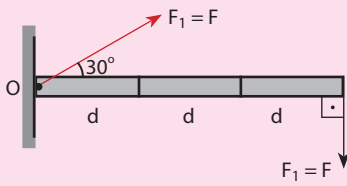
$$\tau_1 = F_1 \cdot d_1 = F \cdot 2d = 2F \cdot d \text{ (} \odot \text{ yönünde)}$$

$$\tau_2 = F_2 \cdot d_2 = 2F \cdot d = 2F \cdot d \text{ (} \otimes \text{ yönünde) bulunur.}$$

Kuvvetlerin torkları eşit büyüklükte ve zıt yönde olduğundan döndürücü etkileri birbirini yok eder. Bu durumda şekildeki çubuk dönmez ve dengede kalır.



## 83. ALIŞTIRMA



Sürtünme ve ağırlığın ihmal edildiği sistemde 3d uzunluğundaki çubuk, O noktasından geçen eksen etrafında dönebilmektedir.

Aynı düzlemdeki F büyüklüğünde kuvvetler çubuğa şekildeki gibi uygulandığında O noktasına göre kuvvetlerin bileşke torkunun büyüklüğü ve yönü nedir? ( $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$  ve  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  alınız.)

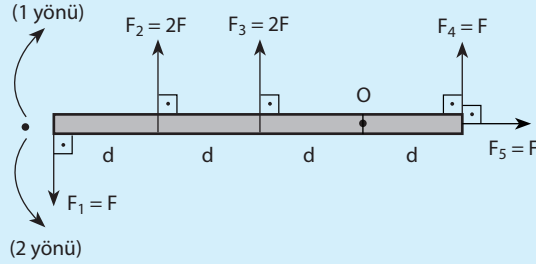
## ÇÖZÜM





## 114. ÖRNEK

Ağırlığı ihmal edilen eşit bölmeli  $4d$  uzunluğundaki çubuk  $O$  noktasından geçen sürtünmelerin ihmal edildiği eksen etrafında serbestçe dönebilmektedir.



Aynı düzlemdeki kuvvetler çubuğa şekildeki gibi uygulandığında

- Çubuk hangi yönde döner?
- Toplam torkun yönü nedir?

## ÇÖZÜM

- Öncelikle çubuğa uygulanan bütün kuvvetlerin dönme eksenine göre torklarının büyüklükleri tek bulunur.  $\vec{F}_5$  kuvvetinin doğrultusu dönme ekseninden geçtiği için kuvvetin dönme eksenine olan dik uzaklığı sıfırdır. Bu nedenle döndürücü etkisi yoktur.

$$\tau_1 = F_1 \cdot d_1 = F \cdot 3d = 3F \cdot d \text{ (Çubuğu 2 yönünde dönmeye zorlar.)}$$

$$\tau_2 = F_2 \cdot d_2 = 2F \cdot 2d = 4F \cdot d \text{ (Çubuğu 1 yönünde dönmeye zorlar.)}$$

$$\tau_3 = F_3 \cdot d_3 = 2F \cdot d = 2F \cdot d \text{ (Çubuğu 1 yönünde dönmeye zorlar.)}$$

$$\tau_4 = F_4 \cdot d_4 = F \cdot d = F \cdot d \text{ (Çubuğu 2 yönünde dönmeye zorlar.)}$$

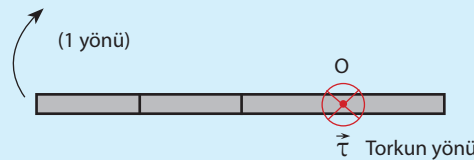
Cisme etki eden kuvvetler aynı düzlemde ise bileşke torkun büyüklüğünü bulmak için aynı yönde dönmeye zorlayan kuvvetlerin torkları kendi aralarında cebirsel olarak toplanır. Daha sonra yönü zıt olanlar birbirinden çıkarılır. Döndürme etkisi büyük olan yön, çubuğun dönmeye zorladığı yönü belirler.

$$\tau_1 + \tau_4 = 3F \cdot d + F \cdot d = 4F \cdot d \text{ (Çubuğu 2 yönünde dönmeye zorlar.)}$$

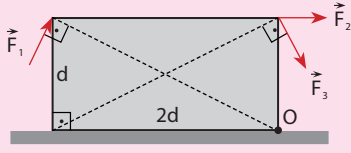
$$\tau_2 + \tau_3 = 4F \cdot d + 2F \cdot d = 6F \cdot d \text{ (Çubuğu 1 yönünde dönmeye zorlar.)}$$

$$\tau_{\text{toplam}} = 6F \cdot d - 4F \cdot d = 2F \cdot d \text{ (Çubuğu 1 yönünde döner.)}$$

- Çubuğun dönmeye zorlandığı yön ile torkun yönü birbirine karıştırılmamalıdır. Torkun yönü çubuğun dönme eksenini üzerindedir ve sağ el kuralı uygulanarak bulunur. Çubuk, dönmeye zorlandığı yön olan 1 yönünde sağ el ile sarılırsa başparmak sayfa düzlemine dik ve içeri doğrudur ( $\otimes$ ), şekildeki gibi gösterilir.



## 84. ALIŞTIRMA



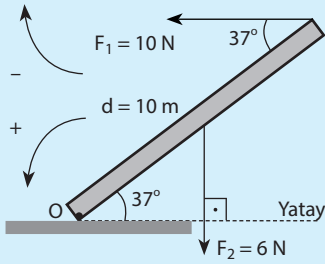
O noktası etrafında dönebilen, kenar uzunlukları  $d$  ve  $2d$  olan dikdörtgen levhaya aynı düzlem üzerinde  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  ve  $\vec{F}_3$  kuvvetleri şekildeki gibi ayrı ayrı uygulanmaktadır.

Buna göre levhayı döndürebilecek en küçük kuvvet hangisidir?

## ÇÖZÜM



## 115. ÖRNEK



Uzunluğu 10 m olan ve O noktası etrafında serbestçe dönebilen ağırlığı ihmal edilen çubuğa aynı düzlemlili yatay 10 N büyüklüğünde ve çubuğun orta noktasından 6 N büyüklüğünde kuvvetler şekildeki gibi uygulanmaktadır.

Buna göre O noktasına göre toplam torkun büyüklüğü nedir? ( $\sin 37^\circ = 0,6$  ve  $\cos 37^\circ = 0,8$  alınız.)

## ÇÖZÜM

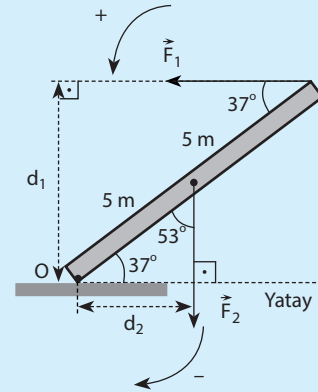
$\vec{F}_1$  ve  $\vec{F}_2$  kuvvetleri çubuğu ters yönlerde dönmeye zorlar. Kuvvetlerin dönme noktasına göre torklarının büyüklükleri sırasıyla

$$\tau_1 = F_1 \cdot d_1 = F_1 \cdot d \cdot \sin 37^\circ = 10 \cdot 10 \cdot 0,6 = 60 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\tau_2 = F_2 \cdot d_2 = F_2 \cdot \frac{d}{2} \cdot \sin 53^\circ = 6 \cdot 5 \cdot 0,8 = 24 \text{ N}\cdot\text{m}$$

olduğuna göre toplam torkun büyüklüğü zıt yönlü olduklarından

$$\tau_{\text{toplam}} = 60 - 24 = 36 \text{ N}\cdot\text{m} \text{ olur.}$$



## 85. ALIŞTIRMA

Otobüs direksiyonlarının otomobil direksiyonlarından büyük olmasının nedeni nedir?

## ÇÖZÜM



**86. ALIŞTIRMA**

Araç tekerleklerinin somunlarını sökmek için bijon anahtarı kullanılır.

Otobüs, kamyon gibi taşıtlarda büyük boy; otomobil gibi araçlarda küçük boy bijon anahtarı kullanılmasının sebebi nedir?

**ÇÖZÜM****87. ALIŞTIRMA**

İnşaatlarda demir kesmek için kullanılan makasın kolları neden çok uzundur?

**ÇÖZÜM****PROJE**

**KAZANIM** : Tork ile ilgili günlük hayattan problem durumları bulup bunlar için çözüm yolları üretmek

**AMAÇ** : Torkla ilgili çözüm önerileri geliştirmek

**BECERİLER** : Araştırma yapma, problem çözme, yaratıcı düşünme, iş birliği, sunum

**SÜRE** : 15 gün

**YÖNERGE** : Günlük hayatta yapılan birçok uygulama tork özelliği taşır. Bu uygulama sayesinde pek çok faaliyeti kolayca gerçekleştirebiliriz. Bu çalışmada sizlerden günlük hayattan tork ile ilgili problem durumları tespit edip bunlar için çözüm yolları geliştirmeniz istenmektedir.

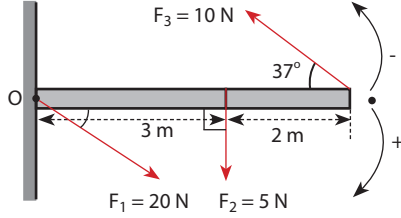
Projenizi hazırlarken aşağıda belirtilen aşamalara dikkat ediniz:

1. Bir çalışma planı hazırlayınız.
2. Farklı kaynaklardan, torkla ilgili araştırma yapınız ve etrafınızı gözlemleyiniz.
3. Tüm çalışmalarınızı içeren bir rapor hazırlayarak sınıf arkadaşlarınıza sununuz.

**DEĞERLENDİRME** : Ders öğretmeni tarafından geliştirilecek olan dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilecektir.

## 8. BÖLÜM SONU SORULARI

1. Sürtünmenin ihmal edildiği O noktası etrafında dönebilen, ağırlığı ihmal edilen çubuğa  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  ve  $\vec{F}_3$  kuvvetleri şekildeki gibi uygulanmaktadır.

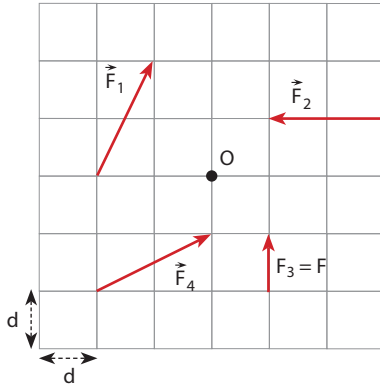


Kuvvetlerin büyüklükleri sırasıyla 20 N, 5 N ve 10 N olduğuna göre çubuğa etki eden toplam tork kaç N·m olur? ( $\sin 37^\circ = 0,6$  ve  $\cos 37^\circ = 0,8$  alınınız.)

## ÇÖZÜM



2. Sürtünmelerin ihmal edildiği O noktası etrafında dönebilen ağırlığı ihmal edilen levhaya  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$  ve  $\vec{F}_4$  kuvvetleri şekildeki gibi uygulanmaktadır.  $\vec{F}_3$  kuvvetinin büyüklüğü F kadardır.

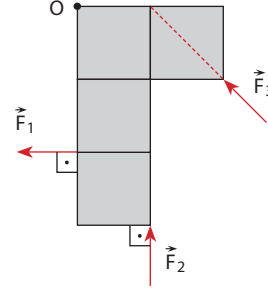


Kenar uzunlukları d olan eşit kare bölmelere ayrılmış levha üzerindeki kuvvetlerin O noktasına göre toplam torkları kaç  $F \cdot d$  olur?

## ÇÖZÜM



3. Sürtünmelerin ihmal edildiği O noktası etrafında serbestçe dönebilen, eşit kare bölmelere ayrılmış levhaya aynı düzlemlide  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  ve  $\vec{F}_3$  kuvvetleri şekildeki gibi ayrı ayrı uygulanmaktadır. Kuvvetlerin O noktasına göre torklarının büyüklüğü birbirine eşittir.

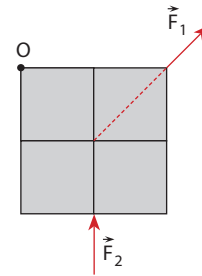


Buna göre kuvvetleri büyüklüklerine göre sıralayınız.

## ÇÖZÜM



4. Eşit karelere bölünmüş levhaya eşit büyüklükte  $\vec{F}_1$  ve  $\vec{F}_2$  kuvvetleri şekildeki gibi uygulanmaktadır. Kuvvetlerin O noktasına göre torkları sırasıyla  $\vec{\tau}_1$  ve  $\vec{\tau}_2$ 'dir.

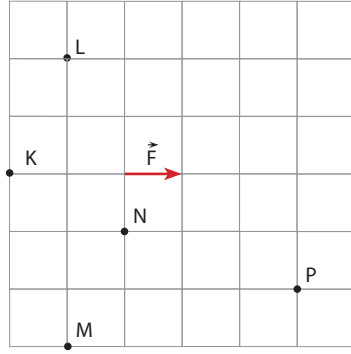


Buna göre torkların büyüklükleri  $\frac{\tau_1}{\tau_2}$  oranı kaçtır?

## ÇÖZÜM



5. Eşit karelere bölünmüş bir düzlemde  $F$  büyüklüğündeki kuvvet verilmiştir.

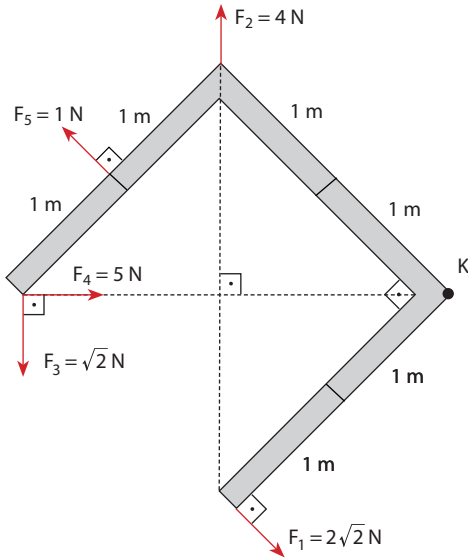


$\vec{F}$  kuvvetinin K, L, M, N ve P noktalarına göre torklarının büyüklük sıralaması nedir?

**ÇÖZÜM**



6. Ağırlığı ihmal edilen düzgün çubuk, şekildeki gibi bükülerek K noktasından menteşelenmiştir. Çubuğa etki eden  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  ve  $\vec{F}_5$  kuvvetleri sırasıyla  $2\sqrt{2}$  N, 4 N,  $\sqrt{2}$  N, 5 N ve 1 N'dir.

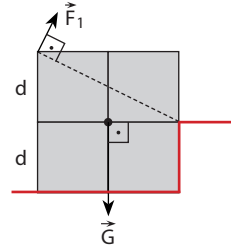


Sistem sürtünmesiz olduğuna göre K noktasına etki eden toplam torkun büyüklüğü kaç N·m olur?

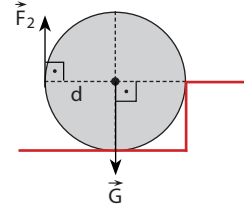
**ÇÖZÜM**



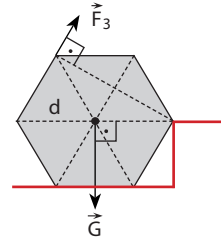
7. Ağırlıkları  $\vec{G}$  olan kare, daire ve düzgün altıgen şeklindeki cisimler türdeştir. Cisimlere sırasıyla Şekil I'deki gibi  $\vec{F}_1$ , Şekil II'deki gibi  $\vec{F}_2$  ve Şekil III'teki gibi  $\vec{F}_3$  kuvvetleri uygulanmaktadır. Cisimler bu kuvvetlerin etkisinde basamaktan ancak çıkabilmektedir.



Şekil I



Şekil II



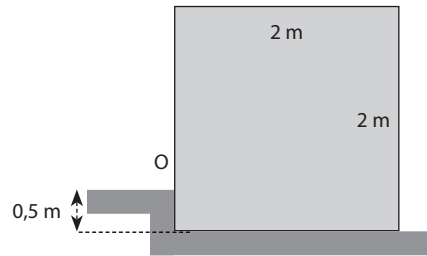
Şekil III

Buna göre cisimlere uygulanan kuvvetlerin büyüklük sıralaması nedir?

**ÇÖZÜM**



8. Bir kenarının uzunluğu 2 m olan küp şeklindeki cismin ağırlığı 60 N'dır. O noktasında 0,5 m yüksekliğinde basamak bulunmaktadır.



Buna göre cismi basamaktan çıkarabilecek en küçük kuvvet kaç N olur?

**ÇÖZÜM**



## 1.9. DENGELİ VE DENGELİ ŞARTLARI



Şekil 1.69: Dengelenmiş kuvvetler etkisindeki cisim

Bir cisme etkiyen net kuvvet sıfır ise o cismin dengelenmiş kuvvetlerin etkisinde olduğu ifade edilir. Bu durumda, cisim durmaktaysa durmaya; bir hızı varsa o hızla hareket etmeye devam eder. Her iki durumda da cisim dengededir. Bir araba direksiyonu iki yanından karşılıklı tutularak bir el ile aşağıya, diğer el ile yukarıya doğru eşit büyüklükte kuvvetlerle aynı anda çekilirse direksiyona uygulanan kuvvetlerin bileşkesi sıfır olur. Direksiyona etkiyen net kuvvet sıfır olmasına rağmen direksiyon yine de dönmeye başlar. Bu durum, sadece net kuvvetin sıfır olmasının denge için yeterli koşul olmadığını gösterir (Şekil 1.69).

### A) DENGELİ



Tek tekerlekli bisiklet üzerinde duran bir kişiye etkiyen net kuvvetin sıfır olması, kişinin dengede kalmasını sağlayabilir mi?



Görsel 1.21: Tek tekerlekli bisiklet ve denge

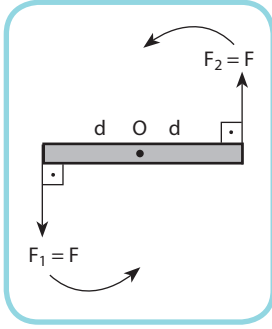
Bir cisme etkiyen net kuvvetin sıfır olması cismin dengede olması için yeterli değildir. Tek tekerlekli bir bisiklet üzerindeyken olduğu yerde durabilen bir bisikletli dengededir. Bu durumda bisikletliye etkiyen net kuvvet sıfırdır. Tekerleğin dönmesi durumunda bisikletin dengesi bozulur. Bu nedenle bisikletli, pedala uyguladığı ileri geri kuvvetlerle tekerleğin dönmesini engellemeye çalışır. Bisikletin dengede kalabilmesi için dönme hareketinin de engellenmesi gerekir (Görsel 1.21). Bir cismin dengede olabilmesi için cisme etkiyen toplam kuvvetin sıfır olmasının yanında toplam torkun da sıfır olması gereklidir.

Bu bölümde sadece duran cisimlerin dengesi incelenecektir. Bir cisim durgun dengede ise

- $\vec{F}_{\text{toplam}} = 0$  ise cisim öteleme hareketi yapmaz.
- $\vec{\tau}_{\text{toplam}} = 0$  ise cisim dönme hareketi yapmaz.

*Çok önemli*

Bu koşulları sağlayan cisim, statik (durgun) dengededir. İnşaat mühendisliği ve mimarlıkta köprü ve binalar, makine mühendisliğinde makineler tasarlanırken statik denge konusuna özellikle dikkat edilir.



Şekil 1.70: Kuvvet çifti

Orta noktasından geçen sürtünmelerin ihmal edildiği eksen etrafında dönebilen bir çubuğa eşit büyüklükte ve zıt yönde kuvvetler şekildeki gibi uygulanırsa cisim dengede kalmaz. Çünkü  $\vec{F}_{\text{toplam}} = 0$  olmasına rağmen kuvvetlerin O noktasına göre döndürmeye zorlama yönleri aynı olduğu için  $\tau_{\text{toplam}} = 0$  olamaz ve kuvvetler uygulandığı sürece çubuk döner. Bir cisme bu şekilde uygulanan eşit büyüklükte ve zıt yönlü kuvvetlere **kuvvet çifti** denir (Şekil 1.70). Kuvvet çifti cismin dönmesine neden olur. Denge için gerekli koşullara bakıldığında

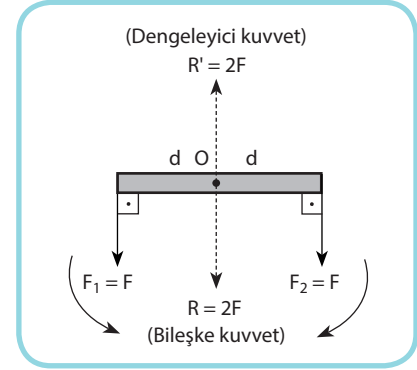
$$F_{\text{toplam}} = F - F = 0 \text{ (1. koşul sağlanmıştır.)}$$

$\tau_{\text{toplam}} = F \cdot d + F \cdot d = 2F \cdot d$  (2. koşul sağlanmamıştır.) olduğundan cisim dengede kalmaz.

Orta noktasından geçen sürtünmelerin ihmal edildiği eksen etrafında dönebilen bir çubuğa eşit büyüklükte ve aynı yönlü kuvvetler uygulanırsa kuvvetlerin O noktasına göre torkları eşit büyüklükte ve zıt yönde olur (Şekil 1.71). Cisme etkiyen  $\tau_{\text{toplam}} = 0$  olduğundan cisim dönmez. Cismin dengede kalabilmesi için  $\vec{F}_{\text{toplam}} = 0$  koşulunun sağlanması gerekir. Cisme uygulanan aynı yönlü kuvvetlerin bileşkesinin büyüklüğü

$$R = F + F = 2F \text{ olup aşağı yönlüdür.}$$

Cisme etki eden net kuvvetin sıfır olabilmesi için kuvvetlerin bileşkesine eşit büyüklükte ve zıt yönde bir dengeleyici kuvvet olması gerekir. Bu kuvvet denge koşullarının sağlanabilmesi için toplam torkun sıfır olduğu noktaya uygulanmalıdır. Bu nedenle O noktası dengeleyici kuvvetin uygulama noktasıdır.



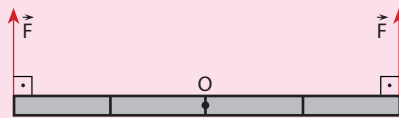
Şekil 1.71: Aynı yönlü kuvvetlerin bileşkesi

$$F_{\text{toplam}} = F + F - 2F = 0 \text{ (1. koşul sağlanmıştır.)}$$

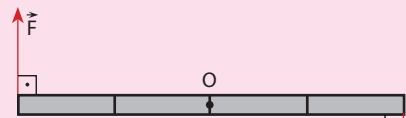
$$\tau_{\text{toplam}} = F \cdot d - F \cdot d = 0 \text{ (2. koşul sağlanmıştır.)}$$

## 88. ALIŞTIRMA

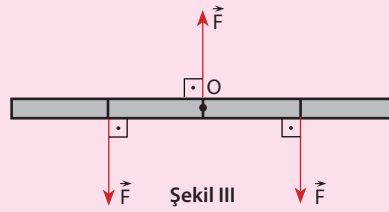
Sürtünmenin ihmal edildiği O noktası etrafında dönebilen eşit bölmeli ve türdeş çubuklara Şekil I, Şekil II ve Şekil III'teki gibi F büyüklüğünde kuvvetler uygulanmaktadır.



Şekil I



Şekil II



Şekil III

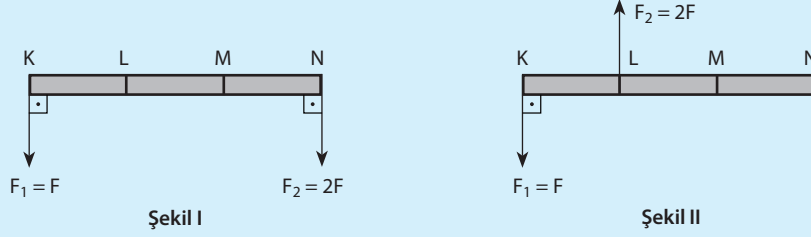
Buna göre hangi çubuklar dengede kalır?

## ÇÖZÜM



## 116. ÖRNEK

Şekil I ve Şekil II'deki gibi eşit bölmeli ve ağırlığı ihmal edilen çubuklara  $F$  ve  $2F$  büyüklüğünde kuvvetler uygulanmaktadır.

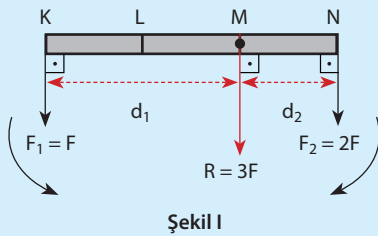


Buna göre

- Şekil I'de dönme eksenini hangi noktadan geçerse çubuk dengede kalır?
- Şekil II'de dönme eksenini hangi noktadan geçerse çubuk dengede kalır?

## ÇÖZÜM

- Şekil I'deki kuvvetlerin bileşkesi  $R = F + 2F = 3F$  büyüklüğünde ve aşağı yöndedir. Çubuğun dengede kalabilmesi için bileşke kuvvetin uygulama noktasından bileşke kuvvet ile zıt yönde ve eşit büyüklükte bir kuvvet uygulanmalıdır. Bileşke kuvvetin uygulama noktası, kuvvetlerin torklarının eşit büyüklükte ve zıt yönde olduğu noktadır. Çubuğun üzerindeki kuvvetlerin dönme noktasına uzaklığı  $d_1$  ve  $d_2$  olarak ifade edilirse



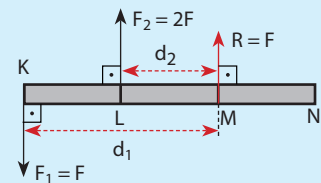
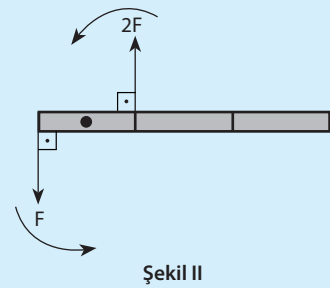
$$\tau_1 = \tau_2 \Rightarrow F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2 \Rightarrow F \cdot d_1 = 2F \cdot d_2 \Rightarrow d_1 = 2d_2 \text{ olur.}$$

Bileşke kuvvet Şekil I'de gösterildiği gibi  $\vec{F}_1$  kuvvetine 2 birim,  $\vec{F}_2$  kuvvetine 1 birim uzaklıktadır. Buna göre çubuğun dönme ekseninin bulunacağı nokta, M noktası olmalıdır. Paralel ve aynı yönlü iki kuvvetin bileşkesi her zaman kuvvetler arasında ve büyük kuvvete daha yakın bir noktada olur.

- Şekil II'deki kuvvetlerin bileşkesi  $R = 2F - F = F$  büyüklüğünde ve yukarı yöndedir. Bileşke kuvvet, kuvvetlerin torklarının eşit büyüklükte ve zıt yönde olduğu noktadadır.

$$\tau_1 = \tau_2 \Rightarrow F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2 \Rightarrow F \cdot d_1 = 2F \cdot d_2 \Rightarrow d_1 = 2d_2 \text{ olur.}$$

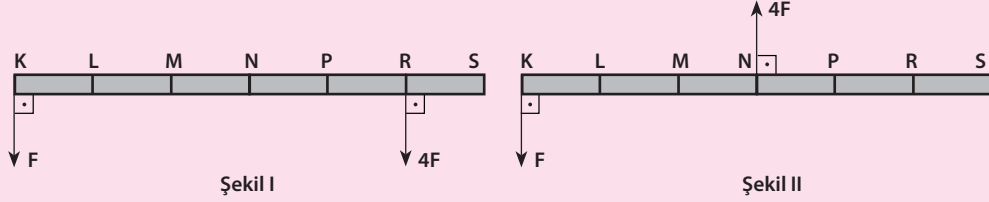
Kuvvetler çubuğa şekildeki gibi uygulandığında tork noktası olarak kuvvetlerin arasındaki bir nokta seçilirse kuvvetlerin ikisi de aynı yönde döndürme etkisi yapar. Bu nedenle tork noktası, paralel ve zıt yönlü kuvvetlerin uygulama noktalarının arasında olmaz. Buna göre çubuğun dengede kalması için dönme eksenini, kuvvetlerin döndürme eğilimlerinin zıt olduğu bir noktada olmalıdır. Tork eşitliğinin sağlanabilmesi için dönme eksenini küçük kuvvete uzak, büyük kuvvete yakın olmalıdır.  $d_1 = 2d_2$  koşulunu sağlayan nokta da M noktasıdır.





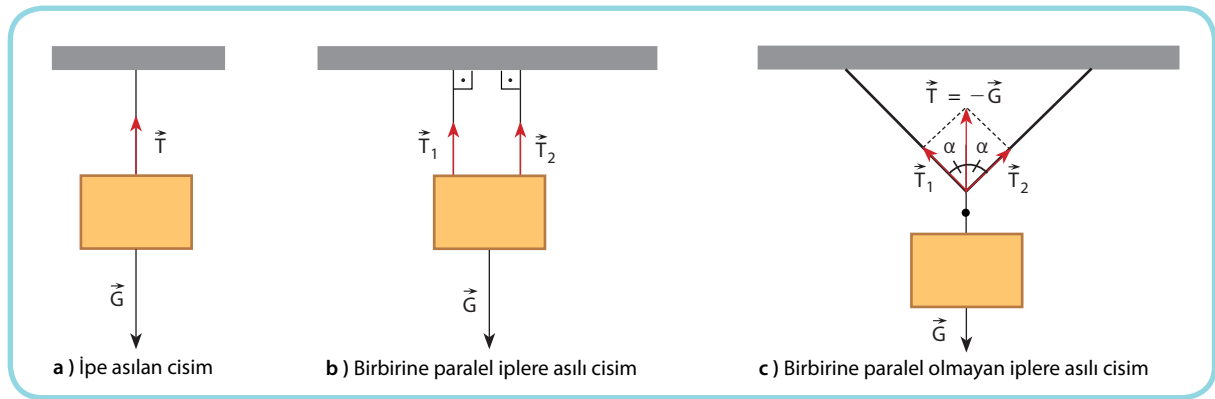
## 89. ALIŞTIRMA

Eşit bölmelere ayrılmış ve ağırlığı ihmal edilen çubuklara F ve 4F büyüklüğünde kuvvetler Şekil I ve Şekil II'deki gibi uygulanmaktadır.



Buna göre Şekil I'de ve Şekil II'de dengeleyici kuvvetler hangi noktada kaç F büyüklüğündedir?

## ÇÖZÜM



Şekil 1.72: Esnemeyen iplerle asılarak dengelenen cisimler

$\vec{G}$  ağırlığındaki bir cisim esnemeyen ip ile asılarak dengelenirse ip üzerinde gerginlik oluşur. Cisim dengede olduğuna göre cisme etkiyen toplam kuvvet sıfırdır. İpte oluşan gerilme kuvveti T olduğuna göre

$\vec{T} = -\vec{G}$  olur (Şekil 1.72.a).

$\vec{G}$  ağırlığındaki bir cisim, birbirine paralel iki ipe asılarak dengelenirse her iki ip de gerilir. Cismin ağırlığının doğrultusu iplerin arasında ve iplere eşit uzaklıkta olursa her iki ip de eşit büyüklükte gerilir ve  $\vec{T}_1 = \vec{T}_2$  olur.

Cisim dengede olduğundan  $\vec{G} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0 \Rightarrow \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = -\vec{G}$  olur (Şekil 1.72.b).

İplerdeki gerilme kuvvetlerinin büyüklükleri  $T_1 = \frac{G}{2}$  ve  $T_2 = \frac{G}{2}$  olur.

$\vec{G}$  ağırlığındaki cisim birbirine paralel olmayan iplerle asıldığında iplerde oluşan gerilme kuvvetleri ile cismin ağırlığının bileşkesi sıfır olur. İplerin düşey düzlemle yaptığı açılar birbirine eşitse, gerilme kuvvetlerinin büyüklükleri birbirine eşit olur. Cisim dengede olduğu için

$\vec{G} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0 \Rightarrow \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = -\vec{G}$  olur (Şekil 1.72.c).

Cismin ağırlığının doğrultusu iplerle eşit açı yapmazsa ip gerginlikleri birbirinden farklı olur. İplerde oluşan gerilme kuvvetleri vektörler konusunda öğrenilen bileşke alma yöntemleri ile bulunabilir.

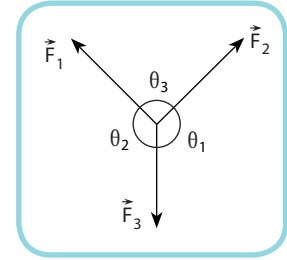
**Lami Teoremi**

Şekil 1.73'teki gibi bir noktaya etkiyen dengelenmiş ve uzantıları kesişen üç kuvvet için Lami Teoremi adı verilen

$$\frac{F_1}{\sin \theta_1} = \frac{F_2}{\sin \theta_2} = \frac{F_3}{\sin \theta_3}$$

matematiksel ifadesi kullanılabilir.

Bu bağıntıya göre kuvvetler arasındaki açılar arasında  $\theta_1 > \theta_2 > \theta_3$  ilişkisi varsa kuvvetlerin büyüklükleri arasında da trigonometrik olarak açı arttıkça açının sinüs değeri küçüldüğü için  $F_3 > F_2 > F_1$  ilişkisi vardır. Buradan küçük açı karşısında büyük kuvvetin olduğu sonucuna varılır.

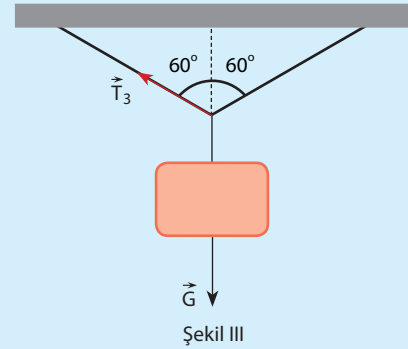
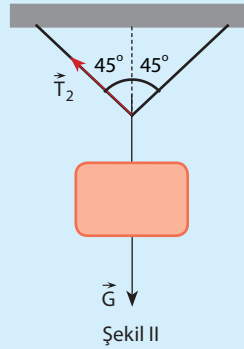
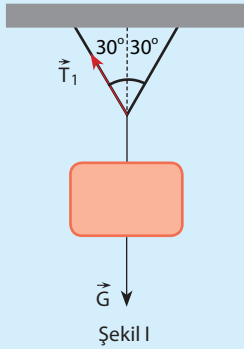


Şekil 1.73: Bir noktada kesişen kuvvetler

Kuvvetler dengede olduğuna göre herhangi iki kuvvetin bileşkesi üçüncü kuvvetin dengeleyicisidir.

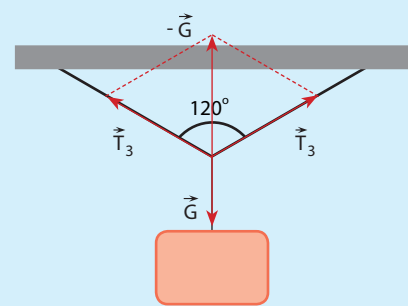
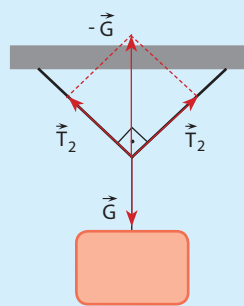
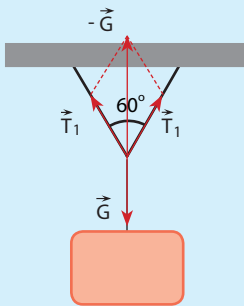
**117. ÖRNEK**

$\vec{G}$  ağırlıklı cisimler; Şekil I, Şekil II ve Şekil III'teki gibi esnemeyen iplerle bağlanarak dengelenmiştir.



Buna göre iplerde oluşan  $\vec{T}_1$ ,  $\vec{T}_2$  ve  $\vec{T}_3$  gerilme kuvvetleri arasındaki büyüklük ilişkisi nedir?

( $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ve  $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  alınız.)

**ÇÖZÜM**

Dengede olan sistemlerde  $\vec{G}$  ağırlığının doğrultusu iplerin ortasından geçtiği için her üç sistemde de ip gerilmeleri kendi aralarında birbirine eşit olur. Aralarında  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  ve  $120^\circ$  açı bulunan eşit kuvvetlerin bileşkesi alınırsa

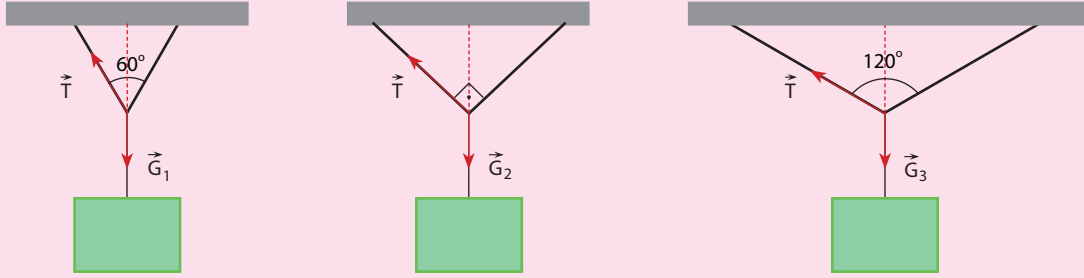
$$\sqrt{3} T_1 = G \quad \sqrt{2} T_2 = G \quad T_3 = G \quad \Rightarrow \quad T_3 > T_2 > T_1 \text{ olur.}$$



Aynı ağırlığı taşıyan ipler arasındaki açı değeri arttırılırsa iplerdeki gerilme kuvveti de artar.

## 90. ALIŞTIRMA

Ağırlıklarının büyüklükleri  $\vec{G}_1$ ,  $\vec{G}_2$  ve  $\vec{G}_3$  olan cisimler esnemeyen iplerle asılarak dengelendiğinde ip-lerde oluşan gerilmelerin büyüklüğü eşit ve T olmaktadır.



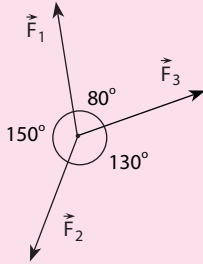
Buna göre cisimlerin ağırlıkları arasındaki büyüklük ilişkisi nedir?

( $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ve  $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  alınız.)

## ÇÖZÜM



## 91. ALIŞTIRMA

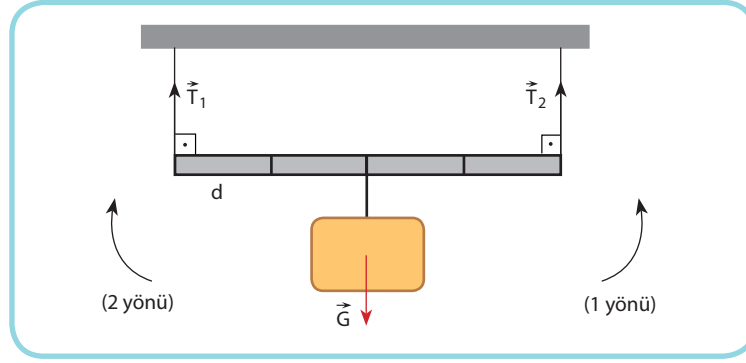


Şekildeki gibi aynı noktaya uygulanan  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  ve  $\vec{F}_3$  kuvvetleri dengededir.

Buna göre kuvvetlerin büyüklükleri arasındaki ilişki nedir?

## ÇÖZÜM





Şekil 1.74: Çubuğa etki eden kuvvetlerin çubuğu döndürme yönleri

Ağırlığı ihmal edilen, her bir bölümü  $d$  uzunluğunda olan ve ortasına  $\vec{G}$  ağırlığında cisim bağlanan bir çubuk esnemeyen ipler ile asıldığında iplerde  $T_1$  ve  $T_2$  büyüklüğünde gerilme kuvvetleri oluşur (Şekil 1.74). Sistem dengede olduğuna göre toplam kuvvet

$$\vec{G} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0 \text{ ve kuvvetlerin büyüklükleri arasındaki ilişki } T_1 + T_2 = G \text{ olur.}$$

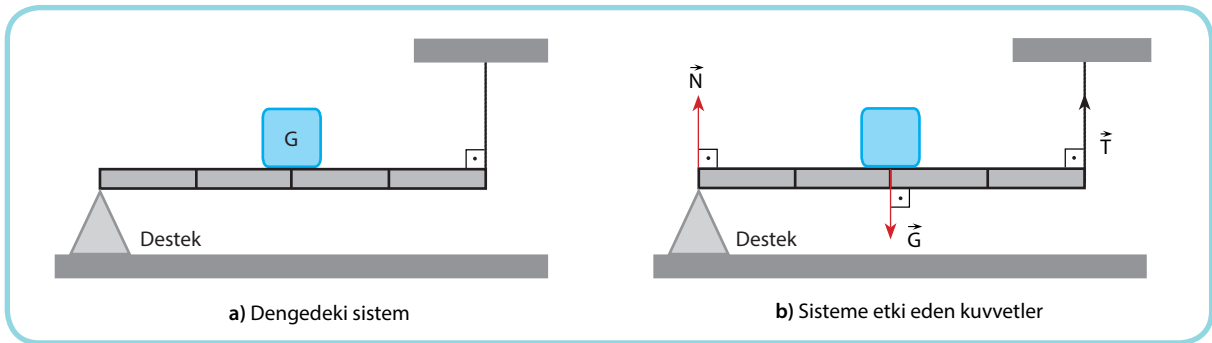
Sistem dengede olduğu için toplam tork sıfırdır. Çubuğa uygulanan kuvvetler çizilerek tork dengesinden ip gerginlikleri bulunabilir. Denge de olan sistemde seçilen herhangi bir noktaya göre toplam tork sıfırdır. Ancak tork alınacak nokta seçilirken problem çözümlerinde kolaylık sağlayacak noktaların seçilmesi tercih edilir. Şekilde  $\vec{T}_1$ ,  $\vec{T}_2$  ve  $\vec{G}$  olmak üzere üç değişken vardır.  $\vec{T}_1$  gerilme kuvvetinin olduğu nokta dönme noktası olarak seçildiğinde  $\vec{T}_1$  kuvveti bu noktadan geçtiği için tork etkisi yoktur.  $\vec{G}$  ağırlığı, çubuğu 2 yönünde,  $\vec{T}_2$  ip gerilmesi ise 1 yönünde dönmeye zorlar. Toplam torkun sıfır olabilmesi için zıt yönlü bu etkilerin eşit büyüklükte olması gerekir. Buna göre

$$G \cdot 2d = T_2 \cdot 4d \implies T_2 = \frac{G}{2} \text{ olur.}$$

Aynı yöntem kullanılarak  $\vec{T}_2$  kuvvetinin bulunduğu nokta dönme noktası seçilip  $\vec{T}_1$  bulunabilir.  $\vec{T}_1$  gerilme kuvvetini bulmak için dengenin diğer koşulu  $F_{\text{toplam}} = 0$  eşitliği de kullanılabilir. İplerde oluşan gerilme kuvvetlerinin toplam büyüklüğü, cismin ağırlığına eşit olur. Buna göre  $\vec{T}_1$  gerilme kuvvetinin büyüklüğü

$$T_1 + T_2 = G \text{ olduğundan}$$

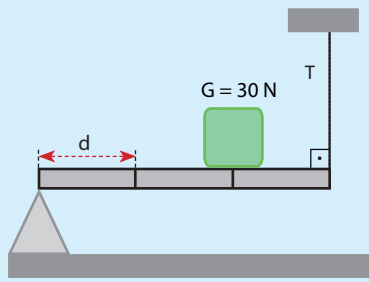
$$T_1 + \frac{G}{2} = G \text{ ve } T_1 = \frac{G}{2} \text{ olur.}$$



Şekil 1.75: Dengedeki sistem ve sisteme etkiyen kuvvetler

Ağırlığı ihmal edilen, her bir bölümü  $d$  uzunluğunda olan ve ortasına  $G$  ağırlığında cisim konulan bir çubuk, bir ucundan esnemeyen ipe asılarak ve diğer ucundan da desteğe temas ettirilerek dengelenebilir (Şekil 1.75.a). Böyle bir durumda ipteki gerilme kuvveti oluşurken destekte de tepki kuvveti oluşur (Şekil 1.75.b). Kuvvetler sistem üzerine çizildikten sonra denge koşulları uygulanarak hem ipteki gerilme kuvveti hem de desteğin tepki kuvveti bulunabilir.

## 118. ÖRNEK



Ağırlığı ihmal edilen ve her bir bölümü  $d$  uzunlukta olan eşit bölme çubuk,  $30\text{ N}$  ağırlıklı cisim ile şekildeki gibi dengelenmektedir.

Buna göre

- İpte oluşan  $\vec{T}$  gerilme kuvvetinin büyüklüğü kaç  $\text{N}$  olur?
- Destegün tepki kuvvetinin büyüklüğü kaç  $\text{N}$  olur?

## ÇÖZÜM

Önce çubuğa etkiyen kuvvetler belirlenip çizilir.

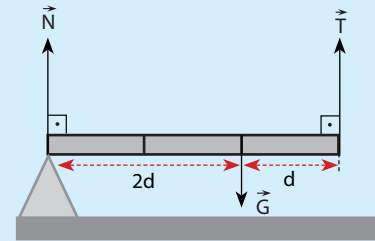
- $\vec{T}$  kuvvetini bulmak için  $\vec{N}$  tepki kuvvetinin bulunduğu destek noktası dönme noktası olarak seçilip tork alındığında  $\vec{N}$  tepki kuvvetinin döndürücü etkisi ortadan kaldırılmış olur. Buna göre  $\vec{T}$  gerilme kuvvetinin büyüklüğü

$$G \cdot 2d = T \cdot 3d \implies 30 \cdot 2 = T \cdot 3 \implies T = 20\text{ N olur.}$$

- Denge durumunda  $N + T = G$  olduğundan tepki kuvvetinin büyüklüğü

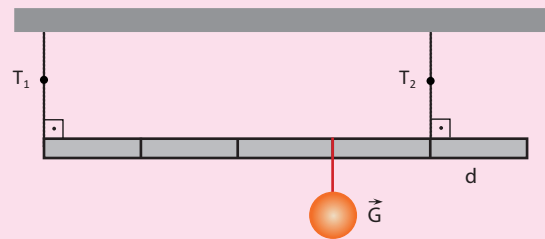
$$N + 20 = 30 \implies N = 10\text{ N olur.}$$

$\vec{G}$  kuvvetinin büyüklüğü,  $\vec{T}$  ve  $\vec{N}$  kuvvetlerinin bileşkesinin büyüklüğüne eşittir.  $\vec{G}$  ağırlığını dengeleyen  $\vec{N}$  ve  $\vec{T}$  kuvvetlerinin büyüklükleri, ağırlığın bulunduğu noktaya olan uzaklıkları ile ters orantılıdır. Bileşkeye yakın olan kuvvet, diğerinden daha büyük olur.



## 92. ALIŞTIRMA

Eşit ve  $d$  uzunluğunda bölmelere ayrılmış, ağırlığı ihmal edilen çubuk,  $\vec{G}$  ağırlıklı cisim ile şekildeki gibi dengelenmiştir.



Buna göre iplerde oluşan gerilme kuvvetlerinin büyüklüklerinin  $\frac{T_1}{T_2}$  oranı kaçtır?

## ÇÖZÜM

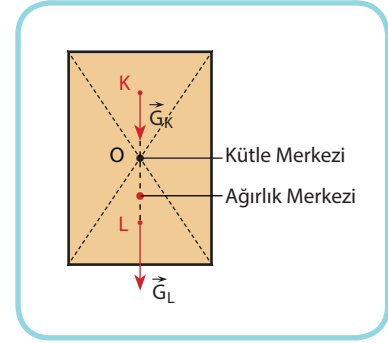


## B) KÜTLE MERKEZİ VE AĞIRLIK MERKEZİ

Cisimlere etki eden kütle çekim kuvvetine **ağırlık** adı verilir. Cismi oluşturan parçacıkların ağırlıklarının bileşkesinin uygulama noktasına **ağırlık merkezi** denir. Yer çekimi olmayan ortamlarda cismin ağırlığı olmadığı için ağırlık merkezi kavramından söz edilemez. Ancak yer çekimi olmadığında bile cisimler bir kütleye sahiptir. Cismin sahip olduğu kütlelerin tamamının toplandığı kabul edilen noktaya cismin **kütle merkezi** denir. Düzgün geometrik şekle sahip homojen cisimlerde kütle merkezi, cismin geometrik merkezindedir. Kütle merkezi, skaler bir büyüklüğün merkezi iken ağırlık merkezi, vektörel bir büyüklüğün uygulama merkezidir.

Bir noktadaki yer çekimi ivmesi, o noktanın Dünya'nın merkezine olan uzaklığına bağlı olarak değişir. Yeryüzüne yakın yerlerde yer çekimi ivmesi büyükken yeryüzünden uzaklaştıkça yer çekimi ivmesi azalır. Bu nedenle yeryüzünde duran bir cismin alt taraflarındaki noktalara etkiyen yer çekimi kuvveti, üst taraflarındaki noktalara etkiyen yer çekimi kuvvetinden büyüktür.

Kütle merkezi O noktası olan düzgün şekle sahip bir cismin O noktasına eşit uzaklıktaki eşit kütleli K ve L noktalarına etkiyen yer çekimi kuvvetlerinin büyüklükleri karşılaştırılırsa  $G_L > G_K$  olur. Bu kuvvetlerin bileşkesi alındığında ise bileşke kuvvet, büyük kuvvete yakın ve dolayısıyla O noktasının altında olur. Cismin kütle merkezi O noktası iken ağırlık merkezi O noktasının altına kayar (Şekil 1.76).



Şekil 1.76: Düzgün şekle sahip cismin üzerindeki noktalara etkiyen yer çekimi kuvveti



Görsel 1.22: Gökdelenler

Gökdelen gibi çok yüksek yapıların her noktasına aynı büyüklükte çekim kuvveti etki etmez. Çekim kuvvetlerinin bileşkesinin yeri, çekim ivmesinin sabit kabul edildiği durumdaki bileşkenin yerinden farklı olur. Ancak kütle merkezi, yer çekiminden bağımsız olduğu için daima cismin geometrik merkezi olur. Bu nedenle **yüksek binalarda ağırlık merkezi ile kütle merkezi çakışık olmaz** (Görsel 1.22). Yeryüzünden uzaklaştıkça azalan yer çekimi ivmesindeki bu değişim, boyutları küçük cisimler üzerinde ihmal edilecek düzeyde iken çok yüksek cisimlerde fark edilecek düzeydedir. Gökdelen, kule gibi yüksek binalar yapılırken bu alanla ilgilenen mühendis ve mimarlar, projelerini ağırlık merkezinin yerine dikkat ederek hazırlar.

### Kütle Merkezi ve Ağırlık Merkezinin Koordinatlarının Bulunması

Bir cisim pek çok küçük noktasal parçacıktan meydana gelmiştir. Bu parçacıkların ağırlıklarının bileşkesinin bulunduğu noktanın koordinatları, cismin ağırlık merkezinin koordinatlarını oluşturur. Yer çekimi ivmesinin cisim üzerindeki her noktada aynı olduğu kabul edilirse cismin ağırlık merkezi ile kütle merkezi çakışık olur.

Şekil 1.77'deki gibi x-y koordinat sisteminde bulunan bir cismin koordinatları  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$ ... olan çok küçük parçacıklara ayrıldığı düşünülerek cisim incelenip ağırlık merkezinin koordinatları bulunabilir.  $\vec{G}_1$ ,  $\vec{G}_2$  ve  $\vec{G}_3$  noktasal parçacıklarının ağırlıklarının bileşkesi  $\vec{G}$  ise

$$\vec{G} = \vec{G}_1 + \vec{G}_2 + \vec{G}_3 + \dots \text{ olur.}$$

$\vec{G}$  ağırlıklı cismi oluşturan parçacıklara etki eden yer çekimi kuvvetlerinin torklarının toplamı, cismin ağırlığının oluşturduğu torka eşittir.

$$\vec{\tau}_G = \vec{\tau}_{G_1} + \vec{\tau}_{G_2} + \vec{\tau}_{G_3} + \dots$$

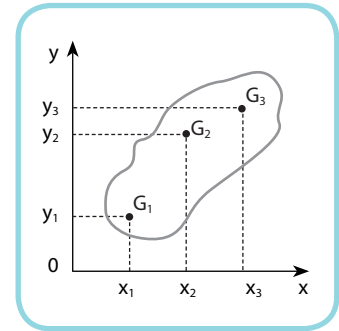
$G \cdot x = G_1 \cdot x_1 + G_2 \cdot x_2 + G_3 \cdot x_3 \dots$  eşitliğinde  $G = m \cdot g$  yerine yazıldığında

$$(m_1 + m_2 + m_3 + \dots) \cdot g \cdot x = m_1 \cdot g \cdot x_1 + m_2 \cdot g \cdot x_2 + m_3 \cdot g \cdot x_3 + \dots$$

$$(m_1 + m_2 + m_3 + \dots) \cdot g \cdot x = (m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3 + \dots) \cdot g$$

$$(m_1 + m_2 + m_3 + \dots) \cdot x = (m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3 + \dots) \text{ olur.}$$

$$x = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} \text{ elde edilir.}$$



Şekil 1.77: Bir cisme ait noktaların koordinatları

Cisim üzerindeki n tane nokta için genelleme yapılırsa



$$x = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + \dots + m_n \cdot x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \text{ ifadesiyle cismin kütle merkezinin x koordinatı bulunur.}$$

Bu nokta  $\vec{g}$  yer çekimi ivmesi sabit ise aynı zamanda cismin ağırlık merkezinin x koordinatı olur.

$\vec{G}$  ağırlığının y eksenine göre torku,  $\vec{G}_1$ ,  $\vec{G}_2$  ve  $\vec{G}_3$  ağırlıklarının y eksenine göre torklarının toplamına eşittir.

$$\vec{\tau}_G = \vec{\tau}_{G_1} + \vec{\tau}_{G_2} + \vec{\tau}_{G_3} + \dots$$

$G \cdot y = G_1 \cdot y_1 + G_2 \cdot y_2 + G_3 \cdot y_3 \dots$  eşitliğinde  $G = m \cdot g$  yerine yazıldığında

$$(m_1 + m_2 + m_3 + \dots) \cdot g \cdot y = m_1 \cdot g \cdot y_1 + m_2 \cdot g \cdot y_2 + m_3 \cdot g \cdot y_3 + \dots$$

$$(m_1 + m_2 + m_3 + \dots) \cdot g \cdot y = (m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + \dots) \cdot g$$

$$(m_1 + m_2 + m_3 + \dots) \cdot y = (m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + \dots) \text{ olur.}$$

$$y = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} \text{ elde edilir.}$$

Cisim üzerindeki n tane nokta için genelleme yapılırsa

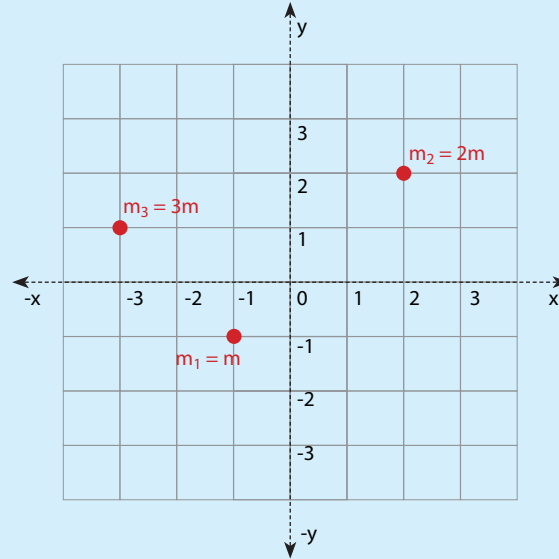


$$y = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + \dots + m_n \cdot y_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \text{ ifadesiyle cismin kütle merkezinin y koordinatı bulunur.}$$

Bu nokta  $\vec{g}$  yer çekimi ivmesi sabit ise aynı zamanda cismin ağırlık merkezinin y koordinatı olur.

## 119. ÖRNEK

Şekildeki koordinat sisteminde  $m_1$ ,  $m_2$  ve  $m_3$  kütleli cisimler bulunmaktadır.



Buna göre yer çekimi ivmesinin sabit olduğu bir ortamda cisimlerin oluşturduğu sistemin ağırlık merkezinin koordinatlarını  $(x,y)$  bulunuz?

## ÇÖZÜM

Koordinat sistemindeki cisimlerin koordinat noktalarının  $m_1 (-1,-1)$ ,  $m_2 (2,2)$  ve  $m_3 (-3,1)$  olduğu görülmektedir. Ağırlık merkezinin koordinatları, ağırlık merkezi koordinat denklemleri kullanılarak bulunur. Buna göre

$$x = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$x = \frac{m(-1) + 2m \cdot 2 + 3m(-3)}{m + 2m + 3m}$$

$$x = \frac{-6m}{6m}$$

$x = -1$  bulunur.

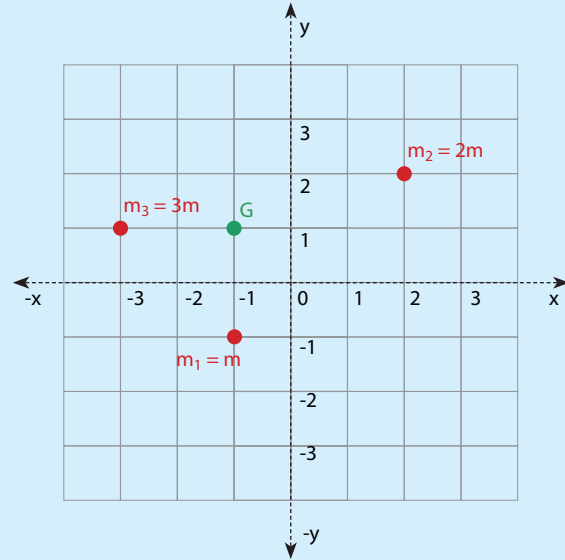
$$y = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y = \frac{m(-1) + 2m \cdot 2 + 3m \cdot 1}{m + 2m + 3m}$$

$$y = \frac{6m}{6m}$$

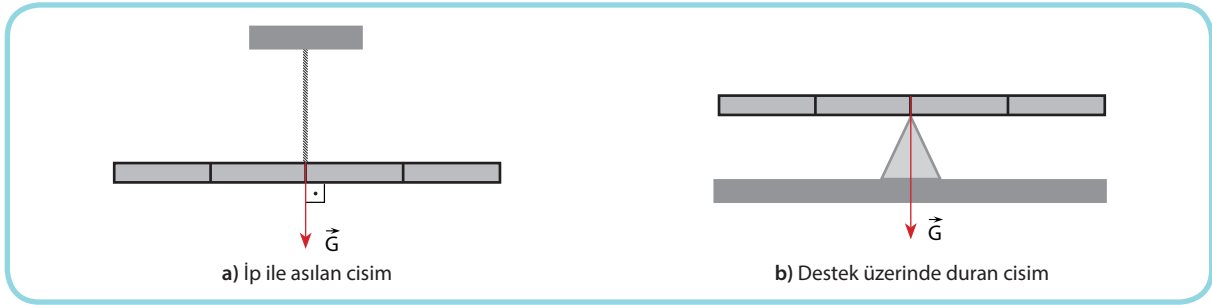
$y = 1$  bulunur.

Şekilde G ile belirtilen ağırlık merkezinin koordinatları  $(-1,1)$  olur.



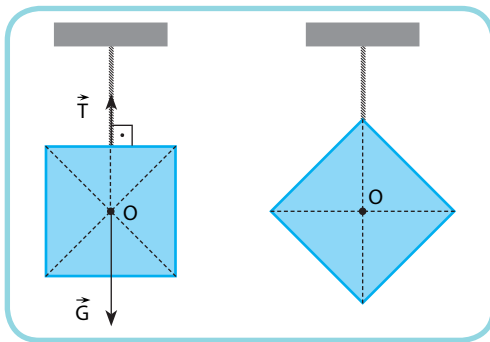


Düzgün geometrik şekle sahip olan cisimlerde kütle merkezi, cismin geometrik merkezidir. Eğer cisim düzgün geometrik şekle sahip değilse cismin kütle merkezi hesaplanarak bulunur.



Şekil 1.78: Düzgün ve türdeş bir çubuğun asıldığı ya da destek üzerine yerleştirildiğindeki denge durumu

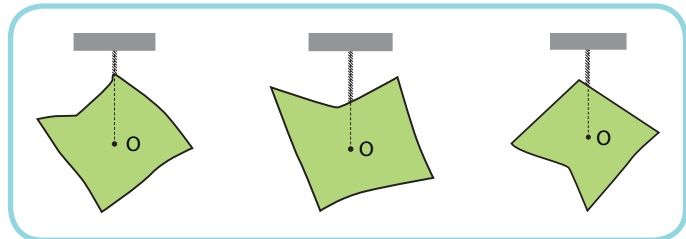
Düzgün ve türdeş bir çubuğun kütle merkezi, çubuğun tam orta noktasındadır. Eğer bu çubuk, kütle merkezinden asılırsa ya da bir destek üzerine yerleştirilirse dengede kalır (Şekil 1.78).



Şekil 1.79: Asılı hâldeki düzgün ve türdeş bir levhanın denge durumu

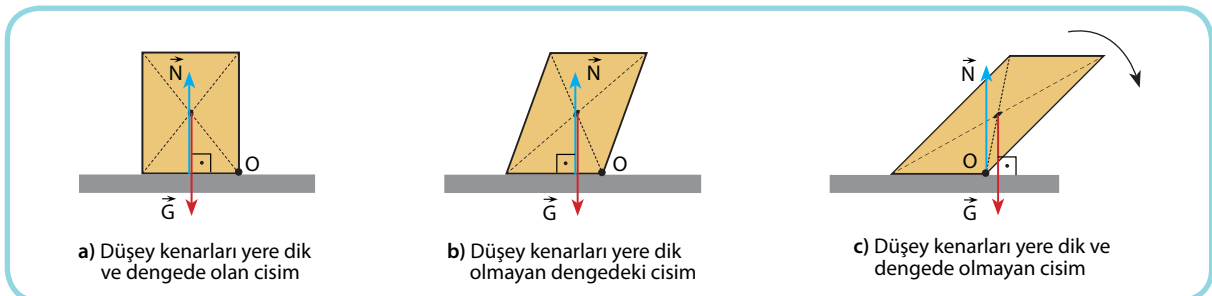
Kütle merkezi O noktası olan ve esnemeyen ip ile asılan, levha şeklindeki düzgün ve türdeş cisim, hangi noktasından asılırsa asılınsın ip doğrultusu cismin kütle merkezinden geçecek şekilde dengede kalır (Şekil 1.79). Çünkü cismin kütle merkezinden geçen düşey doğrunun sağ tarafındaki bütün parçacıklara ait torkların toplamı, sol tarafındakilerle eşit büyüklüktedir ve bu torklar, birbirleriyle zıt yönlüdür. Bu nedenle toplam tork sıfır olur ve cisim dönmez. Cismin asılı olduğu ipteki gerilme kuvveti de cismin ağırlığına eşit büyüklükte ve zıt yönlü olduğundan cisim üzerindeki net kuvvet sıfır olur. Denge koşulları sağlandığı için cisim dengede kalır.

Türdeş olmayan ve kütle merkezi O noktası olan bir cisim esnemeyen ip ile hangi noktasından asılırsa asılınsın ipin doğrultusu kütle merkezinden geçmek zorundadır (Şekil 1.80).



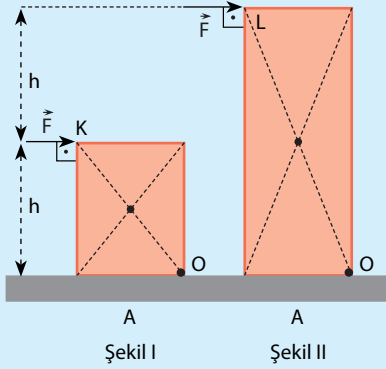
Şekil 1.80: Asılı hâldeki türdeş olmayan levhanın denge durumu

Yatay düzlemdeki bir cismin ağırlığı bulunduğu yüzeye her zaman diktir. Eğer cismin ağırlığının doğrultusu cismin taban sınırları içinde kalırsa cisim bulunduğu zemin üzerinde dengede kalır. Cismin ağırlığı  $\vec{G}$  ile  $\vec{N}$  zeminin tepki kuvvetinin O noktasına göre torkları birbirine eşit ve zıt yönlü olduğu için cisim dengededir (Şekil 1.81.a,b). Cismin ağırlığının doğrultusu, cismin taban sınırları içinden geçmezse cismin ağırlığının ve zeminin tepki kuvvetinin torkları birbirine eşit olmaz; bu nedenle cisim dengede kalmaz ve devrilir (Şekil 1.81.c).



Şekil 1.81: Bir yüzey üzerinde duran cisimlerin denge durumu

## 120. ÖRNEK

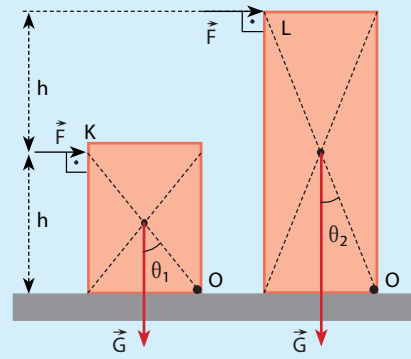


Şekil I ve Şekil II'de verilen aynı ağırlığa sahip  $h$  ve  $2h$  yüksekliğindeki taban alanı  $A$  olan cisimler,  $K$  ve  $L$  noktalarına eşit kuvvet uygulanarak  $O$  noktası etrafında devrilmek istenmektedir.

Buna göre hangi cisim daha önce devrilir?

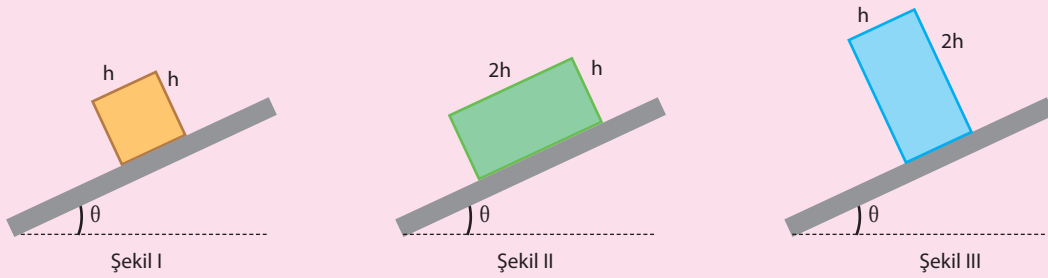
## ÇÖZÜM

Cisimler devrilirken  $O$  noktası etrafında dönme hareketi yapar. Cisimlerin devrilmesi için ağırlıklarının doğrultusunun tabanlarının dışına çıkması gerekir. Şekil I'deki cismin  $\theta_1$ , Şekil II'deki cismin  $\theta_2$  kadar döndürülmesi gerekir.  $\theta_1 > \theta_2$  olduğundan Şekil II'deki cismin ağırlığının doğrultusu daha önce taban alanının dışına çıkar. Buna göre taban alanları ve ağırlıkları aynı olan iki cisimden yüksek olan daha önce devrilir.



## 93. ALIŞTIRMA

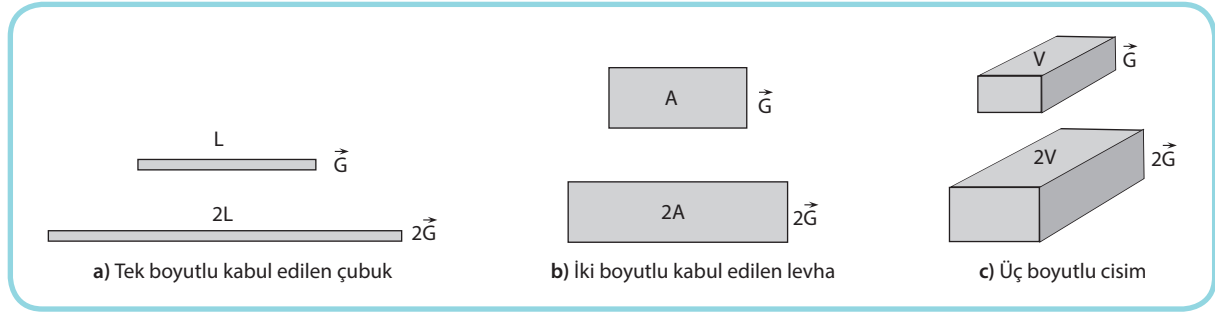
Aynı maddeden yapılmış boyutları  $h$  cinsinden verilen türdeş prizmalar, şekillerdeki gibi özdeş eğik düzlemler üzerinde dengededir. Eğik düzlemlerin eğim açısı bütün cisimler devrilinceye kadar artırılmaktadır.



Buna göre prizmaların devrilme sıralaması nedir?

## ÇÖZÜM





Şekil 1.82: Türdeş cisimlerin ağırlıklarının boyutları ile ilişkisi

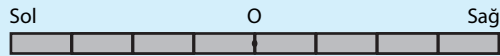
Özkütlesi aynı olan iki çubuktan uzunluğu  $L$  olanın ağırlığı  $G$  kadarsa uzunluğunun iki katına çıkarılması durumunda çubuğun ağırlığı  $2G$  olur (Şekil 1.82.a).

Özkütlesi aynı olan iki levhadan alanı  $A$  olanın ağırlığı  $G$  kadarsa alanının iki katına çıkarılması durumunda levhanın ağırlığı  $2G$  olur (Şekil 1.82.b).

Özkütlesi aynı olan iki cisimden hacmi  $V$  olanın ağırlığı  $G$  kadarsa hacminin iki katına çıkarılması durumunda cismin ağırlığı  $2G$  olur (Şekil 1.82.c).

Kesit uzunlukları diğer uzunluğunun yanında ihmal edilecek kadar küçük olan cisimler tek boyutlu olarak kabul edilebilir. Bu durumda özkütlesi aynı olan tek boyutlu cisimlerin ağırlıkları uzunluklarıyla doğru orantılı olur. Kalınlığı, yüzey alanı yanında küçük olan cisimler iki boyutlu olarak kabul edilebilir. Bu durumda özkütlesi aynı olan iki boyutlu cisimlerin ağırlıkları alanlarıyla doğru orantılı olur. Özkütlesi aynı olan üç boyutlu cisimlerden içi boş olanlarının ağırlıkları yüzey alanlarının toplamıyla, içi dolu olanlarının ağırlıkları ise hacimleriyle doğru orantılı olur.

### 121. ÖRNEK



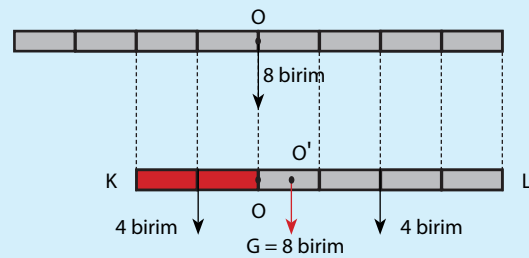
Eşit bölmeli türdeş çubuğun soldan ilk iki bölmesi, üç ve dördüncü bölmesi üzerine katlanırsa yeni oluşan şeklin ağırlık merkezi ilk durumuna göre ne kadar yer değiştirir?

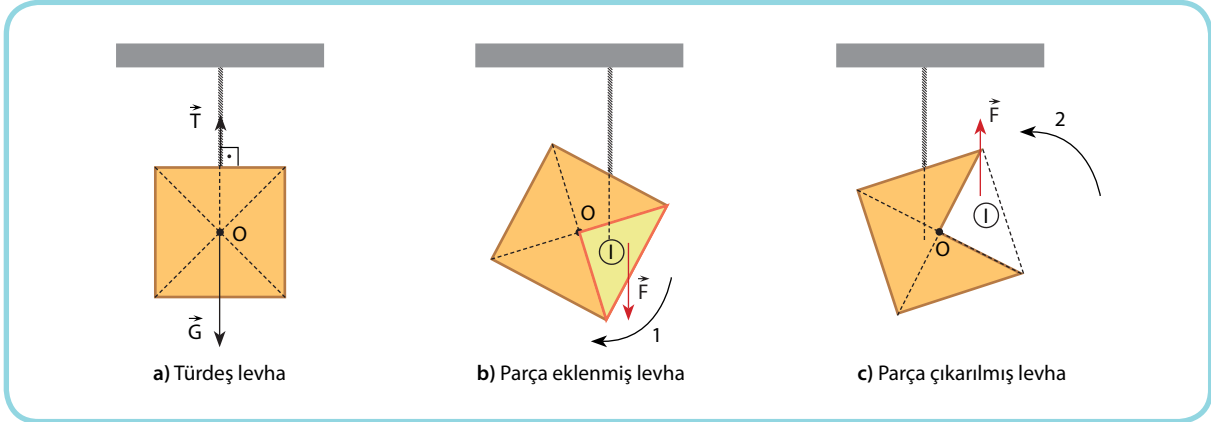
### ÇÖZÜM

İlk durumda çubuğun ağırlık merkezi  $O$  noktasındadır. Çubuğun uzunluğu 8 birim olduğundan ağırlığı 8 birim alınabilir.

Katlanmış hâldeki çubuğun uç noktaları şekildeki gibi  $K$  ve  $L$  ile gösterildiğinde çift katlı olan  $KO$  parçasının ağırlık merkezi bu parçanın ortasındadır ve 4 birim çubuktan meydana gelmiştir.  $OL$  parçasının ağırlık merkezi de bu parçanın ortasındadır ve yine 4 birim çubuktan meydana gelmiştir.

Kuvvet diyagramı şekildeki gibi çizildiğinde paralel ve aynı yönlü iki kuvvet elde edilir. Bu kuvvetlerin bileşkesinin uygulama noktası, çubuğun yeni ağırlık merkezini verir. Kuvvetler eşit olduğu için bileşkeleri de tam orta noktalarında ( $O'$ ) olur. Bu durumda çubuğun ağırlık merkezi, ilk durumuna göre sağ tarafa doğru  $\frac{1}{2}$  bölme yer değiştirmiştir.

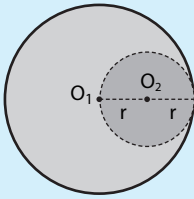




Şekil 1.83: Türdeş levhanın parça eklenme ve çıkarılma durumlarındaki denge durumu

Ağırlık merkezi O olan türdeş bir levha, esnemeyen ip ile asıldığında ağırlığının doğrultusu O noktasından geçecek şekilde dengede kalır (Şekil 1.83.a). Levha üzerindeki I numaralı bölmeye başka bir parça eklenirse levhanın dengesi 1 yönünde bozulur (Şekil 1.83.b). Levhanın I numaralı parçası çıkarılırsa levhanın dengesi 2 yönünde bozulur (Şekil 1.83.c). Bu nedenle sisteme eklenen parçaların ağırlığı aşağı yönde, sistemden çıkarılan parçaların ağırlığı ise yukarı yönde kuvvetle gösterilerek işlem yapılabilir.

## 122. ÖRNEK



$O_1$  merkezli ve  $2r$  yarıçaplı düzgün türdeş daire şeklindeki levhanın üzerine aynı maddeden yapılmış türdeş ve eşit kalınlıkta  $O_2$  merkezli ve  $r$  yarıçaplı bir daire levha yapıştırılmıştır.

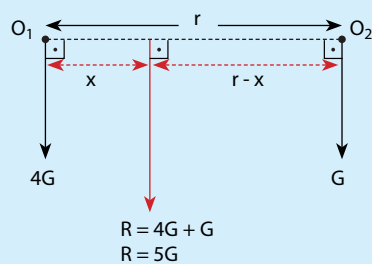
Buna göre oluşan cismin ağırlık merkezi  $O_1$ 'den kaç  $r$  uzaklıkta olur?

## ÇÖZÜM

Levha şeklindeki cisimlerin ağırlığı, levhanın alanı ile orantılıdır. Eklenen parçanın ağırlığı, aşağı yönde gösterilir.  $O_1$  merkezli daire  $\vec{G}_1$  ve  $O_2$  merkezli daire  $\vec{G}_2$  ağırlığında alınır.

$O_1$  merkezli parça için alan  $A_1 = \pi \cdot (2r)^2 = 4\pi \cdot r^2 \Rightarrow G_1 = 4G$  alındığında

$O_2$  merkezli parça için alan  $A_2 = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot r^2 \Rightarrow G_2 = G$  olur.

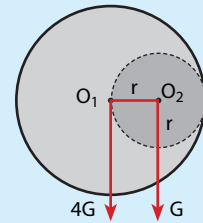


Oluşan paralel ve aynı yönlü kuvvetlerin bileşkesinin uygulama noktası, sistemin ağırlık merkezidir. Paralel ve aynı yönlü kuvvetlerin bileşkesi; kuvvetlerle aynı yönlü, kuvvetlerin arasında ve büyük olan kuvvete yakın olur.

Bileşke kuvvetin  $O_1$  noktasına olan uzaklığı  $x$  olarak alındığında  $4G$  ve  $G$  büyüklüğündeki kuvvetlerin bileşke kuvvetin uygulama noktasına göre torklarının büyüklükleri  $\tau_1 = \tau_2$  olmalıdır.

Buradan  $4G \cdot x = G \cdot (r - x) \Rightarrow 4x = r - x \Rightarrow 5x = r \Rightarrow x = \frac{r}{5}$  olarak bulunur.

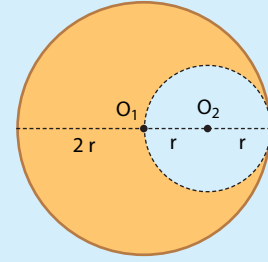
Sistemin ağırlık merkezi,  $O_1$  noktasından  $\frac{r}{5}$  kadar uzakta olur.



## 123. ÖRNEK

Ağırlığı  $\vec{G}_1$  olan  $O_1$  merkezli ve  $2r$  yarıçaplı türdeş levhadan  $\vec{G}_2$  ağırlığında  $r$  yarıçaplı ve  $O_2$  merkezli daire şeklindeki parça çıkarılmıştır.

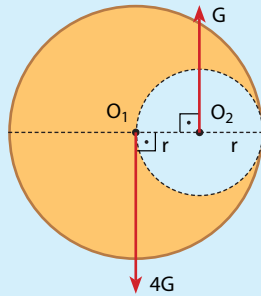
Buna göre yeni oluşan cismin ağırlık merkezi  $O_1$  noktasına kaç  $r$  uzaklıkta olur?



## ÇÖZÜM

Levha şeklindeki cisimlerin ağırlığı, levhanın alanı ile orantılıdır. Çıkarılan parçanın ağırlığı, yukarı yönlü kuvvet olarak alınır.

## I. Yol

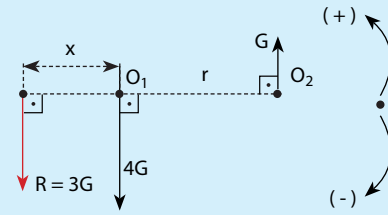


$O_1$  merkezli parça için alan  $A_1 = \pi \cdot (2r)^2 = 4\pi \cdot r^2$  ve  $G_1 = 4G$  alındığında  $O_2$  merkezli parça için alan  $A_2 = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot r^2$  ve  $G_2 = G$  olur.

Oluşan paralel ve zıt yönlü kuvvetlerin bileşkesinin uygulama noktası sistemin ağırlık merkezidir. Paralel ve zıt yönlü kuvvetlerin bileşkesi; büyük kuvvetle aynı yönlü, kuvvetlerin dışında ve büyük olan kuvvet tarafındadır.

Bileşke kuvvetin  $O_1$  noktasına olan uzaklığı  $x$  olarak alındığında  $4G$  ve  $G$  büyüklüğündeki kuvvetlerin bileşke kuvvetin uygulama noktasına göre torqlarının büyüklükleri arasındaki ilişki  $\tau_1 = \tau_2$  olmalıdır. Buradan

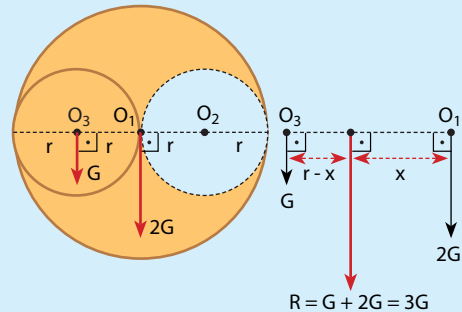
$4G \cdot x = G \cdot (r + x) \Rightarrow 4x = r + x \Rightarrow 3x = r \Rightarrow x = \frac{r}{3}$  olarak bulunur. Sistemin ağırlık merkezi,  $O_1$  noktasından  $\frac{r}{3}$  kadar uzakta olur.



II. Yol Sistemden çıkarılan  $O_2$  merkezli dairenin tam simetriğinden  $O_3$  merkezli özdeş dairenin de çıkarıldığı düşünülürse geriye kalan şekildeki taranmış parçanın ağırlık merkezi  $O_1$  noktası olur.

Büyük dairenin ağırlığı  $4G$  ve çıkarılan parçaların ağırlığı  $G + G = 2G$  olduğundan kalan parçanın ağırlığı  $O_1$  noktasında  $4G - 2G = 2G$  olur. Çıkarıldığı düşünülen  $O_3$  merkezli daire tekrar yerine yerleştirilip ağırlıklar gösterilirse paralel ve aynı yönlü kuvvetler elde edilmiş olur. Bu kuvvetlerin bileşkesinin uygulama noktası, ağırlık merkezini verir. Bileşke kuvvetin uygulama noktasının  $O_1$  noktasına olan uzaklığına  $x$  denirse

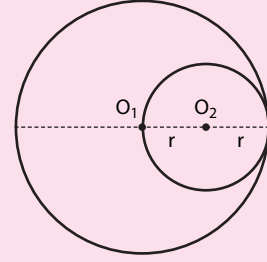
$2G \cdot x = G(r - x) \Rightarrow 3x = r \Rightarrow x = \frac{r}{3}$  olur.



## 94. ALIŞTIRMA

Aynı maddeden yapılmış homojen ve eşit kalınlıktaki düzgün tellerden oluşan  $2r$  yarıçaplı  $O_1$  merkezli çember ile  $r$  yarıçaplı  $O_2$  merkezli çember, şekildeki gibi birleştirilmiştir.

Buna göre oluşan cismin ağırlık merkezinin  $O_1$  noktasına olan uzaklığı kaç  $r$  olur?

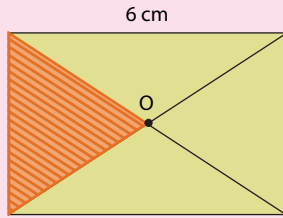


## ÇÖZÜM

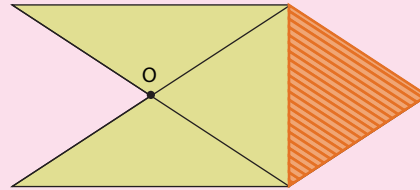


## 95. ALIŞTIRMA

Şekil I'deki bir kenarının uzunluğu  $6\text{ cm}$  olan  $O$  merkezli dikdörtgen biçimindeki türdeş levhanın taralı kısmı kesilerek Şekil II'deki gibi levhanın diğer kenarına eklenmektedir.



Şekil I



Şekil II

Buna göre oluşan cismin ağırlık merkezinin  $O$  noktasına olan uzaklığı kaç  $\text{cm}$  olur?

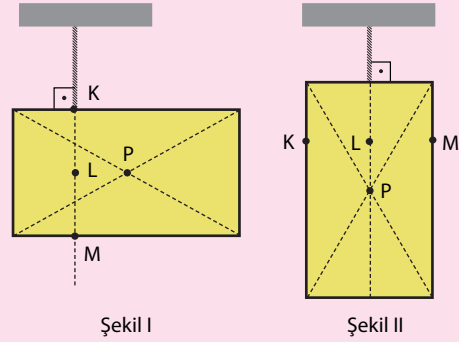
## ÇÖZÜM



## 96. ALIŞTIRMA

Dikdörtgen levha Şekil I ve Şekil II'deki gibi asılarak farklı iki biçimde dengelenmiştir.

Buna göre levhanın ağırlık merkezi hangi noktadadır?



## ÇÖZÜM

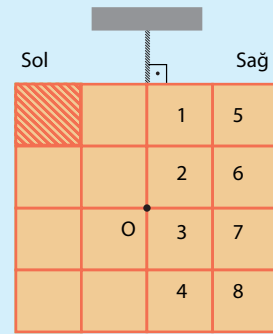


## 124. ÖRNEK

Kenar uzunlukları  $d$  ve her birinin ağırlığı  $G$  büyüklüğünde olan kare bölmelere ayrılmış levhanın ağırlık merkezi  $O$  noktası olup levha şekildeki gibi yatay dengededir.

Levhadan taralı parça çıkarıldığında

- Levhanın tekrar yatay dengede kalabilmesi için hangi parçalar çıkarılabilir?
- Levhanın ağırlık merkezinin değişmemesi için hangi parça çıkarılabilir?

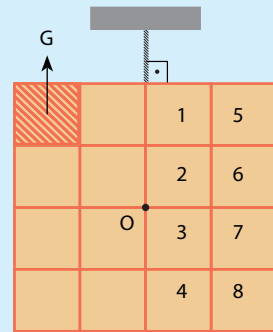


## ÇÖZÜM

- Taralı parça çıkarılırsa levhanın sol tarafına uygulanan torkun büyüklüğü  $\tau = G \cdot \frac{3}{2}d$  kadar azalır ve levhanın dengesi bozulur. Dengenin tekrar sağlanması için ip doğrultusunun sağ tarafından da aynı büyüklükte tork etkisine sahip bir parçanın çıkarılması gerekir. 5, 6, 7 ve 8 numaralı parçalar incelendiğinde her parçanın ip doğrultusuna göre ayrı ayrı torkunun büyüklüğünün  $\tau = G \cdot \frac{3}{2}d$  olduğu görülür. Bu parçalardan herhangi biri çıkarıldığında yatay denge tekrardan sağlanabilir.

1, 2, 3 ve 4 numaralı parçalar incelendiğinde her bir parçanın torkunun büyüklüğünün  $\tau = G \cdot \frac{1}{2}d$  olduğu görülür. Bu parçalardan herhangi üçü çıkarılırsa toplam  $\frac{3}{2}G \cdot d$  büyüklüğündeki kadar tork etkisine sahip parça çıkarılmış olur ve levhanın yatay dengesi yine sağlanabilir.

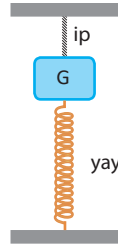
- Levhanın ağırlık merkezinin değişmemesi için çıkarılan parçaların ağırlık merkezlerinin levhanın ağırlık merkezine göre simetrik olması gerekir. Bu durumu da 8 numaralı parça sağlar.



## 9. BÖLÜM SONU SORULARI

1.  $\vec{G}$  ağırlığındaki cisim esnemeyen ipe tavana ve bir yay ile zemine sabitlenmiştir. Dengedeki sistemde ip gerilmesi  $\vec{T}_{ip}$ , yayda oluşan kuvvet  $\vec{T}_{yay}$ 'dir.

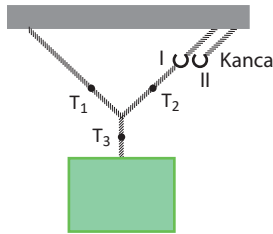
Buna göre  $\vec{G}$  ağırlığı arttırıldığında  $\vec{T}_{ip}$  ve  $\vec{T}_{yay}$  kuvvetlerinin büyüklükleri nasıl değişir?



## ÇÖZÜM



2. İplerle tavana asılmış  $\vec{G}$  ağırlığındaki cisim dengededir. İplerde oluşan gerilme kuvvetleri  $\vec{T}_1$ ,  $\vec{T}_2$  ve  $\vec{T}_3$ 'tür.

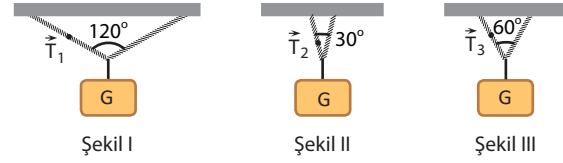


Buna göre ipin ucu I numaralı kancadan çıkarılıp II numaralı kancaya takıldığında iplerde oluşan gerilme kuvvetlerinin büyüklüğü nasıl değişir?

## ÇÖZÜM



3. Ağırlığı  $\vec{G}$  olan cisimler Şekil I, Şekil II ve Şekil III'teki gibi dengelenmiştir. Esnemeyen iplerdeki gerilme kuvvetleri  $\vec{T}_1$ ,  $\vec{T}_2$  ve  $\vec{T}_3$  kadardır.



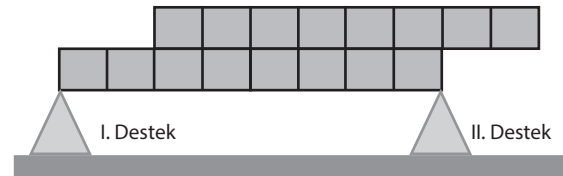
Buna göre iplerdeki gerilme kuvvetlerinin büyüklük sıralaması nedir?

( $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$  ve  $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  alınız.)

## ÇÖZÜM



4. Eşit bölmeli özdeş ve türdeş çubuklar şekildeki gibi dengededir. I ve II desteklerinin tepki kuvvetlerinin büyüklükleri  $N_1$  ve  $N_2$  kadar olmaktadır.



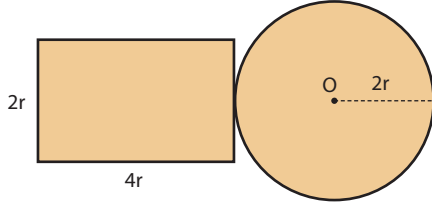
Buna göre tepki kuvvetlerin büyüklükleri  $\frac{N_I}{N_{II}}$  oranı kaçtır?

## ÇÖZÜM





5. Aynı maddeden yapılmış aynı kalınlıktaki türdeş dikdörtgen ve dairesel levhalar şekildeki gibi birleştirilmiştir.

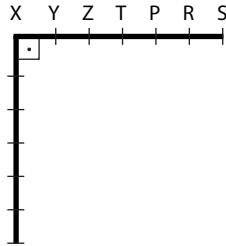


Buna göre sistemin ağırlık merkezi, O noktasından kaç r uzaklıktadır? ( $\pi = 3$  alınınız.)

### ÇÖZÜM



6. Eşit bölmelere ayrılmış türdeş ve düzgün tel, tam ortasından dik açı yapacak şekilde büküldükten sonra şekildeki konumda tutulmaktadır.

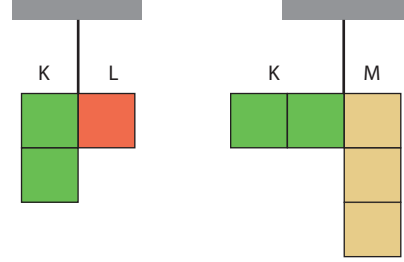


Buna göre tel hangi nokta ya da noktalar arasından asılıp serbest bırakılırsa telin konumu değişmez?

### ÇÖZÜM



7. Homojen ve eşit bölmeli parçalardan oluşan K, L ve M cisimleri Şekil I ve Şekil II'deki gibi dengededir.



Şekil I

Şekil II

Buna göre K, L ve M cisimlerinin  $\vec{G}_K$ ,  $\vec{G}_L$  ve  $\vec{G}_M$  ağırlıklarını büyüklüklerine göre sıralayınız.

### ÇÖZÜM



8. Dünyanın en yüksek binası, 828 m yüksekliğindeki Burj Khalifa'dır (Burj Halifa).



Bu gökdelenin kütle merkezi ile ağırlık merkezinin aynı noktada olup olmadığını açıklayınız.

### ÇÖZÜM



## 1.10. BASİT MAKİNELER



a) Efes Antik Kenti



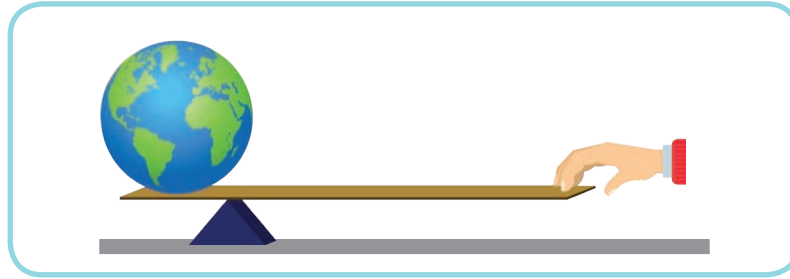
b) Keops Piramidi



c) Sümela Manastırı

Görsel 1.23: Tarihi yapılar

Çağlar boyunca insanlar, farklı amaçlarla pek çok yapı inşa etmişlerdir (Görsel 1.23). Teknolojinin henüz gelişmediği dönemlerde insanların çok büyük taşları oldukça yükseğe nasıl çıkardığı ve bu yapıları nasıl inşa ettiği hep bir merak konusu olmuştur. İnsanlar akıllarını kullanıp kendi güçlerinin üstünde olan işleri yapmak için makineler icat etmişlerdir. Araştırmalarının büyük bir bölümü kaldıraç sistemi ve kuvvet dengesi üzerine olan ünlü matematikçi ve fizikçi Archimedes (Arşimed), "Bana yeterince uzun bir kaldıraç ve sağlam bir destek verin, Dünya'yı yerinden oynatayım." diyerek aslında büyük ağırlıkların bile insan gücü ile yerinden kaldırılabilceğine işaret etmiştir (Şekil 1.84).



Şekil 1.84: Kaldıraç kullanılarak çok ağır yüklerin kaldırılması

İnsanların icat ettiği birtakım makineler onların hayatlarını kolaylaştırmış, işlerini daha çabuk yapmalarını sağlamıştır. Günlük yaşantımızda iş yapma kolaylığı sağlayan araçlara **basit makineler** denir. Basit makineler iş kolaylığı sağlamak amacıyla kullanılır ancak işin yapılması için gereken enerjiden kazanç sağlanmaz. İdeal bir basit makinede kuvvetin yaptığı iş, yüke aktarılan enerjiye eşit olur. Kuvvetin yönünü ve büyüklüğünü değiştirerek iş kolaylığı sağlayabilir.

Yapılan iş  $W = F \cdot x$  olarak ifade edildiğinden bir basit makinede kuvvetten kazanç sağlanırsa aynı oranda yoldan kayıp olur. Yoldan kazanç sağlanıp kuvvetten kayıp edilen durumlar da vardır. Basit makineler genellikle kuvvetten kazanç sağlamak için yapılmış araçlardır. Kuvvetten elde edilen bu kazançta **kuvvet kazancı** ya da **mekanik avantaj** adı verilir. Kuvvet kazancı, taşınan yükün sisteme uygulanan kuvvete oranıdır. Buna göre

$$\text{Kuvvet kazancı} = \frac{\text{Taşınan yük}}{\text{Uygulanan kuvvet}} \text{ olur. } \cancel{A}$$

Bir basit makinede taşınan yük ile sisteme uygulanan kuvvet eşit ise kuvvet kazancı 1 olur. Yük daha küçük bir kuvvetle dengelenirse bu durumda kuvvet kazancı 1'den büyük olur. Örneğin ağırlığı  $G$  büyüklüğünde olan yük, ağırlığının yarısı kadar bir kuvvetle dengelenirse

$$\text{Kuvvet kazancı} = \frac{G}{\frac{G}{2}} = 2 \text{ olur.}$$

Basit makinelerde enerji kazancı olmadığından  $W = F \cdot x$  eşitliğine göre kuvvet yarıya düştüğü için yol da iki katına çıkar. Bir basit makinede kuvvetten kazanç ne kadar büyükse yoldan kayıp o oranda fazladır.

Sürtünmelerin ihmal edildiği basit makineden alınan enerji, makineye verilen enerjiye enerjinin korunumu gereği eşittir. Böyle bir makinede verim %100 kabul edilir ancak sürtünmeden dolayı gerçekte durum böyle değildir. Makineden alınan enerji, makineye verilen enerjiden küçüktür. Enerji farkı azaldıkça verim artar. Bir makinenin verimi, makineden alınan enerjinin makineye verilen enerjiye oranından bulunur. Buna göre

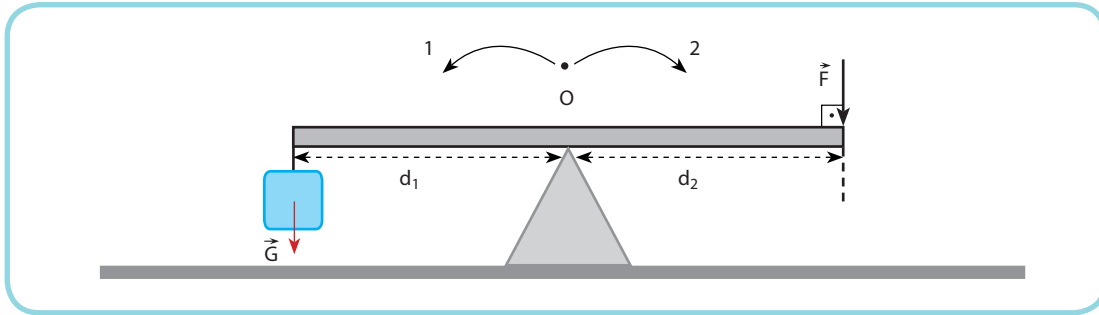
$$\text{Verim} = \frac{\text{Alınan enerji}}{\text{Verilen enerji}} \text{ olur. Yüzde (\%) verim bulunurken elde edilen değer 100 ile çarpılır.}$$

Kaldıraç, sabit ve hareketli makara, palanga, eğik düzlem, vida, çıkrık, çark ve kasnaklar basit makinelerden örnek olarak verilebilir.

## A) KALDIRAÇLAR

Bir destek noktası üzerinde hareket edebilen sistemlere **kaldıraç** denir. Kaldıraçlar; destek noktasının, yükün ve kuvvetin konumuna göre üç gruba ayrılır.

### Desteğin Yük ile Kuvvet Arasında Olduğu Kaldıraçlar



Şekil 1.85: Desteğin ortada olduğu kaldıraçta  $\vec{G}$  yükünün  $\vec{F}$  kuvvetiyle dengelenmesi

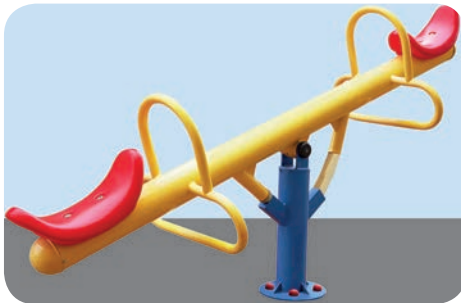
Destek üzerine yerleştirilmiş ağırlığı ihmal edilen bir çubuğun bir ucuna asılan  $\vec{G}$  ağırlıklı yük, desteğin diğer ucuna uygulanan  $\vec{F}$  kuvveti ile dengelendiğinde yükün ve uygulanan kuvvetin desteğe göre torklarının toplamı sıfır olur (Şekil 1.85).

$$\vec{\tau}_{\text{toplama}} = 0 \Rightarrow \vec{\tau}_G + \vec{\tau}_F = 0$$

$\vec{G}$  ağırlığı, çubuğu 1 yönünde;  $\vec{F}$  kuvveti ise 2 yönünde dönmeye zorlar. Bu nedenle

$$G \cdot d_1 = F \cdot d_2 \text{ olur.}$$

$d_1 < d_2$  ise  $F < G$  olacaktır ve yükü kaldırmak için yükün ağırlığından küçük bir kuvvet uygulanacaktır. Bu tür kaldıraçlarda kuvvetten kazanç olduğu için yoldan kayıp vardır.  $d_1 = d_2$  ise  $F = G$  olacağından kuvvetten kazanç yoktur. Tahterevalli, eşit kollu terazi ve makas desteğin arada olduğu kaldıraçlara örnek olarak verilebilir (Görsel 1.24).



a) Tahterevalli



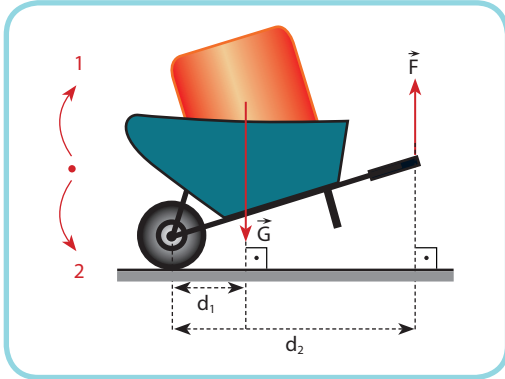
b) Eşit kollu terazi



c) Makas

Görsel 1.24: Desteğin yük ile kuvvet arasında olduğu kaldıraçlar

### Yükün Destek ile Kuvvet Arasında Olduğu Kaldıraçlar



Şekil 1.86: Yükün arada olduğu kaldıraçta  $\vec{G}$  yükünün  $\vec{F}$  kuvvetiyle dengelenmesi

Ağırlığı ihmal edilen el arabası ile taşınmak istenen  $\vec{G}$  ağırlıklı yük  $\vec{F}$  kuvveti ile dengelendiğinde yükün ve uygulanan kuvvetin, destek noktası olan tekerleğe göre torklarının toplamı sıfır olur (Şekil 1.86).

$$\vec{\tau}_{\text{toplam}} = 0 \implies \vec{\tau}_G + \vec{\tau}_F = 0$$

El arabasını  $\vec{G}$  ağırlığı, 1 yönünde;  $\vec{F}$  kuvveti ise 2 yönünde döndürmeye zorlar. Bu nedenle

$$G \cdot d_1 = F \cdot d_2 \text{ olur.}$$

Bu tür kaldıraçlarda her zaman  $d_1 < d_2$  olduğundan  $F < G$  olacaktır ve yükü kaldırmak için yükün ağırlığından daha küçük bir kuvvet uygulanacaktır. Bu durumda kuvvetten kazanç olduğu oranda yoldan kayıp vardır. Şişe açacağı ve ceviz kıracağı bu tür kaldıraçlara örnek olarak verilebilir (Görsel 1.25).



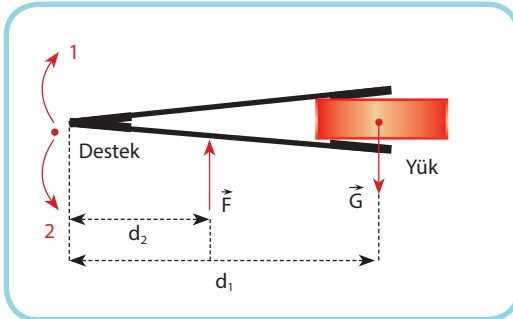
a) Şişe açacağı



b) Ceviz kıracağı

Görsel 1.25: Yükün destek ile kuvvet arasında olduğu kaldıraçlar

### Kuvvetin Destek ile Yük Arasında Olduğu Kaldıraçlar



Şekil 1.87: Yükün uçta kuvvetin arada olduğu kaldıraçta  $\vec{G}$  yükünün  $\vec{F}$  kuvvetiyle dengelenmesi

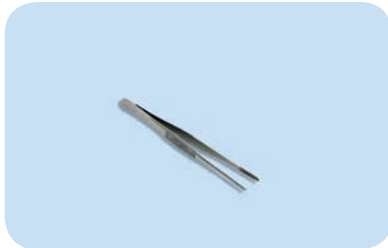
Ağırlığı ihmal edilen maşa kullanılarak  $\vec{G}$  yükü  $\vec{F}$  kuvveti ile dengelendiğinde yükün ve uygulanan kuvvetin, maşanın kollarının birleşim noktası olan destek noktasına göre torklarının toplamı sıfır olur (Şekil 1.87).

$$\vec{\tau}_{\text{toplam}} = 0 \implies \vec{\tau}_G + \vec{\tau}_F = 0$$

$\vec{G}$  ağırlığı, maşayı 1 yönünde;  $\vec{F}$  kuvveti ise 2 yönünde dönmeye zorlar. Bu nedenle

$$F \cdot d_2 = G \cdot d_1 \text{ olur.}$$

Bu tür kaldıraçlarda her zaman  $d_2 < d_1$  olduğundan  $G < F$  olacaktır ve yükü kaldırmak için yükten daha büyük bir kuvvet uygulanacaktır. Bu tür kaldıraçlarda kuvvetten kayıp oranında yoldan kazanç vardır. Cımbız ve kürek bu tür kaldıraçlara örnek olarak verilebilir (Görsel 1.26).



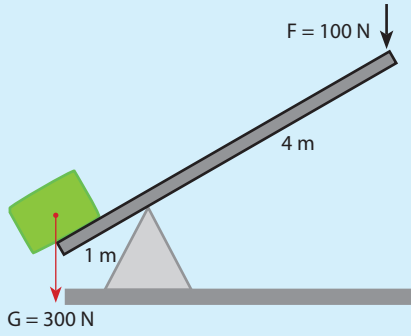
a) Cımbız



b) Kürek

Görsel 1.26: Kuvvetin destek ile yük arasında olduğu kaldıraçlar

## 125. ÖRNEK



Ağırlığı ihmal edilen çubuk üzerinde olan 300 N ağırlığındaki tırdeş bir cisim, 100 N büyüklüğündeki kuvvetle şekildeki gibi dengelenmektedir.

Buna göre kaldıraçın verimi nedir?

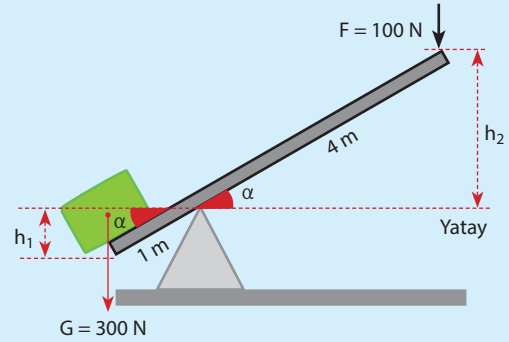
## ÇÖZÜM

Kaldıraçın cismi taşıyan ucunu sabit hızla yatay eksene getirebilmek için  $h_1$  kadar yükseltirken  $\vec{F}$  kuvveti uygulanan ucu  $h_2$  kadar aşağıya indirilmelidir.

$h_1$  ve  $h_2$  değerleri oranı  $\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{4}$  olur. Buna göre

$$\text{Verim} = \frac{\text{Alınan enerji}}{\text{Verilen enerji}}$$

$$\text{Verim} = \frac{G \cdot h_1}{F \cdot h_2} = \frac{300 \cdot 1}{100 \cdot 4} = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$



## 97. ALIŞTIRMA

Günlük hayatta karşılaştığınız ve kaldıraç özelliği taşıyan aletlere örnekler vererek bu aletlerin işlevlerini açıklayınız.

## ÇÖZÜM

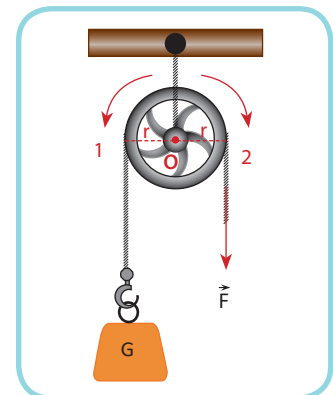


## B) SABİT VE HAREKETLİ MAKARALAR

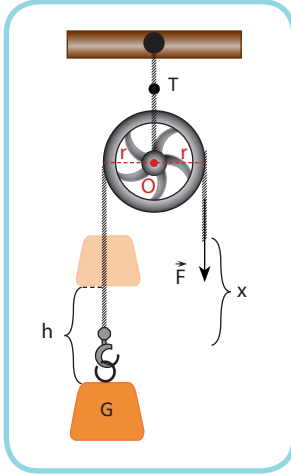
Merkezinden geçen eksen etrafında serbestçe dönebilen ve etrafına sarılı ipin çekilmesi ile dönme hareketi yapması sağlanan, tekerlek biçimindeki sistemlere **makara** denir. Makaralar, kuvvetten kazanç sağlamak ya da kuvvetin yönünü değiştirmek için kullanılır. Makaralar, basit makine sistemlerine kullanım amacına göre farklı şekillerde bağlanabilir.

## Sabit Makara

Merkezinden geçen sabit bir eksen etrafında dönen ve yükü taşıyan ip ile birlikte öteleme hareketi yapmayan makaralara **sabit makara** denir.  $\vec{G}$  ağırlıklı yük sabit makara kullanılarak  $\vec{F}$  kuvveti ile dengelenmek istenirse  $\vec{G}$  yükü, makarayı 1 yönünde dönmeye zorlarken uygulanan  $\vec{F}$  kuvveti ise makarayı 2 yönünde dönmeye zorlar (Şekil 1.88).



Şekil 1.88: Sabit makara ve  $\vec{G}$  yükünün dengelenmesi



Şekil 1.89: Sabit makaralı sistemde  $\vec{G}$  yükünün yer değiştirmesi

Sürtünme ve ip ağırlıklarının ihmal edildiği sistemlerde, sabit makara bu kuvvetlerin etkisinde dönmeyebilir ya da sabit hızla hareket ederse kuvvetlerin O noktasına göre toplam torku sıfır olur. Buna göre

$$G \cdot r = F \cdot r \Rightarrow G = F \text{ olur.}$$

$$\text{Kuvvet kazancı} = \frac{\text{Taşınan yük}}{\text{Uygulanan kuvvet}} = \frac{G}{F} = 1 \text{ olur.}$$

Kuvvetten kazanç olmadığı için yoldan da kayıp yoktur. Sabit makara sadece kuvvetin yönünü değiştirerek iş kolaylığı sağlar.

Sabit makara ile oluşturulan sistemde ip, F büyüklüğünde kuvvet ile x kadar aşağı yönde çekildiğinde  $\vec{G}$  ağırlıklı yük, h kadar yükselir (Şekil 1.89). Enerji korunumuna göre

$$G \cdot h = F \cdot x \text{ dir. Buna göre } F = G \text{ olduğundan } h = x \text{ olur.}$$

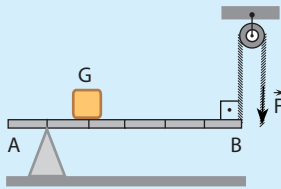
Sistem dengede ve makara ağırlığı ihmal edilmiş ise makaraya etkiyen net kuvvet sıfır olacağından makarayı taşıyan ipteki  $\vec{T}$  gerilme kuvveti

$$\vec{F}_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \vec{T} + \vec{G} + \vec{F} = 0 \Rightarrow T = G + F \text{ büyüklüğünde olur.}$$

Sistem dengede ve makara ağırlıklı ise makarayı taşıyan ipteki  $\vec{T}$  gerilme kuvveti

$$\vec{F}_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \vec{T} + \vec{G} + \vec{F} + \vec{G}_{\text{makara}} = 0 \Rightarrow T = G + F + G_{\text{makara}} \text{ büyüklüğünde olur. Makaranın ağırlıklı olması uygulanan kuvveti etkilemez. Sadece makarayı taşıyan ipteki } \vec{T} \text{ gerilme kuvvetini artırır.}$$

## 126. ÖRNEK



Ağırlığı  $2\vec{G}$  olan homojen ve her bir bölümü d uzunluğuna sahip yatay çubuk, üzerine ağırlığı  $\vec{G}$  olan cisim yerleştirilerek destek ve  $\vec{F}$  kuvveti ile şekildeki gibi dengelenmektedir.

Sürtünmeler ve ip ağırlığı ihmal edildiğine göre

- Sistemi dengede tutan  $\vec{F}$  kuvvetinin büyüklüğü kaç G olur?
- Desteğin tepki kuvvetinin büyüklüğü kaç G olur?

## ÇÖZÜM

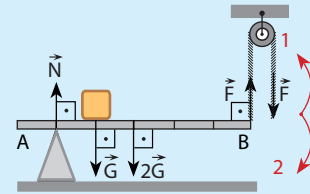
- Sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde ipin her noktasındaki gerilme kuvveti aynı olacağından sistemin kuvvet diyagramı çizilirken B noktasındaki ip gerilmesi  $\vec{F}$  olarak gösterilir. Homojen çubuğun ağırlığı, çubuğun tam orta noktasında  $2\vec{G}$  olarak gösterilirken desteğin tepki kuvveti şekilde gösterildiği gibi  $\vec{N}$  olur.

Dengedeki sistemin herhangi bir noktaya göre toplam torku sıfır olmalıdır. Tork desteğe göre alındığında yükün ve çubuğun ağırlığı sistemi 2 yönünde dönmeye zorlarken B noktasına etki eden  $\vec{F}$  kuvveti 1 yönünde dönmeye zorlar.

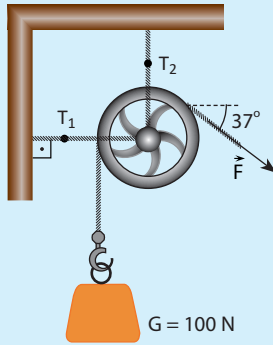
$$\vec{\tau}_{\text{toplam}} = 0 \Rightarrow G \cdot d + 2G \cdot 2d = F \cdot 5d \Rightarrow 5G = 5F \Rightarrow F = G \text{ olarak bulunur.}$$

- Dengedeki sisteme etkiyen net kuvvet sıfır olmalıdır. Buna göre

$$\vec{F}_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \vec{N} + \vec{F} + \vec{G}_{\text{cisim}} + \vec{G}_{\text{çubuk}} = 0 \Rightarrow N + F = 3G \Rightarrow N + G = 3G \Rightarrow N = 2G \text{ olur.}$$



## 127. ÖRNEK



Sürtünmelerin ihmal edildiği, makara ağırlığının 40 N olduğu ve esnemeyen iplerle kurulan sistemde 100 N ağırlığındaki cisim,  $\vec{F}$  kuvveti ile dengelenmiştir.

Buna göre iplerdeki gerilme kuvvetlerinin büyüklüklerinin  $\frac{T_1}{T_2}$  oranı kaçtır? ( $\sin 37^\circ = 0,6$  ve  $\cos 37^\circ = 0,8$ ) alınınız.

## ÇÖZÜM

Sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde aynı ip üzerindeki tüm noktaların gerilmesi aynı olduğundan 100 N büyüklüğündeki cismi dengeleyen ipteki gerilme kuvveti de  $F = 100$  N olur.

Sistem dengede olduğundan makaraya etkiyen kuvvetlerin toplamı sıfırdır. Bu nedenle  $\vec{F}$  kuvveti bileşenlerine ayrıldığında

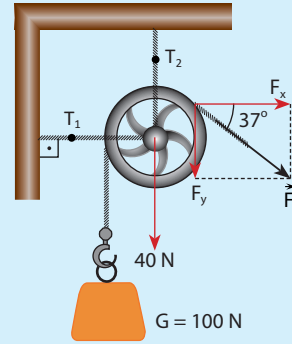
$$F_x = F \cdot \cos 37^\circ = F \cdot 0,8 = 100 \cdot 0,8 = 80 \text{ N}$$

$$F_y = F \cdot \sin 37^\circ = F \cdot 0,6 = 100 \cdot 0,6 = 60 \text{ N olur.}$$

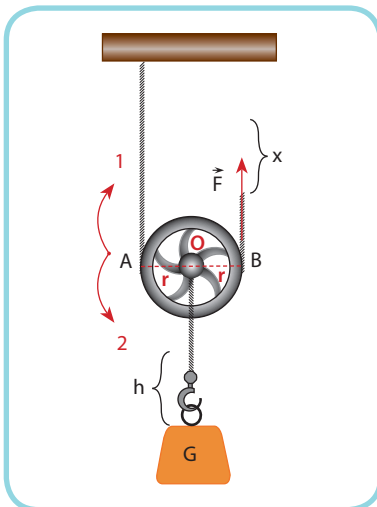
Dengedeki sabit makarada makarayı sola çeken kuvvetlerin büyüklüklerinin toplamı, sağa çeken kuvvetlerin büyüklüklerinin toplamına eşit olmalıdır.  $T_1 = F_x = 80$  N

Dengedeki sabit makarada makarayı yukarı çeken kuvvetlerin büyüklüklerinin toplamı, aşağı çeken kuvvetlerin büyüklüklerinin toplamına eşit olmalıdır.

$$T_2 = F_y + G_{\text{makara}} + G \Rightarrow T_2 = 60 + 40 + 100 = 200 \text{ N} \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{80}{200} = \frac{2}{5} \text{ olarak bulunur.}$$



## Hareketli Makaralar



Şekil 1.90: Hareketli makarada  $\vec{G}$  yükünün dengelenmesi

Etrafına sarılmış ip aracılığı ile dönerek yüklerle birlikte öteleme hareketi yapan makarayla oluşturulan sisteme **hareketli makara** denir. Bu tür makaralar, makaranın çevresinden geçen ipe bir kuvvet uygulandığında yük ile birlikte hareket eder.

Ağırlığı ihmal edilen hareketli makarada makara çevresinden geçen ipe yükü dengeleyebilecek  $\vec{F}$  kuvveti uygulanırsa makara sabit hızla dönerek yükselmeye başlar.  $\vec{F}$  kuvveti, makarayı A noktasına göre 2 yönünde,  $\vec{G}$  yükü 1 yönünde dönmeye zorlar (Şekil 1.90). Sistem dengede olduğunda kuvvetlerin A noktasına göre torkları eşit olur. Buna göre

$$F \cdot 2r = G \cdot r \Rightarrow F = \frac{G}{2} \text{ dir. Bu durumda}$$

$$\text{Kuvvet kazancı} = \frac{\text{Taşınan yük}}{\text{Uygulanan kuvvet}} = \frac{G}{F} = \frac{G}{\frac{G}{2}} = 2$$

olur. Hareketli makarada kuvvetten iki kat kazanç elde edilir, yoldan ise iki kat kaybedilir.

Makara ağırlığının ihmal edildiği sistemde makara çevresindeki ip  $\vec{F}$  kuvveti ile  $x$  kadar çekilirse enerji korunumuna göre  $\vec{G}$  ağırlıklı cisim

$$F \cdot x = G \cdot h \implies \frac{G}{2} \cdot x = G \cdot h \implies h = \frac{x}{2} \text{ kadar yükselir.}$$

Hareketli makaranın kendi ağırlığı olması durumunda  $\vec{G}$  yükünü dengeleyen kuvvet sistemin dönme noktası olan A noktasına göre tork alınarak

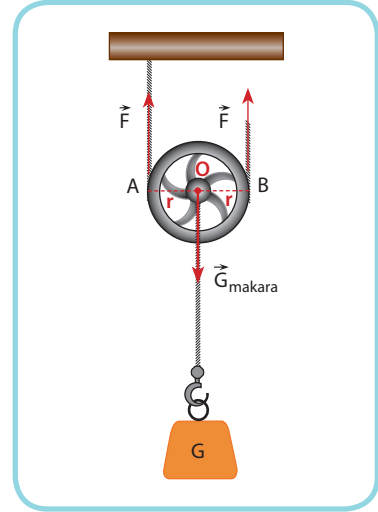
$$F \cdot 2r = (G + G_{\text{makara}}) \cdot r \implies F = \frac{G + G_{\text{makara}}}{2} \text{ ile bulunur (Şekil 1.91).}$$

Sistem dengede olduğunda net kuvvet sıfıra eşit olacağından  $\vec{F}$  kuvveti

$\vec{F}_{\text{net}} = 0$  ile de bulunabilir. Buna göre

$$\vec{F} + \vec{F} + \vec{G} + \vec{G}_{\text{makara}} = 0$$

$$2F = G + G_{\text{makara}} \implies F = \frac{G + G_{\text{makara}}}{2} \text{ olur.}$$

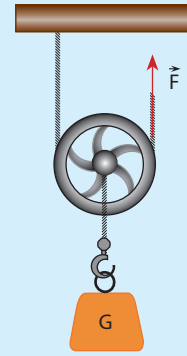


Şekil 1.91: Ağırlıklı ve hareketli makarada yükü dengeleyen kuvvet

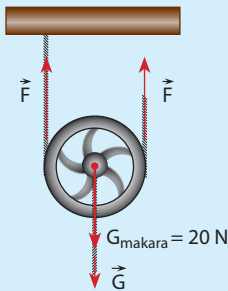
### 128. ÖRNEK

20 N ağırlığındaki hareketli makara ile  $\vec{G}$  ağırlıklı cisim şekildeki gibi  $\vec{F}$  kuvvetiyle dengelenmektedir.

**Kuvvetin uygulandığı ip en fazla 50 N gerilme kuvvetine dayanabildiğine göre hareketli makara ile en fazla kaç N yük taşıyabilir?**



### ÇÖZÜM



Sistem dengede olduğuna göre makaraya etki eden net kuvvet sıfırdır.

$$\vec{F}_{\text{net}} = 0$$

$$\vec{F} + \vec{F} + \vec{G} + \vec{G}_{\text{makara}} = 0 \implies F + F = G + G_{\text{makara}}$$

İp en fazla 50 N kuvvete dayanabildiğinden  $F = 50$  N'dır. Buna göre

$$2 \cdot 50 = G + 20 \implies G = 80 \text{ N olur.}$$

### 98. ALIŞTIRMA

Günlük hayatta karşılaştığınız sabit ve hareketli makaraların kullanıldığı sistem ve yerlere örnekler vererek işlevlerini açıklayınız.

### ÇÖZÜM





### C) PALANGALAR

İki ya da daha fazla makaranın farklı şekillerde bağlanmasıyla elde edilen sisteme **palanga** denir. Palanga sistemi dengede ise sisteme etki eden net kuvvet sıfırdır.

Makara ağırlığının ihmal edildiği ve uygulanan kuvvet ile yükün farklı makaralarda olduğu palangalarda yük ile kuvvet arasındaki ilişkiyi bulmak için önce iplerdeki gerilme kuvvetleri gösterilmelidir. Palangalarda yük, hareketli makaralara asıldığından hareketli gruba bu grubu taşıyan ip sayısı kadar yukarı yönlü kuvvet uygulanmış demektir. Bu kuvvetlerin büyüklüklerinin toplamı yüke eşittir.

Yükü taşıyan makara üzerindeki kuvvetlerden

$$F + F = G \Rightarrow F = \frac{G}{2} \text{ olur (Şekil 1.92). Bu durumda}$$

$$\text{Kuvvet kazancı} = \frac{\text{Taşınan yük}}{\text{Uygulanan kuvvet}}$$

$$\text{Kuvvet kazancı} = \frac{G}{F} = \frac{G}{\frac{G}{2}} = 2 \text{ olur.}$$

Kuvvetten iki kat kazanç sağlanırken yoldan da iki kat kayıp vardır. Makara ağırlıkları ihmal edilen sistemde  $\vec{F}$  kuvveti uygulanarak ip  $x$  kadar çekildiğinde  $\vec{G}$  yükü  $h$  kadar yükselirse enerji korunumuna göre

$$F \cdot x = G \cdot h \Rightarrow \frac{G}{2} \cdot x = G \cdot h$$

$$h = \frac{x}{2} \text{ olur.}$$

Makara ağırlığının ihmal edildiği ve kuvvet ile yükün aynı makarada olduğu palangalarda yük ile kuvvet arasındaki ilişkiyi bulmak için önce iplerdeki gerilme kuvvetleri gösterilmelidir.

Yükü taşıyan makara üzerindeki kuvvetlerin büyüklüklerinden

$$F + F + F = G \Rightarrow F = \frac{G}{3} \text{ olur (Şekil 1.93).}$$

Bu durumda

$$\text{Kuvvet kazancı} = \frac{\text{Taşınan yük}}{\text{Uygulanan kuvvet}}$$

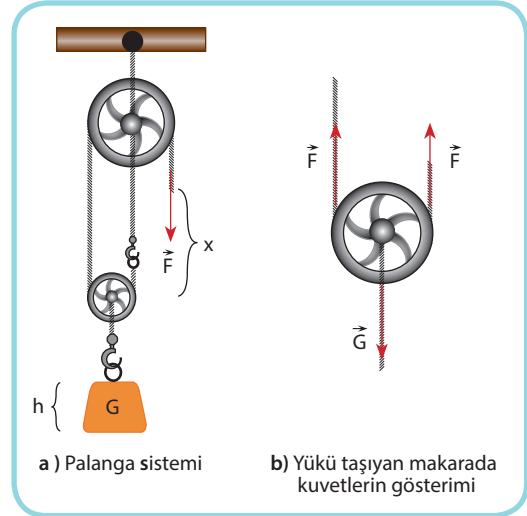
$$\text{Kuvvet kazancı} = \frac{G}{F} = \frac{G}{\frac{G}{3}} = 3 \text{ olur.}$$

Makara ağırlığının ihmal edildiği sistemde  $F$  büyüklüğünde kuvvet uygulanarak ip  $x$  kadar çekildiğinde  $\vec{G}$  yükü  $h$  kadar yükselirse enerji korunumuna göre

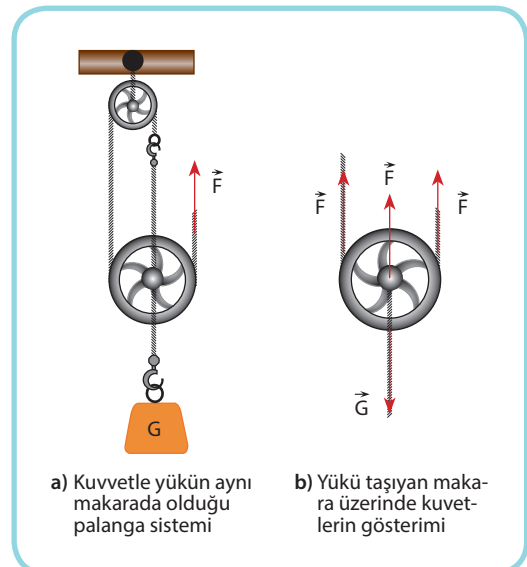
$$F \cdot x = G \cdot h$$

$$\frac{G}{3} \cdot x = G \cdot h \Rightarrow h = \frac{x}{3} \text{ olur.}$$

Kuvvetten üç kat kazanç sağlanırken yoldan üç kat kayıp vardır.



Şekil 1.92: Palanga sistemi ve kuvvetlerin gösterimi



Şekil 1.93: Kuvvetle yükün aynı makarada olduğu palanga sistemi ve kuvvetlerin gösterimi

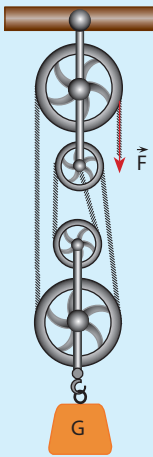
## 99. ALIŞTIRMA

Günlük hayatta karşılaştığınız palangaların kullanıldığı sistem ve yerlere örnekler vererek işlevlerini açıklayınız.

## ÇÖZÜM



## 129. ÖRNEK



Ağırlığı ihmal edilen makaralarla ve esnemeyen iple kurulan palanga sisteminde 80 N ağırlığındaki  $\vec{G}$  yükü,  $\vec{F}$  kuvvetiyle şekildeki gibi dengelenmektedir.

Buna göre  $\vec{F}$  kuvveti kaç N olur?

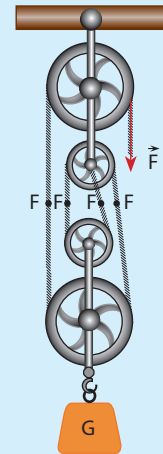
## ÇÖZÜM

Yükü taşıyan hareketli makaralar ile oluşan sistemin çevresinden geçen iplerdeki gerilme kuvvetleri şekildeki gibi gösterildiğinde

$\vec{F}_{\text{net}} = 0$  olacağından kuvvetlerin büyüklüğü

$$4F = G = 80 \text{ N}$$

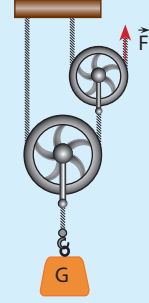
$$F = 20 \text{ N olur.}$$



## 130. ÖRNEK

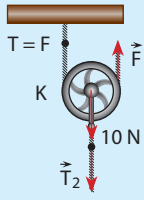
Sürtünmelerin ihmal edildiği 10 N ağırlığındaki makaralarla şekildeki gibi kurulan sistemde 50 N ağırlığındaki cisim,  $\vec{F}$  kuvvetiyle dengelenmektedir.

Buna göre  $\vec{F}$  kuvvetinin büyüklüğü kaç N olur?



## ÇÖZÜM

Aynı ip üzerinde aynı gerilme kuvveti vardır. Bu nedenle  $T_1 = F$  olur. Sisteme etkiyen kuvvetler şekildeki gibi gösterilir. Sistem dengede olduğundan sisteme etkiyen net kuvvet sıfır olur.

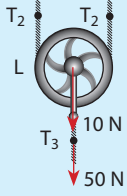


K makarasına etki eden kuvvetlerin dengesinden

$$F + F = T_2 + 10$$

$$2F = T_2 + 10$$

$$T_2 = 2F - 10 \text{ olur.}$$

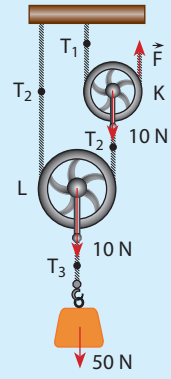


L makarasına etki eden kuvvetlerin dengesinden

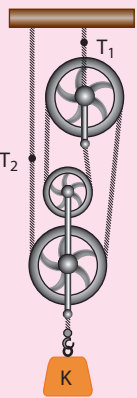
$$T_2 + T_2 = 50 + 10$$

$$2T_2 = 60 \text{ olur. } T_2 = 2F - 10 \text{ olduğundan}$$

$$2(2F - 10) = 60 \implies 4F - 20 = 60 \implies 4F = 80 \implies F = 20 \text{ N olur.}$$



## 100. ALIŞTIRMA



Sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde K cismi ve makaralar 20 N ağırlığındadır.

Buna göre esnemeyen iplerde oluşan gerilme kuvvetlerinin büyüklükleri  $\frac{T_1}{T_2}$  oranını kaçtır?

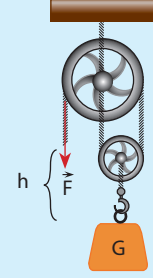
## ÇÖZÜM



## 131. ÖRNEK

Ağırlığı  $\vec{G}$  olan cisim  $\vec{F}$  kuvveti ile şekildeki gibi  $h$  kadar çekilerek sabit hızla yükseltilmektedir.

Makaraların her birinin ağırlığı  $\vec{G}$  olduğuna göre sistemin verimi nedir?



## ÇÖZÜM

Sistemin verimini bulmak için yüke aktarılan ve kuvvetin yaptığı işlerin ayrı ayrı bulunması gerekir. Sistem bir hareketli ve bir sabit makaradan oluşmuştur.  $\vec{F}$  kuvveti ile ip  $h$  kadar çekilirse  $\vec{G}$  ağırlıklı cisim  $\frac{h}{2}$  kadar yükselir. Sisteme etki eden kuvvetler şekildeki gibi gösterilir.

Hareketli makara üzerinde denge şartı  $F_{\text{net}} = 0$  uygulanırsa

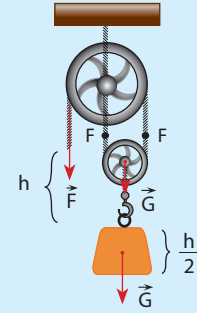
$$2F = G + G \Rightarrow 2F = 2G \Rightarrow F = G \text{ olur.}$$

Kuvvetin yaptığı iş  $W_F = F \cdot h = G \cdot h$

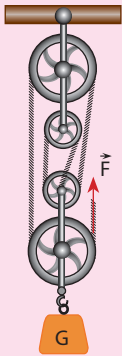
Yüke aktarılan enerji  $W_G = G \cdot \frac{h}{2}$

Sistemin verimi

$$\text{Verim} = \frac{\text{Alınan enerji}}{\text{Verilen enerji}} = \frac{G \cdot \frac{h}{2}}{G \cdot h} = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$



## 101. ALIŞTIRMA



Ağırlığı ihmal edilen makaralarla kurulan palanga sisteminde  $\vec{G}$  ağırlıklı yük, büyüklüğü 15 N olan  $\vec{F}$  kuvvetiyle şekildeki gibi dengelenmektedir.

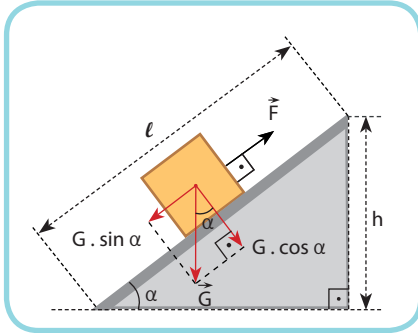
Buna göre  $\vec{G}$  ağırlığı kaç N olur?



## ÇÖZÜM



## Ç) EĞİK DÜZLEM



Şekil 1.94: Eğik düzlem üzerindeki yükün dengede kalması

$F = G \cdot \sin \alpha$  olur.

$\sin \alpha = \frac{h}{l}$  olduğundan

$F = G \frac{h}{l} \Rightarrow F \cdot l = G \cdot h$  olur.

Sürtünmelerin ihmal edildiği eğik düzlemde bir cismi sabit hızla çeken  $\vec{F}$  kuvvetinin yaptığı iş, cismin kazandığı potansiyel enerjiye eşittir.  $l > h$  olduğundan  $G > F$ 'dir. Eğik düzlemde yoldan kaybedilerek kuvvetten kazanç sağlanmış olur. Bedensel engelli bireylerin ulaşım hakları doğrultusunda günlük yaşamda kullanabilecekleri rampalar eğik düzlemin kullanıldığı yerlerdendir (Görsel 1.27).

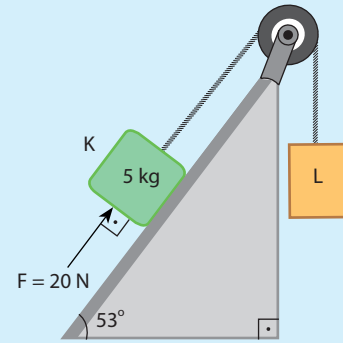


Görsel 1.27: Engelli rampası

### 132. ÖRNEK

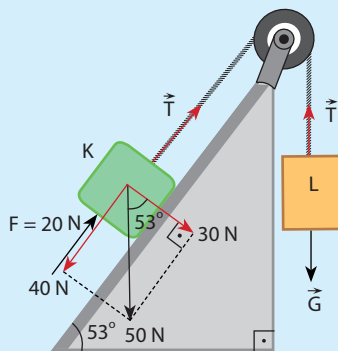
Sürtünmelerin ihmal edildiği eğik düzlemde L cismi ile 5 kg kütleli K cismi 20 N büyüklüğünde kuvvetle şekildeki gibi dengelenmektedir.

**Buna göre L cisminin ağırlığının büyüklüğü kaç N olur?**  
( $\sin 53^\circ = 0,8$ ;  $\cos 53^\circ = 0,6$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)



### ÇÖZÜM

Eğik düzlemdeki yüke etkiyen kuvvetler şekildeki gibi gösterilir.



$$G_K = m \cdot g = 5 \cdot 10 = 50 \text{ N}$$

$$G_{Kx} = G \cdot \sin 53^\circ = 50 \cdot 0,8 = 40 \text{ N}$$

$$G_{Ky} = G \cdot \cos 53^\circ = 50 \cdot 0,6 = 30 \text{ N}$$

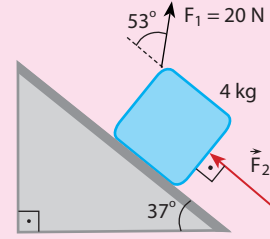
Sistem dengede olduğuna göre sisteme etkiyen net kuvvetin sıfıra eşit olması gerekir. Bu nedenle K cismini eğik düzlemde aşağıya çeken kuvvetlerin toplamı, yukarı çeken kuvvetlerin toplamına eşittir.

$$G_{Kx} = F + T \Rightarrow 40 = 20 + T \Rightarrow T = 20 \text{ N olur. Aynı şekilde L cismi için de net kuvvet sıfıra eşit olacağından } G = T \Rightarrow G = 20 \text{ N olur.}$$

## 102. ALIŞTIRMA

Sürtünmelerin ihmal edildiği eğik düzlemdeki 4 kg kütleli cisme  $\vec{F}_1$  ve  $\vec{F}_2$  kuvvetleri şekildeki gibi uygulanmaktadır.

$\vec{F}_1$  kuvvetinin büyüklüğü 20 N olduğuna göre cismin dengede kalabilmesi için  $\vec{F}_2$  kuvvetinin büyüklüğü kaç N olmalıdır?  
( $\cos 37^\circ = 0,8$ ;  $\sin 37^\circ = 0,6$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)



## ÇÖZÜM



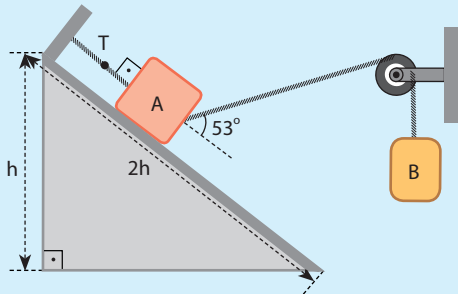
## 103. ALIŞTIRMA

Günlük hayatta karşılaştığınız eğik düzlemlerin kullanıldığı sistem ve yerlere örnekler vererek işlevlerini açıklayınız.

## ÇÖZÜM



## 133. ÖRNEK



Sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde ağırlıkları 20 N olan A cismi ile 10 N olan B cismi şekildeki gibi dengededir.

Buna göre  $\vec{T}$  gerilme kuvvetinin büyüklüğü kaç N olur?  
( $\sin 53^\circ = 0,8$  ve  $\cos 53^\circ = 0,6$  alınınız.)

## ÇÖZÜM

Eğik düzlemdeki A cisminin ağırlığının eğik düzleme paralel bileşeni bulmak için

$F \cdot L = G \cdot h$  eşitliği kullanılırsa

$$G_{Ax} \cdot 2h = 20 \cdot h \Rightarrow G_{Ax} = 10 \text{ N bulunur.}$$

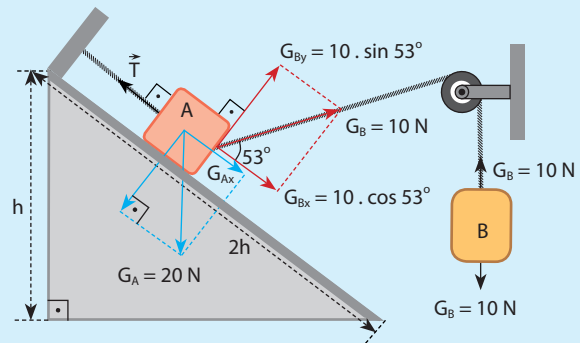
Tüm kuvvetlerin eğik düzleme paralel ve dik bileşenleri şekildeki gibi gösterilirse

$$G_{Bx} = G_B \cdot \cos 53^\circ \Rightarrow G_{Bx} = 10 \cdot 0,6 = 6 \text{ N}$$

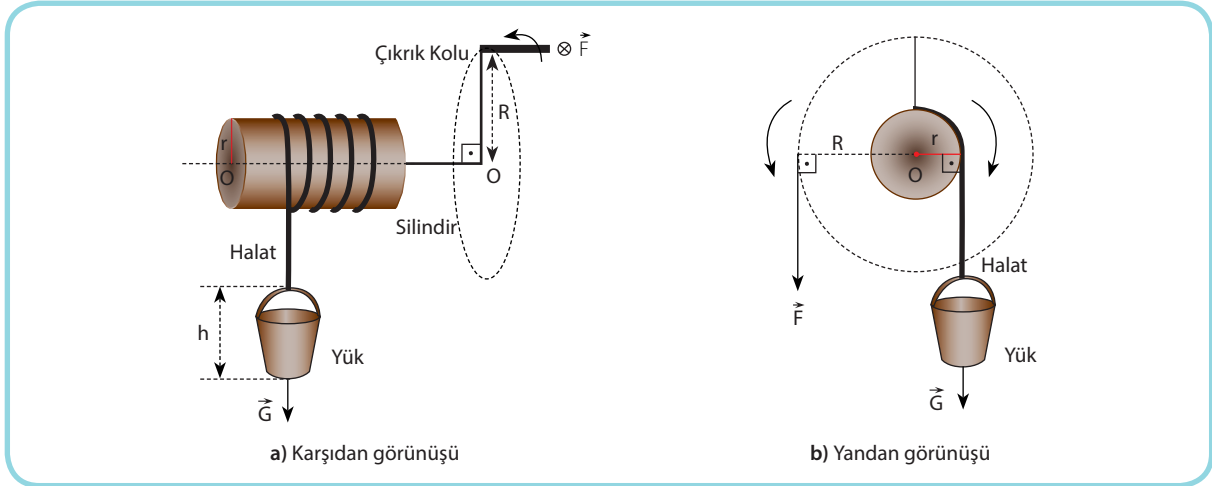
$$G_{By} = G_B \cdot \sin 53^\circ \Rightarrow G_{By} = 10 \cdot 0,8 = 8 \text{ N olur.}$$

Sistem dengede olduğuna göre A cismi üzerindeki toplam kuvvet sıfırdır.

$$\text{Buna göre } T = G_{Ax} + G_{Bx} \Rightarrow T = 10 + 6 \Rightarrow T = 16 \text{ N olur.}$$



## D) ÇIKRIK



Şekil 1.95: Çıkrık

Eski çağlardan beri kullanılan **çıkrık**; merkezinden geçen eksen etrafında dönebilen bir silindir, silindirin merkezine bağlı bir kol ve üzerine sarılı halat ya da zincirden oluşmuş bir sistemdir (Şekil 1.95.a). Bisiklet pedalı, kapı kolu ve kapı anahtarı çıkrık sistemi örnekleridir. Çıkrık sisteminde  $\vec{G}$  ağırlığı ile onu dengelemeye çalışan  $\vec{F}$  kuvveti çıkrığı farklı yönlerde dönmeye zorlar (Şekil 1.95.b). Yükün dengelenebilmesi için  $\vec{G}$  ağırlığı ve  $\vec{F}$  kuvvetinin O eksenine göre torkları eşit büyüklükte olmalıdır.

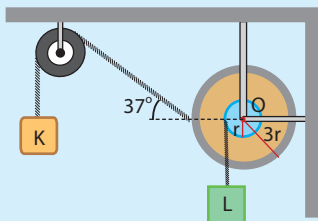
Buna göre  $F \cdot R = G \cdot r$  olur.

Çıkrık kolu  $F$  büyüklüğünde kuvvetle bir tur döndürüldüğünde ipin sarılı olduğu silindir de bir tur döner. Yük, silindirin çevresi kadar yer değiştirir. Çıkrık kolu  $n$  tur döndüğünde yük  $h$  kadar yer değiştirirse enerji korunumuna göre kuvvetin yaptığı iş, yüke aktarılan enerjiye eşit olur. Buna göre

$$F \cdot 2\pi \cdot R \cdot n = G \cdot h \Rightarrow \frac{G \cdot r}{R} 2\pi \cdot R \cdot n = G \cdot h \Rightarrow n \cdot 2\pi \cdot r = h \text{ olur. Makara çevresi } \checkmark \text{ alınırsa } h = n \cdot \checkmark \text{ yazılabilir.}$$

Yükün yer değiştirme miktarı; uygulanan kuvvete, yükün büyüklüğüne ve kol uzunluğuna bağlı değildir.

## 134. ÖRNEK



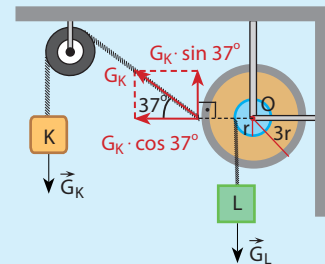
Ağırlıkları sırasıyla  $\vec{G}_K$  ve  $\vec{G}_L$  olan K ve L cisimleri, sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde şekildeki gibi dengededir.

Buna göre K ve L cisimlerinin ağırlıklarının büyüklükleri  $\frac{G_K}{G_L}$  oranı kaçtır? ( $\sin 37^\circ = 0,6$  ve  $\cos 37^\circ = 0,8$  alınız.)

## ÇÖZÜM

K cismini taşıyan ipteki gerilme kuvvetinin büyüklüğü K cisminin ağırlığının büyüklüğüne eşittir.  $\vec{G}_K$  gerilme kuvveti şekildeki gibi bileşenlerine ayrılır. Sistem dengede olduğundan ip gerilmelerinin O noktasına göre toplam torku sıfırdır.

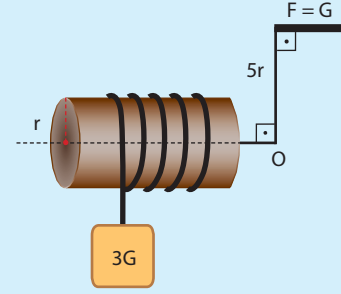
$$G_K \cdot \sin 37^\circ \cdot 3r = G_L \cdot r \Rightarrow G_K \cdot 0,6 \cdot 3r = G_L \cdot r \Rightarrow \frac{G_K}{G_L} = \frac{1}{1,8} = \frac{5}{9} \text{ olur.}$$



## 135. ÖRNEK

Şekildeki çıkık sisteminde ağırlığının büyüklüğü  $3G$  olan cisim,  $G$  büyüklüğündeki kuvvetle ancak dengelenmiştir.

Çıkık silindiri  $r$ , çıkık kolu  $5r$  yarıçapa sahip olduğuna göre çıkığın verimi % kaçtır?



## ÇÖZÜM

Çıkık kolu bir tam tur döndürüldüğünde kuvvetin yaptığı iş  $G \cdot 2\pi \cdot 5r = 10G \cdot \pi \cdot r$  olur.

Çıkık kolu bir tam tur döndürüldüğünde silindir de bir tam tur döner. Bu durumda yükün yaptığı iş

$3G \cdot 2\pi \cdot r = 6 \cdot G \cdot \pi \cdot r$  olur.

Verim =  $\frac{\text{Alınan enerji}}{\text{Verilen enerji}} = \frac{6G \cdot \pi \cdot r}{10G \cdot \pi \cdot r} = \frac{3}{5}$  bulunur. % verim bulunurken elde edilen değer 100

ile çarpılır. Buna göre  $\frac{3}{5} \cdot 100 = 60$  olur. Bu durumda çıkığın verimi %60 olur.

## 104. ALIŞTIRMA

Günlük hayatta karşılaştığımız çıkıkların kullanıldığı sistem ve yerlere örnekler vererek işlevlerini açıklayınız.

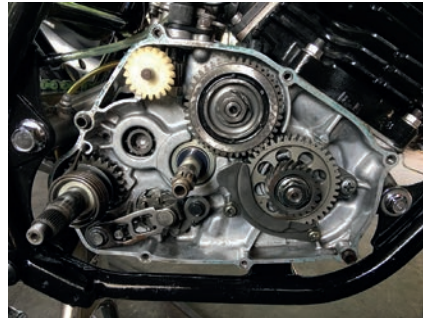
## ÇÖZÜM



## E) ÇARKLAR



Görsel 1.28: Dişli çark



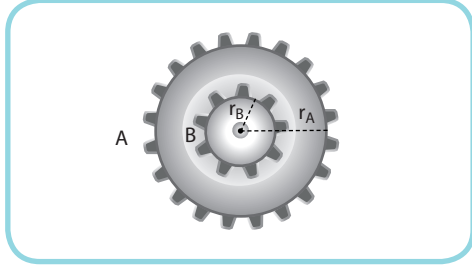
Görsel 1.29: Motor içindeki dişli çarklar



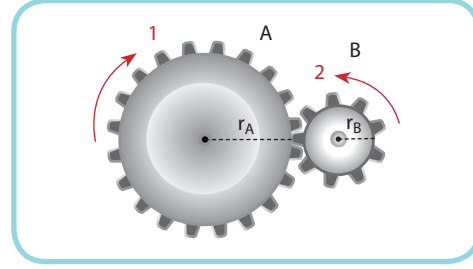
Görsel 1.30: Saat içindeki dişli çarklar

Bir merkez etrafında dönebilen ve çevresinde dişlerin sıralandığı disk şeklindeki çarklara **dişli** denir. Dişliler, birlikte ve eş zamanlı çalışması gereken mekanik parçalar arasında bağlantıyı sağlar (Görsel 1.28). Dişler, dişli çarklarda birbiri arasına girdiğinden dişlilerden biri döndüğünde diğerleri de döner (Görsel 1.29). Çark üzerindeki diş sayısı, çarkların yarıçaplarıyla doğru orantılıdır. Dişli çarklar ile dönme yönü ve tur sayısı değiştirilerek iş yapma kolaylığı sağlanmış olur. Günlük hayatta motorların, saatlerin (Görsel 1.30) ve bunun gibi mekanizmaların içerisinde dişli çarklar çokça kullanılır.





Şekil 1.96: Merkezleri çakışık, farklı yarıçaptaki dişliler



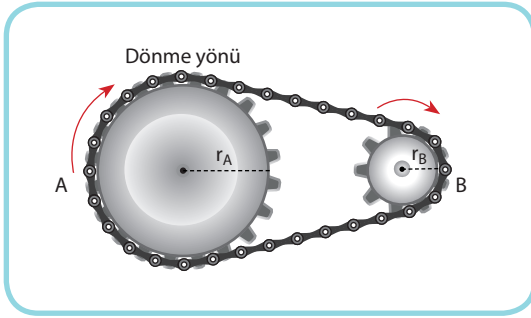
Şekil 1.97: Birbirine dıştan temas eden dişliler

Yarıçapları farklı A ve B dişlilerinin merkezleri aynı olacak şekilde birleştirilmesiyle elde edilen sistemde A ve B dişlilerinin dönme yönü ve tur sayıları aynıdır. Bu şekilde bağlanmış dişlilerin tur sayısı yarıçaplarından bağımsızdır (Şekil 1.96).

Yarıçapları farklı A ve B dişlilerinin birbirine dıştan temas edecek şekilde birleştirilmesiyle elde edilen sistemde A dişlisi 1 yönünde dönerken B dişlisini 2 yönünde dönmeye zorlar (Şekil 1.97). A dişlisinin dönmesine neden olan kuvvet, B dişlisinin de dönmesine neden olur. Enerji korunduğu için her iki dişli üzerinde yapılan iş birbirine eşittir. A dişlisi  $n_A$  tur döndüğünde B dişlisi  $n_B$  tur döner. Enerjinin korunumuna göre

$$F \cdot 2\pi \cdot r_A \cdot n_A = F \cdot 2\pi \cdot r_B \cdot n_B \text{ eşitliğinden}$$

$r_A \cdot n_A = r_B \cdot n_B$  bulunur. A ve B dişlilerinin tur sayıları yarıçaplarının büyüklüğü ile ters orantılıdır.



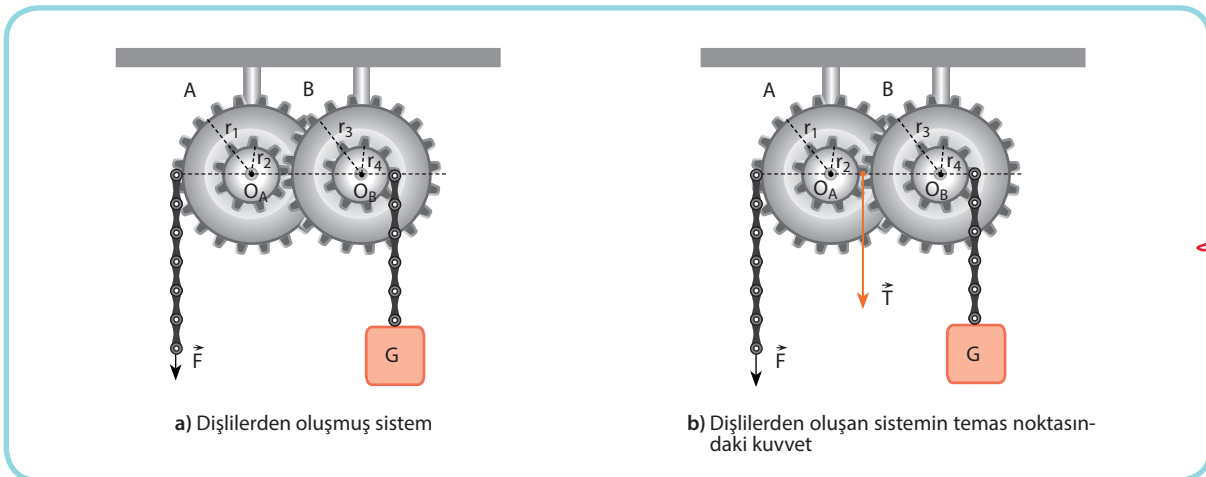
Şekil 1.98: Birbirine zincir ile bağlı dişliler

A ve B dişlileri bir zincir ile birbirine bağlanmış ise bu dişlilerin dönme yönü aynı olur (Şekil 1.98). Zincir üzerinde her noktada gerilme kuvveti aynıdır ve enerji korunumuna göre A dişlisi üzerinde yapılan iş, B dişlisi üzerinde yapılan işe eşit olmalıdır. Buna göre

$$F \cdot 2\pi \cdot r_A \cdot n_A = F \cdot 2\pi \cdot r_B \cdot n_B \text{ eşitliğinden}$$

$$r_A \cdot n_A = r_B \cdot n_B \text{ bulunur.}$$

A ve B dişlilerinin tur sayıları yarıçaplarının büyüklüğü ile ters orantılıdır.

Şekil 1.99: Hem aynı hem de farklı merkezli olacak şekilde bağlanmış dişlilerde  $\vec{G}$  yükünün dengelenmesi

İki dişli hem aynı hem de farklı merkezli olacak şekilde bağlanarak  $\vec{G}$  yükü  $\vec{F}$  kuvveti ile dengelendiğinde sistemde toplam tork sıfıra eşit olur. Sistemde küçük dişli ile büyük dişlinin temas noktalarındaki etkileşim kuvveti  $\vec{T}$  olarak alındığında (Şekil 1.99)

A dişli sistemi üzerinde  $O_A$  noktasına göre tork

$$F \cdot r_1 = T \cdot r_2$$

$$T = \frac{F \cdot r_1}{r_2} \text{ olarak bulunur.}$$

B dişli sistemi üzerinde  $O_B$  noktasına göre tork

$$T \cdot r_3 = G \cdot r_4 \Rightarrow \frac{F \cdot r_1}{r_2} \cdot r_3 = G \cdot r_4$$

$$F \cdot r_1 \cdot r_3 = G \cdot r_2 \cdot r_4 \text{ olarak bulunur.}$$

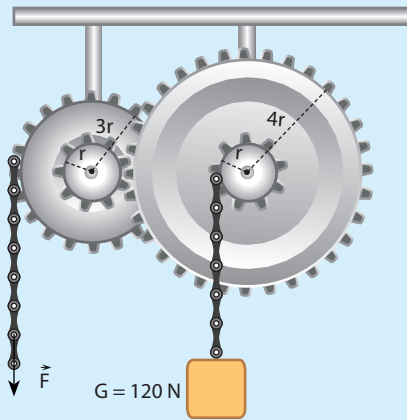
### 105. ALIŞTIRMA

Günlük hayatta karşılaştığınız çarkların kullanıldığı sistem ve yerlere örnekler vererek işlevlerini açıklayınız.

### ÇÖZÜM



### 136. ÖRNEK



$r$ ,  $3r$  ve  $4r$  yarıçaplarına sahip dişliler şekildeki gibi birbirine bağlanmış ve  $120 \text{ N}$  ağırlığındaki cisim  $\vec{F}$  kuvveti ile dengelenmiştir.

Buna göre  $\vec{F}$  kuvvetinin büyüklüğü kaç  $\text{N}$  olur?

### ÇÖZÜM

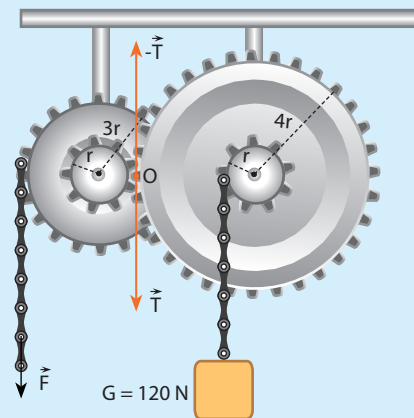
$O$  noktasında  $r$  yarıçaplı dişlinin  $4r$  yarıçaplı dişliye uyguladığı kuvvete  $\vec{T}$  denirse sistem dengede olduğundan  $\vec{\tau}_{\text{toplam}} = 0$  olacaktır. Şekildeki ilk dişli sisteminin merkezine göre tork alınır

$$F \cdot 3r = T \cdot r \Rightarrow T = 3F \text{ olarak bulunur.}$$

$\vec{T}$  kuvveti ile  $\vec{G}$  ağırlığının ikinci sistemin merkezine göre torku alınır

$$T \cdot 4r = G \cdot r \Rightarrow 3F \cdot 4r = 120 \cdot r \Rightarrow 12F = 120$$

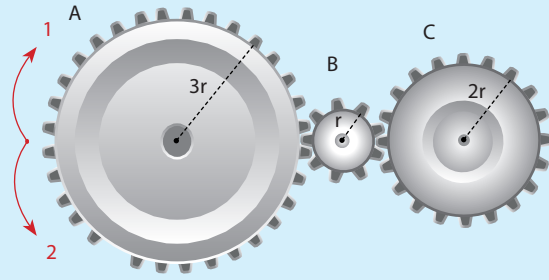
$$F = 10 \text{ N olarak bulunur.}$$



## 137. ÖRNEK

Yarıçapları sırasıyla  $3r$ ,  $r$  ve  $2r$  olan A, B ve C dişli-leri birbirlerine dıştan temas edecek şekilde birleştirilmiştir.

Buna göre A dişlisi 1 yönünde 2 tur dönerse C dişlisi hangi yönde kaç tur döner?



## ÇÖZÜM

A dişlisi 1 yönünde döndüğünde B dişlisini ters yönde dönmeye zorlar ve B dişlisi şekildeki gibi 2 yönünde döner. B dişlisi de C dişlisini kendisiyle zıt yönde dönmeye zorlayacağı için C dişlisi 1 yönünde döner.

A dişlisi 2 tur dönerse B dişlisi

$$r_A \cdot n_A = r_B \cdot n_B \Rightarrow 3r \cdot 2 = r \cdot n_B \Rightarrow n_B = 6 \text{ tur döner.}$$

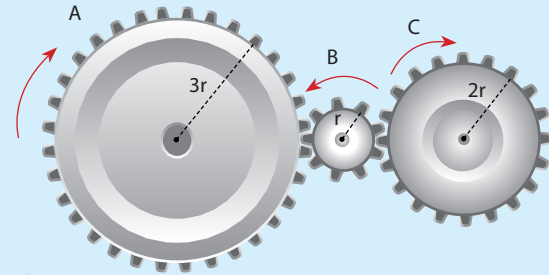
B dişlisi 6 tur dönerse C dişlisi

$$r_B \cdot n_B = r_C \cdot n_C \Rightarrow r \cdot 6 = 2r \cdot n_C \Rightarrow n_C = 3 \text{ tur döner.}$$

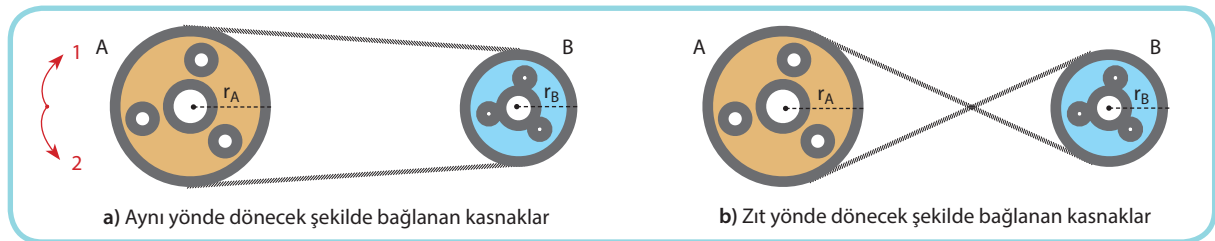
Sadece A ve C dişlileri dikkate alınır

$$r_A \cdot n_A = r_C \cdot n_C \Rightarrow 3r \cdot 2 = 2r \cdot n_C \Rightarrow n_C = 3 \text{ tur bulunur.}$$

Buna göre birbirine sadece dıştan temas eden çok sayıda dişliden oluşan sistemlerde ilk ve son dişlileri dikkate alarak işlem yapmak yeterlidir. Aradaki çarklar sadece kuvveti aktarma görevi yapar.



## F) KASNAKLAR



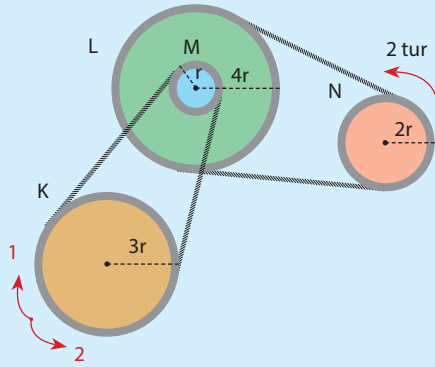
Şekil 1.100: Kasnakların bağlanması

Bir merkez etrafında dönebilen ve etrafına kayış sarılabilen disk şeklindeki basit makinelere **kasnak** denir. Farklı merkezli kasnaklar etraflarına sarılan kayış ile birbirine bağlanır. Dişliler gibi kasnaklar da birbiriyle uyum içinde çalışarak enerji aktarımını sağlayan basit makinelerdendir.

Bir kayışla düz bağlanan A ve B kasnaklarından A kasnağı 1 yönünde dönerse kayış tarafından bu hareket B kasnağına olduğu gibi iletilir ve B kasnağı da 1 yönünde döner (Şekil 1.100.a). Bir kayışla çapraz bağlanan A ve B kasnaklarından A kasnağı 1 yönünde dönerse kayış tarafından bu hareket B kasnağına ters döndürülerek iletilir ve B kasnağı 2 yönünde döner (Şekil 1.100.b). Her iki durumda da kayış üstünde her noktanın gerilme kuvveti aynı olur. Enerji korunumuna göre A kasnağı üzerinde yapılan iş, B kasnağına aktarılan enerjiye eşit olacaktır

$F \cdot 2\pi \cdot r_A \cdot n_A = F \cdot 2\pi \cdot r_B \cdot n_B \Rightarrow r_A \cdot n_A = r_B \cdot n_B$  bulunur. A ve B kasnaklarının tur sayıları yarıçaplarının büyüklüğü ile ters orantılıdır.

## 138. ÖRNEK



Eş merkezli  $4r$  ve  $r$  yarıçaplı L ve M kasnaklarıyla  $2r$  yarıçaplı N ve  $3r$  yarıçaplı K kasnakları şekildeki gibi bağlanmıştır. Şekildeki sistemde N kasnağı ok yönünde 2 tur döndürülmektedir.

Buna göre K kasnağı hangi yönde kaç tur döner?

## ÇÖZÜM

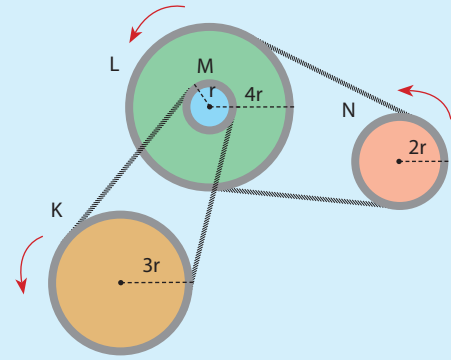
N kasnağı ok yönünde dönerse ona düz bağlanan L kasnağı da aynı yönde döner. M ve L kasnaklarının merkezleri aynı olduğundan dönme yönleri de aynıdır. M kasnağına düz bağlı olan K kasnağı da N kasnağıyla aynı yönde döner. L ve N kasnakları için

$$r_N \cdot n_N = r_L \cdot n_L \Rightarrow 2r \cdot 2 = 4r \cdot n_L \Rightarrow n_L = 1 \text{ tur olur.}$$

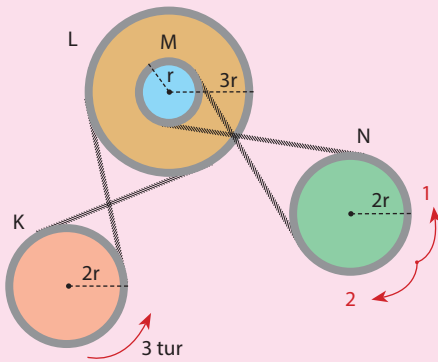
M ve L kasnaklarının merkezleri aynı olduğundan tur sayıları da aynıdır. Buna göre M kasnağı da 1 tur döner. K ve M kasnakları için

$$r_M \cdot n_M = r_K \cdot n_K \Rightarrow r \cdot 1 = 3r \cdot n_K \Rightarrow n_K = \frac{1}{3} \text{ tur olur.}$$

K kasnağı 2 yönünde  $\frac{1}{3}$  tur döner.



## 106. ALIŞTIRMA



Eş merkezli  $3r$  ve  $r$  yarıçaplı L ve M kasnakları ile  $2r$  yarıçaplı K ve N kasnakları şekildeki gibi bağlanmıştır. Sistemde K kasnağı ok yönünde 3 tur döndürülmektedir.

Bu durumda N kasnağı hangi yönde kaç tur döner?

## ÇÖZÜM



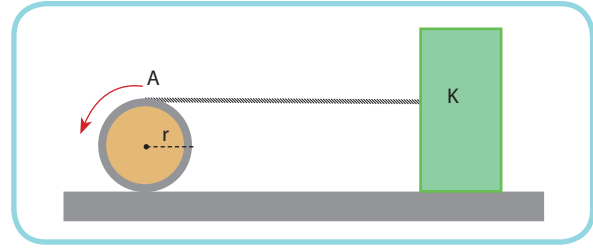
Dönerek ilerleyen  $r$  yarıçaplı A kasnağı kaymadan ok yönünde bir tur döndürüldüğünde çevresi ( $\zeta_A$ ) kadar yol alır. Bu sırada ipi de kendi üzerine çevresi kadar sararak ilerler. K cismi de A kasnağının hem ilerlemesi hem de ipi sarmasından dolayı çekilerek yer değiştirir. K cisminin yer değiştirmesinin büyüklüğü

$$\Delta x = \zeta_A + \zeta_A$$

$$\Delta x = 2\pi \cdot r + 2\pi \cdot r$$

$$\Delta x = 4\pi \cdot r \text{ kadar olur.}$$

K cismi, A kasnağının ilerleme yönü ile aynı yönde yer değiştirir (Şekil 1.101).



Şekil 1.101: Dönerek ilerleyen kasnağa bağlı cisim

$2r$  ve  $r$  yarıçaplı, aynı merkezli A ve B kasnakları ok yönünde bir tur dönerek kaymadan ilerlerse A kasnağı çevresi kadar yol alırken B kasnağı çevresi kadar ipi kendi üzerine sarar. Bu durumda K cisminin yer değiştirmesinin büyüklüğü

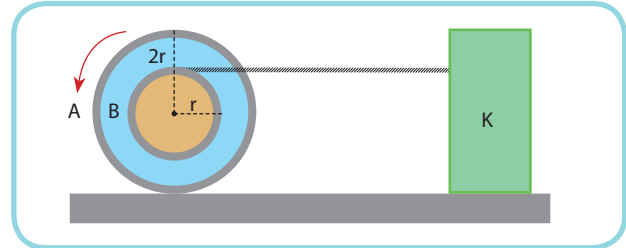
$$\Delta x = \zeta_A + \zeta_B$$

$$\Delta x = 2\pi \cdot 2r + 2\pi \cdot r$$

$$\Delta x = 4\pi \cdot r + 2\pi \cdot r$$

$$\Delta x = 6\pi \cdot r \text{ olur.}$$

K cismi, kasnaklar ile aynı yönde yer değiştirir (Şekil 1.102).



Şekil 1.102: Dönerek ilerlerken ip saran eş merkezli kasnaklara bağlı cisim

$2r$  ve  $r$  yarıçaplı, aynı merkezli A ve B kasnakları ok yönünde bir tur dönerek ilerlerse A kasnağı çevresi kadar yol alırken B kasnağı çevresi kadar ipi serbest bırakır. Bu durumda K cisminin yer değiştirmesinin büyüklüğü

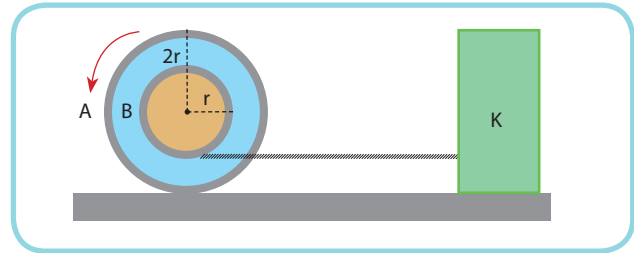
$$\Delta x = \zeta_A - \zeta_B$$

$$\Delta x = 2\pi \cdot 2r - 2\pi \cdot r$$

$$\Delta x = 4\pi \cdot r - 2\pi \cdot r$$

$$\Delta x = 2\pi \cdot r \text{ kadar olur.}$$

K cismi, kasnaklar ile aynı yönde yer değiştirir (Şekil 1.103).



Şekil 1.103: Dönerek ilerlerken ip salan eş merkezli kasnaklara bağlı cisim

## 107. ALIŞTIRMA

Günlük hayatta karşılaştığınız kasnakların kullanıldığı sistem ve yerlere örnekler vererek işlevlerini açıklayınız.

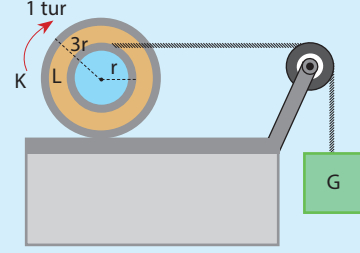
### ÇÖZÜM



## 139. ÖRNEK

3r ve r yarıçaplı, aynı merkezli K ve L kasnakları ok yönünde 1 tur kaymadan dönerek ilerlemektedir.

Buna göre L kasnağına bağlı olan  $\vec{G}$  ağırlığındaki cismin yer değiştirmesi kaç  $\pi \cdot r$  olur?



## ÇÖZÜM

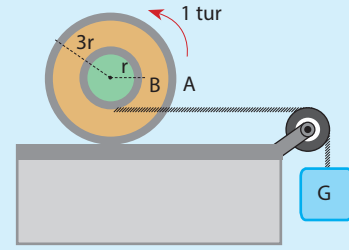
K kasnağı, ok yönünde 1 tur dönerse çevresi kadar yol alır. Aynı merkezli K ve L kasnakları, aynı yönde 1 tur döner ve L kasnağı kendi çevresi kadar ipi serbest bırakır. Düşey düzlemde asılı olan cisim

$$\Delta h = \zeta_K + \zeta_L \Rightarrow \Delta h = 2\pi \cdot 3r + 2\pi \cdot r \Rightarrow \Delta h = 6\pi \cdot r + 2\pi \cdot r \Rightarrow \Delta h = 8\pi \cdot r \text{ kadar aşağıya iner.}$$

## 140. ÖRNEK

3r ve r yarıçaplı, aynı merkezli A ve B kasnakları ok yönünde 1 tur kaymadan dönerek ilerlemektedir.

İpler yeterince uzun olduğuna göre B kasnağına bağlı olan  $\vec{G}$  ağırlığındaki cismin yer değiştirmesi kaç  $\pi \cdot r$  olur?



## ÇÖZÜM

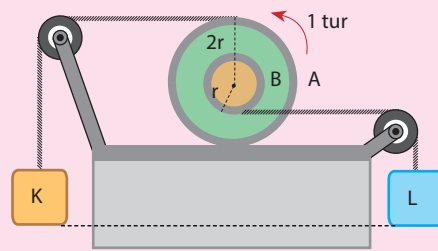
A kasnağı, ok yönünde 1 tur dönerse çevresi kadar yol alır. Aynı merkezli A ve B kasnakları, aynı yönde 1 tur döner ve B kasnağı kendi çevresi kadar ipi bırakır. Cisim,

$$\Delta h = \zeta_A - \zeta_B \Rightarrow \Delta h = 2\pi \cdot 3r - 2\pi \cdot r \Rightarrow \Delta h = 6\pi \cdot r - 2\pi \cdot r \Rightarrow \Delta h = 4\pi \cdot r \text{ kadar yukarıya çıkar.}$$

## 108. ALIŞTIRMA

2r ve r yarıçaplı, aynı merkezli A ve B kasnakları şekildeki gibi ok yönünde 1 tur dönerek kaymadan ilerletilmektedir.

Buna göre K ve L cisimleri arasındaki düşey uzaklık kaç  $\pi \cdot r$  olur?

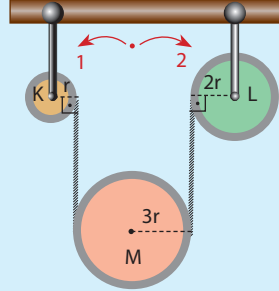


## ÇÖZÜM



## 141. ÖRNEK

Yarıçapları  $r$  ve  $2r$  olan K ve L sabit makaraları ile  $3r$  yarıçaplı M hareketli makarası şekildeki gibi bağlanmıştır.



K ve L makaraları 2 yönünde 1 tur döndürüldüğüne göre M makarası

- Hangi yönde kaç tur döner?
- Ne kadar yer değiştirir?

## ÇÖZÜM

- K ve L makaraları 2 yönünde 1 tur döndüğünde K makarası çevresi ( $2\pi \cdot r$ ) kadar ipi aşağıya salarken L makarası da çevresi ( $4\pi \cdot r$ ) kadar ipi yukarı çeker.

K makarasının aşağıya saldığı ip M makarasını 1 yönünde dönmeye zorlar. L makarasının yukarıya çektiği ip de M makarasını 1 yönünde dönmeye zorlar. Bu nedenle M makarası 1 yönünde döner.

M makarasının kaç tur döneceğini bulmak için çevresindeki iplerin hareket yönüne dikkat edilir. İplerin makarayı döndürme etkisi aynı yönlü olduğundan iplerin yer değiştirme miktarları toplanarak M makarasının etrafından geçen ip uzunluğu bulunur. M makarası hareketli bir makara olduğundan etrafından geçen ip uzunluğunun yarısı kadar döner. Bu nedenle işlem sonucunda elde edilen değer yarısı alınır. Bu değer M makarasının çevresine bölünerek tur sayısı

$$n = \frac{(4\pi \cdot r + 2\pi \cdot r) \cdot \frac{1}{2}}{6\pi \cdot r}$$

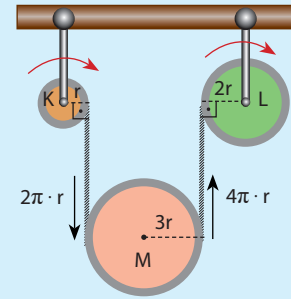
$$n = \frac{3\pi \cdot r}{6\pi \cdot r} = \frac{1}{2} \text{ olarak bulunur.}$$

- K makarası ipi aşağıya doğru salarken L makarası yukarı doğru çekmektedir. L'nin çektiği ip miktarı K'nin saldığı ip miktarından büyük olduğu için M makarası yukarı doğru hareket eder.

M makarasının yer değiştirme miktarı

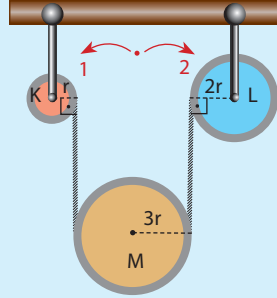
$$\Delta h = \frac{4\pi \cdot r - 2\pi \cdot r}{2} = \frac{2\pi \cdot r}{2} = \pi \cdot r \text{ olarak bulunur.}$$

M makarası 1 yönünde  $\frac{1}{2}$  tur dönerek yukarı yönde  $\pi \cdot r$  kadar yer değiştirir.



## 142. ÖRNEK

Yarıçapları  $r$  ve  $2r$  olan K ve L sabit makaraları ile  $3r$  yarıçaplı M hareketli makarası şekildeki gibi bağlanmıştır.



Buna göre K makarası 2 yönünde, L makarası ise 1 yönünde 1 tur döndüğünde M makarası

- Hangi yönde kaç tur döner?
- Ne kadar yer değiştirir?

## ÇÖZÜM

- K ve L makaraları verilen yönlerde 1 tur döndüğünde K makarası çevresi ( $2\pi \cdot r$ ) kadar, L makarası da kendi çevresi ( $4\pi \cdot r$ ) kadar ipi aşağıya salar. K makarasının aşağıya saldığı ip, M makarasını 1 yönünde dönmeye zorlar. L makarasının aşağıya saldığı ip ise M makarasını 2 yönünde dönmeye zorlar. L makarasının saldığı ip miktarı K'nin saldığı ip miktarından daha çok olduğu için M makarası 2 yönünde döner.

M makarasının kaç tur döneceğini bulmak için çevresindeki iplerin hareket yönüne dikkat edilir. Makarayı döndürme etkisi zıt yönlü olan iplerin yer değiştirme miktarlarının farkından M makarasının etrafından geçen ip uzunluğu bulunur. M makarası hareketli makara olduğundan etrafından geçen ip uzunluğunun yarısı kadar döner. Bu nedenle işlem sonucunda elde edilen değer yarısı alınır. Bu değer M makarasının çevresine bölünerek tur sayısı

$$n = \frac{(4\pi \cdot r - 2\pi \cdot r) \cdot \frac{1}{2}}{6\pi \cdot r}$$

$$n = \frac{\pi \cdot r}{6\pi \cdot r}$$

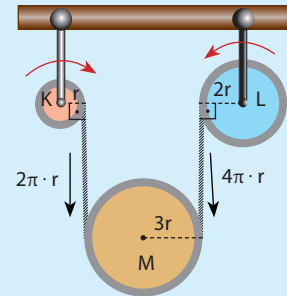
$$n = \frac{1}{6} \text{ olarak bulunur.}$$

- İki makara da ipi aşağıya saldığı için M makarasının yer değiştirme miktarı

$$\Delta h = \frac{4\pi \cdot r + 2\pi \cdot r}{2}$$

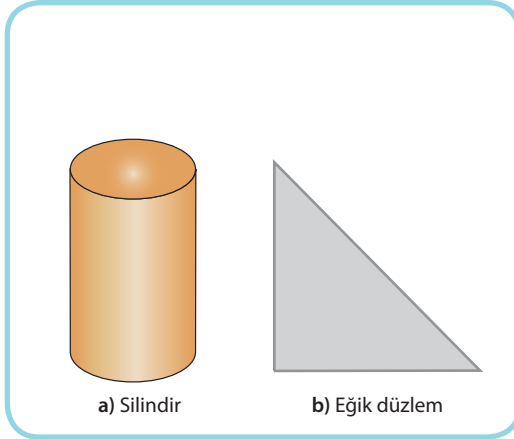
$$\Delta h = \frac{6\pi \cdot r}{2} = 3\pi \cdot r \text{ olarak bulunur.}$$

M makarası 2 yönünde  $\frac{1}{6}$  tur atarak aşağı yönde  $3\pi \cdot r$  kadar yer değiştirir.

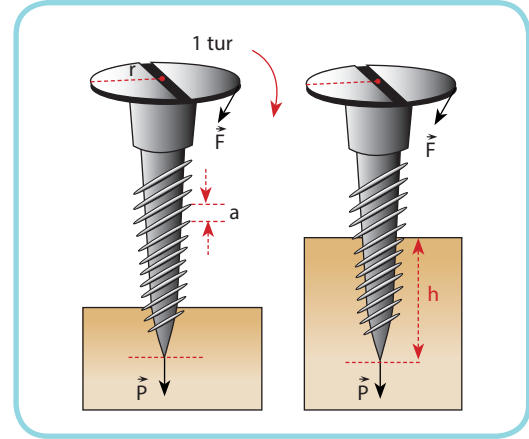




## G) VIDA



Şekil 1.104: Vidanın elde edilişi



Şekil 1.105: Vidanın bulunduğu yüzeyde ilerlemesi

Bir eğik düzlemin silindir ya da konik cisim üzerine sarılması ile elde edilen basit makineye **vida** denir

(Şekil 1.104). Vidalar, günlük hayatta genellikle parçaları birbirine birleştirmek için kullanılır. Yer altı sularının yukarı çıkarılmasında, tarımda kullanılan biçerdöverlerde ve et kıyma makinesi gibi sistemlerde de vida şeklinde araçlar kullanılır. Vida üzerindeki dişler arası uzaklık bir **vida adımı** (a) olarak adlandırılır.

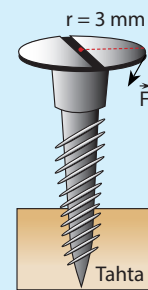
Vida bir tam tur döndürüldüğünde bulunduğu zeminde bir vida adımı kadar yer değiştirir (Şekil 1.105). **n tur döndürülmüş olan vidanın yüzey içerisinde ilerleme miktarı  $h = n \cdot a$  ile** bulunur. Vidanın sadece döndürülmesi yüzey içine ilerlemesi için yeterli olmaz. Aynı zamanda vidanın ilerlemesi için vidaya bir baskı kuvveti ( $\vec{P}$ ) uygulamak gerekir. Zemine uygulanan P büyüklüğündeki etki kuvveti kadar tepki kuvveti oluşur. Enerjinin korunumuna göre  $\vec{F}$  kuvvetinin vidayı bir tur döndürmek için yaptığı iş, vidanın tepki kuvvetine karşı zeminde bir adım ilerlemesi için gerekli enerjiye eşit olacaktır. **Buna göre**

**$F \cdot 2\pi \cdot r = P \cdot a$  olur.** Kuvvetten kazanç sağlanabilmesi için vida başının yarıçapının büyük, vida adımının küçük olması gerekir.

## 143. ÖRNEK

Yarıçapı 3 mm olan bir vida F büyüklüğünde kuvvet ile 5 tur döndürüldüğünde tahta blok içerisinde 1 cm ilerlemektedir.

**Buna göre tahtanın vidaya uyguladığı tepki kuvveti kaç F olur? ( $\pi = 3$  alınız.)**



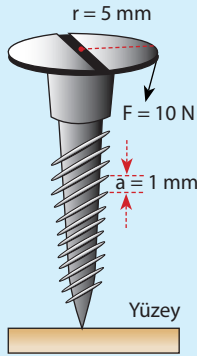
## ÇÖZÜM

Vida 1 tam tur döndüğünde, bulunduğu yüzeyde bir vida adımı ilerler. Bu durumda vidanın yüzeyde ilerleme miktarı  $h = n \cdot a$  ile bulunur.  $h = 1$  cm = 10 mm olduğundan vida adımı

$$h = n \cdot a \Rightarrow 10 = 5 \cdot a \Rightarrow a = 2 \text{ mm olarak bulunur.}$$

Vida için  $F \cdot 2\pi \cdot r = P \cdot a \Rightarrow F \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = P \cdot 2 \Rightarrow P = 9F$  olarak bulunur. Yüzeyin vidaya uyguladığı tepki kuvvetinin büyüklüğü, vidanın yüzeye uyguladığı P etki kuvvetinin büyüklüğüne eşittir.

## 144. ÖRNEK



Yarıçapı 5 mm olan vida 10 N büyüklüğündeki kuvvetle döndürüldüğünde vidanın ucu bulunduğu yüzeye 240 N büyüklüğünde bir etki yapmaktadır.

**Vida adımı 1 mm olduğuna göre vidanın verimi % kaçtır? ( $\pi = 3$  alınız.)**

## ÇÖZÜM

Vida bir tam tur döndüğünde, bulunduğu yüzeyde bir vida adımı ilerler. Buna göre

$$\text{Verim} = \frac{\text{Alınan enerji}}{\text{Verilen enerji}}$$

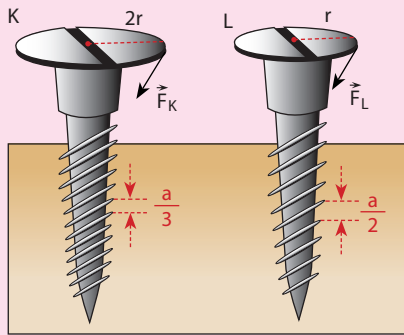
$$\text{Verim} = \frac{P \cdot a}{F \cdot 2\pi \cdot r}$$

$$\text{Verim} = \frac{240 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = \frac{240}{300}$$

$$\text{Verim} = \frac{4}{5} \text{ olur. Bu durumda vidanın \% verimi}$$

$$\% \text{ Verim} = 100 \cdot \frac{4}{5} = 80 \implies \%80 \text{ olur.}$$

## 109. ALIŞTIRMA



Vida adımları  $\frac{a}{3}$  ve  $\frac{a}{2}$  olan K ve L vidaları sırayla F ve 3F büyüklüğünde kuvvetlerle ancak döndürülebilmektedir. K vidası 2 tur döndürüldüğünde  $h_1$ , L vidası 4 tur döndürüldüğünde  $h_2$  kadar yüzeyde ilerlemektedir.

**Buna göre  $\frac{h_1}{h_2}$  oranı nedir?**

## ÇÖZÜM



## 110. ALIŞTIRMA

Günlük hayatta karşılaştığımız vidaların kullanıldığı sistem ve yerlere örnekler vererek işlevlerini açıklayınız.

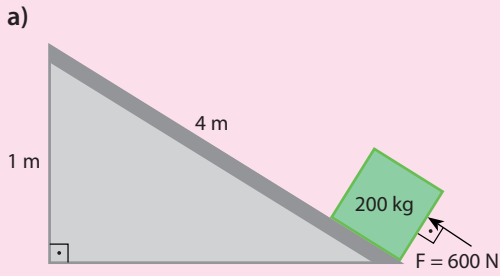
## ÇÖZÜM



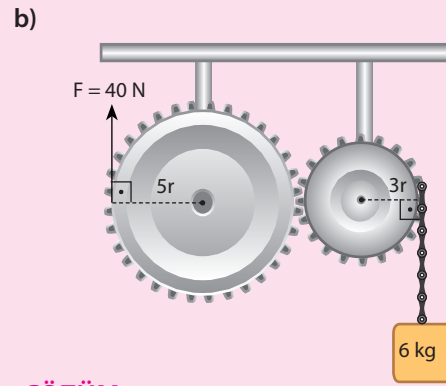
## 111. ALIŞTIRMA

Basit makine sistemlerinde yükler,  $F$  büyüklüğündeki kuvvetlerle ve sabit hızlarla hareket ettirilmektedir.

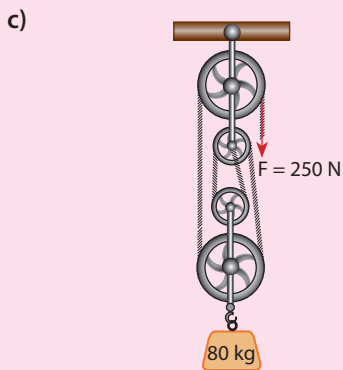
Buna göre sistemlerin verimlerini hesaplayınız. ( $g = 10 \text{ N/kg}$  alınınız.)



## ÇÖZÜM

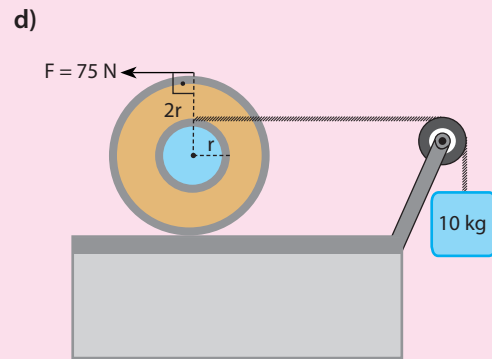


## ÇÖZÜM



(Esnemeyen ip kullanılmış ve makara ağırlıkları ihmal edilmiştir.)

## ÇÖZÜM



(Esnemeyen ip kullanılmış ve makara kaymadan ilerlemektedir.)

## ÇÖZÜM



## PROJE

**AMAÇ** : Hayatı kolaylaştırmak amacıyla güvenli bir basit makine tasarlamak

**BECERİLER** : Araştırma yapma, problem çözme, yaratıcı düşünme, iş birliği, sunum

**SÜRE** : 1 ay

**YÖNERGE** : Günlük hayatta bir işin daha kolay yapılabilmesi için bileşik bir basit makine sistemi tasarlayınız. Proje çalışmanız için öncelikle dörder kişilik gruplar oluşturunuz. Grup arkadaşlarınızla iş bölümü yapıp bir çalışma planı hazırlayınız. Hazırlayacağınız özgün tasarımla patent alabileceğinizi ve proje yarışmalarına katılabileceğinizi unutmayınız.

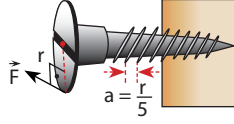
Projenizi hazırlarken aşağıda belirtilen aşamalara dikkat ediniz:

1. Basit makinelerin kullanıldığı alanlarda iş sağlığı ve güvenliğini arttırıcı tedbirlere yönelik araştırmalar yapınız. Tasarım yaparken almanız gereken güvenlik önlemlerini belirleyip not ediniz.
2. Yapacağınız basit makine, aynı işi daha küçük kuvvet uygulanarak yapacak şekilde tasarlanmalıdır.
3. Projenizi hazırlarken Genel Ağ ve bilimsel yayınlardan konu hakkında bilgi toplayınız. Farklı bileşik makine örneklerini araştırınız.
4. Yapmayı düşündüğünüz modelin bir taslağını çiziniz.
5. Kullanacağınız araç gerecin listesini yapınız ve bunları edininiz. Araç gereçlerinizi mümkün olduğunca atık malzemelerden seçmeye özen gösteriniz.
6. Bileşik makinенizin hangi basit makinelerden oluşacağını ve bu basit makinelerin işlevlerini belirtiniz.
7. Modelinizi oluşturunuz.
8. Modelinizin amacınıza uygun olup olmadığını test ediniz.
9. Modelinizin üzerinde yapmanız gereken değişiklikler varsa bunları belirleyip not ediniz ve gerekli değişiklikleri yapınız.
10. Modelinizi deneyerek sonuçları gözlemleyiniz ve not ediniz.
11. Modelinizi arkadaşlarınızın modelleriyle karşılaştırarak benzer ve farklı yönlerini, üstün ve zayıf yanlarını belirleyiniz.
12. Bilişim teknolojilerini kullanarak hazırlayacağınız bir sunum ile makinенizin yapım aşamalarını ve çalışma prensibini sınıf arkadaşlarınızla paylaşınız.

**DEĞERLENDİRME:** Ders öğretmeni tarafından geliştirilecek olan dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilecektir.

## 10. BÖLÜM SONU SORULARI

1. Vida adımı  $\frac{r}{5}$  ve yarıçapı  $r$  olan vida,  $F$  büyüklüğünde kuvvet ile sıkıştırılmaktadır.

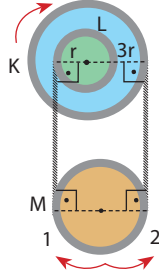


Buna göre yüzeyin vidaya uyguladığı tepki kuvvetinin büyüklüğü kaç  $F$  olur? ( $\pi = 3$  alınız.)

## ÇÖZÜM



2. K ve L kasnakları sırasıyla  $3r$  ve  $r$  yarıçaplıdır.



K kasnağı 1 yönünde 2 tur döndüğünde

- a) M kasnağı hangi yönde kaç tur döner?  
b) M kasnağı kaç  $\pi \cdot r$  yer değiştirir?

## ÇÖZÜM



3.



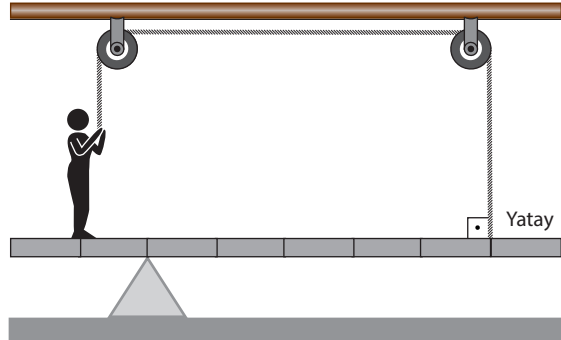
Ağırlıkları  $G$  büyüklüğünde olan makaralar ve ağırlığının büyüklüğü  $6G$  olan yük şeklindeki gibi iplerle bağlanarak dengelenmiştir.

Buna göre  $\vec{T}_1$  ve  $\vec{T}_2$  ip gerilme kuvvetlerinin büyüklükleri  $\frac{T_1}{T_2}$  oranı kaçtır?

## ÇÖZÜM



4. Ağırlığının büyüklüğü  $2G$  olan çocuk, bir destek üzerinde duran ağırlığının büyüklüğü  $5G$  olan eşit bölmeli homojen kalas üzerinde ipi şeklindeki gibi tutarak dengede durmaktadır.

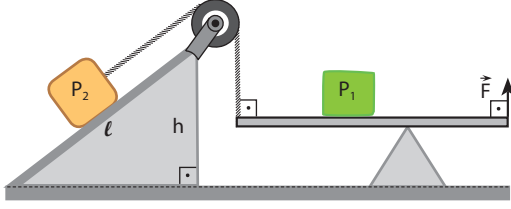


Çocuk, tuttuğu ipe  $F$  büyüklüğünde kuvvet uyguladığına göre  $F$  kaç  $G$  büyüklüğünde olur?

## ÇÖZÜM



5.  $\vec{P}_1$  ve  $\vec{P}_2$  yükleri, eğik düzlem ve kaldıraç kullanılarak  $\vec{F}$  kuvvetiyle dengelenmiştir. Eğik düzlemin yüksekliği  $h$  ve boyu  $\ell$ 'dir.



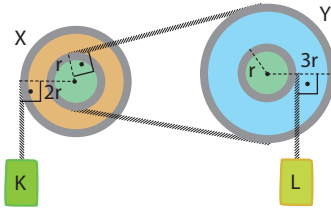
$\vec{P}_2$  yükü azaltıldığında dengenin bozulmaması için  $h$ ,  $\ell$ ,  $\vec{F}$  ve  $\vec{P}_1$  değerlerinden hangilerinin tek başına artırılıp azaltılması gerektiğini aşağıdaki tabloda uygun yerlere X işareti koyarak gösteriniz.

### ÇÖZÜM



Değerler	Arttırılmalı	Azaltılmalı
$h$		
$\ell$		
$\vec{F}$		
$\vec{P}_1$		

6. X ve Y kasnakları sırasıyla  $2r$  ve  $3r$  yarıçaplı olup  $r$  yarıçaplı kasnaklar ile ortak eksenlidir. K ve L cisimleri şekildeki gibi dengededir.

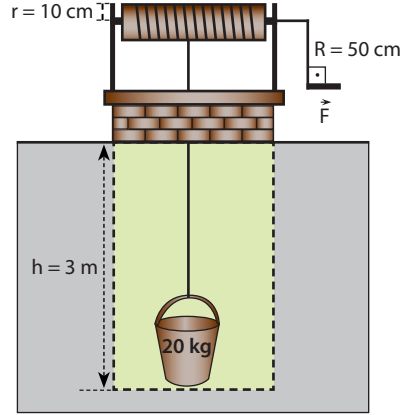


Buna göre K ve L cisimlerinin kütleleri  $\frac{m_K}{m_L}$  oranı kaçtır?

### ÇÖZÜM



7. Şekildeki çıkırığa  $\vec{F}$  kuvveti uygulanarak içinde 20 kg kütleli su bulunan kova, 3 m derinliğindeki kuyudan yukarı çıkarılmaktadır.



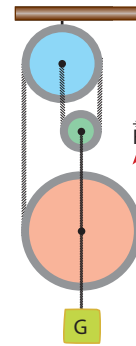
Çıkırığın silindirik yarıçapı 10 cm, çıkırık kolu 50 cm uzunluğunda olduğuna göre

- Sürtünmeler ihmal edildiğinde çıkırık koluna uygulanan kuvvetin büyüklüğü kaç N olur?
- Su dolu kovanın kuyudan çıkarılması için çıkırık kolunun kaç tur döndürülmesi gerekir?
- Su dolu kova 50 N büyüklüğünde kuvvetle ancak dengelenebilseydi çıkırığın verimi ne olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\pi = 3$  alın.)

### ÇÖZÜM



8. Her birinin ağırlığının büyüklüğü  $G$  olan makaralarla ve ağırlığının büyüklüğü  $G$  olan yükü kurulan sistem  $\vec{F}$  kuvvetiyle dengelenmiştir.



Buna göre  $\vec{F}$  kuvvetinin uygulandığı ip  $h$  kadar çekilirse yük kaç  $h$  yükselir?

### ÇÖZÜM



## 1. ÜNİTE SONU ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME SORULARI

**A** Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere doğru sözcüğü/sözcükleri yazınız.

1. Sabit bir net kuvvetin etkisindeki cismin ivmesi, kütlesi arttıkça .....
2. Bir cismin herhangi bir referans sistemindeki gözlemciye göre hareketine ..... denir.
3. Hava direncinin ihmal edildiği durumlarda serbest düşen bir cismin ivmesi ..... eşittir.
4. Cismin çizgisel momentumundaki değişim, cisme uygulanan..... kadardır.
5. Bir kuvvetin uzantısı dönme noktasından geçerse bu noktaya göre ..... sıfırdır.
6. Kuvvetin cisimler üzerindeki döndürme etkisine ..... denir.
7. Bir cismin tüm kütesinin toplandığı kabul edilen noktaya cismin ..... denir.
8. Kuvvet ya da yol kazancı elde etmek için kullanılan sistemlere ..... denir.
9. Basit makinelerde ..... kazanç yoktur.
10. Hareket hâlindeki bir otomobilin şoförü frene bastığında otomobile etki eden kuvvet ile otomobilin ..... aynı yönlüdür.
11. Hava direncinin olduğu ortamda serbest bırakılan cisme etki eden hava direnç kuvveti, cisim ..... ulaşmaya kadar artar.
12. Piezoelektrik malzeme ile organların hareketini elektrik enerjisine çevirip bunu depolayabilen ve saç telinin %1'i kadar büyüklükteki elastik kalp pilini geliştiren önemli bilim insanımız ..... dir.

**B** Aşağıdaki açık uçlu soruların cevaplarını ilgili alanlara yazınız.

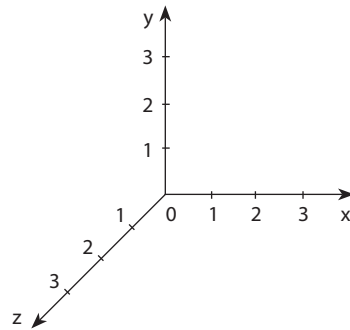
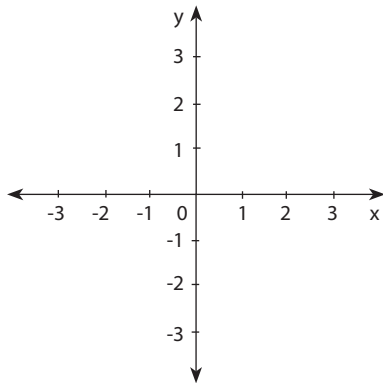
13. Batıya doğru 20 m/s'lik sabit hızla hareket eden araç, bir süre sonra kuzeye doğru yön değiştirerek 10 m/s'lik sabit hızla hareketine devam etmektedir. Bu süre içerisinde aracın hızındaki değişim  $\Delta \vec{v}$  olmaktadır.

Buna göre aracın hızındaki değişim kaç m/s olur?

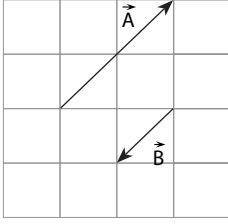
.....

.....

14. İki ve üç boyutlu koordinat sisteminde koordinatları  $\vec{K} (-3,2)$ ,  $\vec{L} (3,-2)$  ve  $\vec{M} (2,3,1)$  olan vektörleri çizin.



15.



Aynı düzlemde bulunan  $\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörleri verilmiştir.  $\vec{X}$  ve  $\vec{Y}$  vektörleri de  $\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörleri kullanılarak aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\vec{X} = \vec{A} + \vec{B} \quad \vec{Y} = \vec{A} + 3\vec{B}$$

Buna göre aşağıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

- I.  $\vec{X}$  ve  $\vec{Y}$  vektörleri aynı büyüklüktedir.      II.  $\vec{X}$  ve  $\vec{Y}$  zıt vektörlerdir.  
 III.  $\vec{X}$  ve  $\vec{Y}$  vektörlerinin doğrultuları aynıdır.      IV.  $\vec{X}$  ve  $\vec{Y}$  eşit vektörlerdir.

16. Bir otobüs 4 m/s büyüklüğünde hızla doğuya doğru hareket etmektedir. Otobüsün arka kısmında oturan bir yolcu, otobüsün hareketiyle aynı yönde ve otobüse göre 1 m/s büyüklüğünde sabit hızla yürümektedir.

**Bu yolcu araçla aynı yönde yere göre 2 m/s büyüklüğünde sabit hızla hareket eden bisikletliyi hangi yönde ve hangi hızla hareket ederken görür?**

17. Akıntı hızının büyüklüğü sabit ve 2 m/s büyüklüğünde olan bir ırmakta akıntıya paralel ve zıt yönde hareket ettiği görülen motorun 1 200 m'lik yolu 10 dakikada alması için suya göre hızının büyüklüğü kaç m/s olmalıdır?

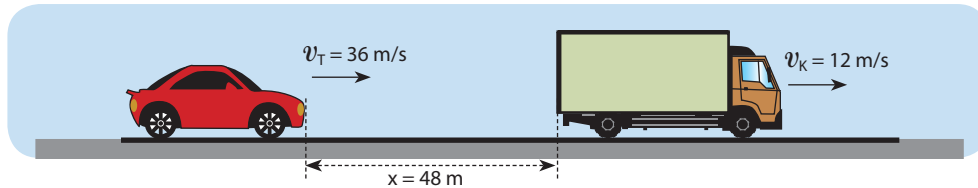
18. Kütleli 45 kg olan bir cisim, iple düşey aşağı indirilmek istenmektedir.

**İp en fazla 270 N büyüklüğündeki gerilme kuvvetine dayanabildiğine göre cismin ivmesinin büyüklüğü kaç  $m/s^2$  olur?** ( $g = 10 m/s^2$  alınınız.)

19. Doğrusal bir yolda  $\vec{v}_0$  hızıyla harekete başlayan cisim, sabit ivmeyle yavaşlayıp 9 s sonra durmuştur.

**Cisim hareketinin son 3 saniyesinde 45 m yer değiştirdiğine göre cismin yavaşlama ivmesinin büyüklüğü kaç  $m/s^2$  olur?** ( $g = 10 m/s^2$  alınınız.)

20. Bir kamyon, doğrusal yolda 12 m/s büyüklüğündeki sabit hızla hareket etmektedir. Aynı yolda 36 m/s büyüklüğünde hızla hareket eden otomobilin sürücüsü, 48 m önünde giden kamyonu fark etmiş ve frene basmıştır.



**Otomobilin kamyonu çarpmamaları için yavaşlama ivmesinin büyüklüğü en az kaç  $m/s^2$  olmalıdır?**



21. Denizcilikte kullanılan standart yük gemileri (tankerler) yaklaşık 5 m/s büyüklüğünde hızla yol almaktadır. Gemiler, motorları durdurulduktan sonra tam yüklü iken yaklaşık 9,5 km; boş iken yaklaşık 3,2 km kadar yol alarak durabilir. Bu nedenle geminin pervanesi tersine döndürülerek hareket yönüne ters bir itme kuvveti oluşturur. Bu hareketle geminin daha kısa mesafede durması amaçlanır. Gemicilikte bu olaya **tornistan** adı verilir.

Limana giriş yapmak isteyen aynı hıza sahip tankerlerden tam yüklü olanın boş olana göre durması daha uzun mesafede ve sürede gerçekleşir. Yüklü tankeri daha kısa mesafede durdurmak için daha çok makine gücü veya dış kuvvet gerekir. Bu gibi durumlarda uygun bir hızdayken demir atılarak, demir ve zemin arasında oluşan sürtünme kuvvetinden yararlanır. Gerekli ise römorkör (çekici) kullanılarak bir dış kuvvet ile limana güvenli bir yanaşma sağlanır. Römorkör, tankerin hareketine ters yönde çekme kuvveti uygulayarak tankerin hızının azalmasını sağlar.

Bütün özellikleri aynı olan X ve Y tankerlerinden X tankeri tam yüklü, Y tankeri ise boştur. Tankerler eşit büyüklükte hızla limana yaklaşmaktadır.

**Buna göre**

- a) Tornistan, sürtünme kuvveti veya tankerin hareketine zıt yönlü dış kuvvetler tankerlerin çizgisel momentumunu ne şekilde etkiler?

.....

.....

.....

- b) Tankerlerin motorları durdurulduktan sonra çizgisel momentumları nasıl değişir?

.....

.....

.....

.....

- c) Tankerleri aynı sürede durdurmak için hangisine daha büyük bir itme uygulanmalıdır?

.....

.....

.....

- ç) X ve Y tankerleri motorlarını durdurmuş ve limana yanaşmak için römorkör isteğinde bulunmuştur. Tankerler limandan eşit uzaklıkta iken X tankeri  $R_x$  römorkörünün, Y tankeri ise  $R_y$  römorkörünün eşliğinde limana yanaştırılmıştır. Diğer dış kuvvetlerin aynı olduğu kabul edilirse tankerler durana kadar römorkörlerin yaptığı işleri karşılaştırınız.

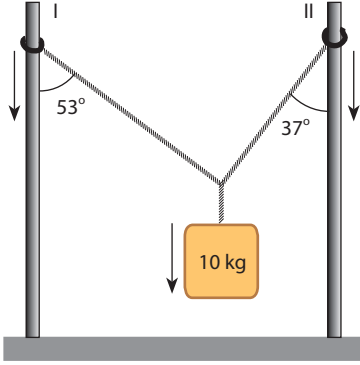
.....

.....

.....

.....

22.



Kütlesi 10 kg olan cisim, yatay düzleme sabitlenmiş birbirine paralel direklere ipler ve halkalar yardımıyla asılmıştır. Cisim serbest bırakıldığında aşağıya doğru sabit hızla kaymaktadır.

Buna göre cisim aşağı doğru kayarken I ve II direkleri ile halkalar arasında oluşan sürtünme kuvvetlerinin büyüklükleri sırayla  $F_I$  ve  $F_{II}$  ise  $\frac{F_I}{F_{II}}$  oranı kaçtır? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

.....

.....

23. Atletizm yarışlarından olan uzun atlama, belli bir mesafe sonundaki atlama çizgisine kadar hızlanarak bu çizgiyi geçmeden atlayış yapma esasına dayanan bir spordur. Uzun atlama yapan bir sporcunun atlama anındaki hızının düşey bileşenin büyüklüğü 4,5 m/s'dir. Yatay bileşeni ise atlama çizgisine ulaştığı andaki hızının büyüklüğünden 1 m/s daha azdır. Sporcu atladığı noktadan 6,3 m uzağa düşmektedir.

Buna göre atlama anından sonraki sürtünmeler ihmal edilirse sporcunun atlama çizgisine ulaştığındaki hızının büyüklüğü kaç m/s olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

.....

.....

.....

24. Aşağıda verilen cisimlerin hangi basit makine sınıfına girdiğini gerekçesini belirterek yazınız.



Anahtar

.....

.....



Çırpıcı

.....

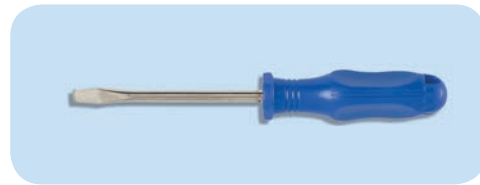
.....



Spatula

.....

.....



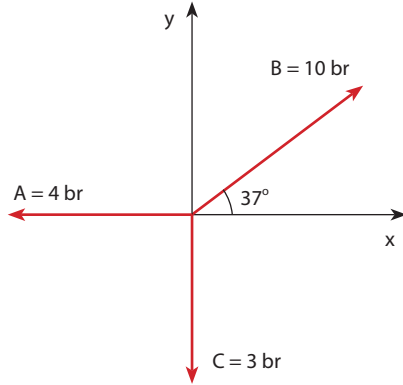
Tornavida

.....

.....

**C** Aşağıdaki çoktan seçmeli soruları çözünüz.

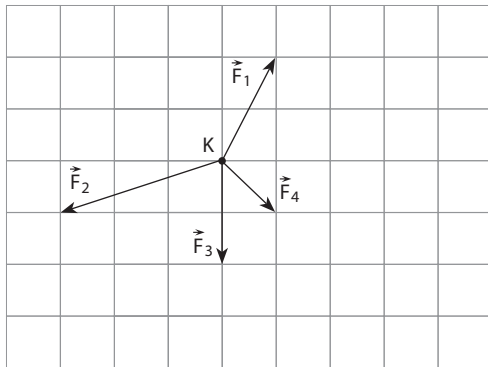
25.  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  ve  $\vec{C}$  vektörlerinin iki boyutlu kartezyen koordinat sistemindeki yönleri ve büyüklükleri verilmiştir.



Buna göre vektörlerin bileşkesinin büyüklüğü kaç birimdir? ( $\sin 37^\circ = 0,6$  ve  $\cos 37^\circ = 0,8$  alınınız.)

- A) 0    B) 5    C) 10    D) 15    E) 20

26. Noktasal K cismi aynı düzlemde bulunan  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$  ve  $\vec{F}_4$  kuvvetleri etkisinde hareket etmektedir.



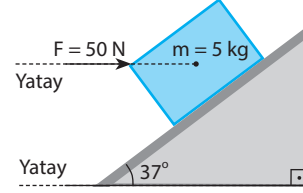
Buna göre

- I.  $\vec{F}_4$  kuvveti kaldırılırsa cisme etki eden bileşke kuvvetin yönü değişmez.
- II.  $\vec{F}_2$  kuvveti kaldırılırsa cisme etki eden bileşke kuvvetin yönü değişir.
- III.  $\vec{F}_1$  kuvveti iki katına çıkarılırsa K cismi sabit hızlı hareket yapar.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I    B) Yalnız II    C) I ve III  
D) II ve III    E) I, II ve III

27. Eğik düzlem üzerindeki 5 kg kütleli cisim, eğik düzlemin tabanına paralel doğrultuda 50 N büyüklüğünde kuvvet etkisiyle hareket etmektedir.



Eğik düzlem ile cisim arasındaki sürtünme katsayısı 0,1 olduğuna göre cismin ivmesinin büyüklüğü kaç  $m/s^2$  olur?

( $\sin 37^\circ = 0,6$ ;  $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $g = 10 m/s^2$  alınınız.)

- A)  $\frac{3}{5}$     B)  $\frac{2}{5}$     C)  $\frac{5}{2}$     D)  $\frac{5}{3}$     E) 2

28. Belli bir yükseklikten serbest bırakılan cisim, bir süre sonra limit hıza ulaşarak yere çarpmaktadır.

Buna göre cismin limit hıza ulaşma süresinin artması için

- I. Cismin kütlesi
- II. Ortamın yoğunluğu
- III. Cismin hareket doğrultusuna dik en büyük kesit alanı

niceliklerinden hangisinin artması gerekir?

- A) Yalnız I    B) Yalnız II    C) Yalnız III  
D) II ve III    E) I, II ve III

29. Aynı doğrusal yolda hareket eden X, Y ve Z araçlarından X batıya doğru gitmektedir. X aracındaki gözlemci, Y aracının batıya; Z aracının ise doğuya doğru hareket ettiğini görmektedir.

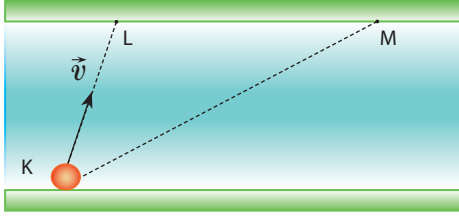
Buna göre

- I. Y'nin hızının büyüklüğü X'ten fazladır.
- II. X'nin hızının büyüklüğü Z'den fazladır.
- III. Y'nin hızının büyüklüğü Z'ye eşittir.

yargılarından hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I    B) Yalnız II    C) Yalnız III  
D) I ve II    E) I, II ve III

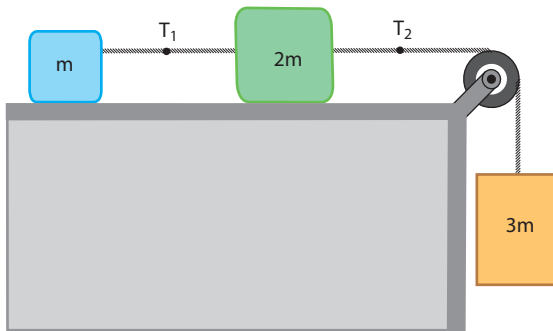
30. Suya göre hızı  $\vec{v}$  olan motor, K noktasından L noktasına doğru harekete geçip t sürede M noktasından karşı kıyıya ulaşmaktadır.



Buna göre  $\vec{v}$  hızının büyüklüğü arttırılırsa motorun hareket süresi t ve karşı kıyıya ulaştığı noktanın L noktasına uzaklığı nasıl değişir?

t	LM
A) Değişmez	Değişmez
B) Artar	Artar
C) Azalır	Azalır
D) Azalır	Artar
E) Artar	Azalır

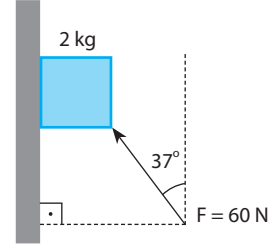
31. Esnemeyen ipler ve kütleleri m, 2m ve 3m olan cisimler yardımıyla oluşturulan sistemde sürtünmeler ihmal edilmiştir. Cisimler serbest bırakıldığında iplerde oluşan gerilme kuvvetlerinin büyüklükleri  $T_1$  ve  $T_2$  olmaktadır.



Buna göre iplerin gerilme kuvvetlerinin büyüklükleri  $\frac{T_1}{T_2}$  oranı kaçtır? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

- A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{1}{2}$  C) 1 D)  $\frac{3}{2}$  E) 2

32. Kütleli 2 kg olan cisme 60 N büyüklüğünde kuvvet şekildeki gibi uygulanmaktadır.

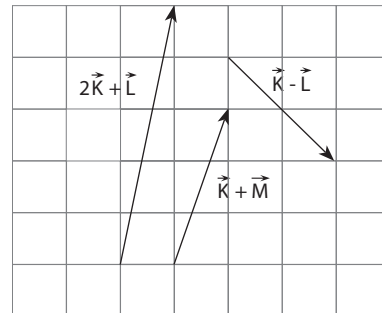


Duvar ile cisim arasındaki sürtünme katsayısı 0,5 olduğuna göre cismin ivmesinin büyüklüğü ve yönü aşağıdakilerden hangisidir?

( $\sin 37^\circ = 0,6$ ;  $\cos 37^\circ = 0,8$  ve  $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınız.)

- A) Aşağı yönde  $5 \text{ m/s}^2$   
 B) Yukarı yönde  $5 \text{ m/s}^2$   
 C) Aşağı yönde  $19 \text{ m/s}^2$   
 D) Yukarı yönde  $19 \text{ m/s}^2$   
 E) Sıfır

33. Birimkarelere ayrılmış düzlemde  $2\vec{K} + \vec{L}$ ,  $\vec{K} - \vec{L}$  ve  $\vec{K} + \vec{M}$  vektörleri verilmiştir.



Buna göre  $\vec{M}$  vektörünün büyüklüğü kaç birimdir?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

34. Asansörün içinde bir cismin farklı anlardaki ağırlığı ölçülmüştür. Asansör durgunken yapılan ölçüm ile hareketli iken yapılan ölçüm karşılaştırıldığında, durgunken ölçülen ağırlığın daha fazla olduğu görülmüştür.

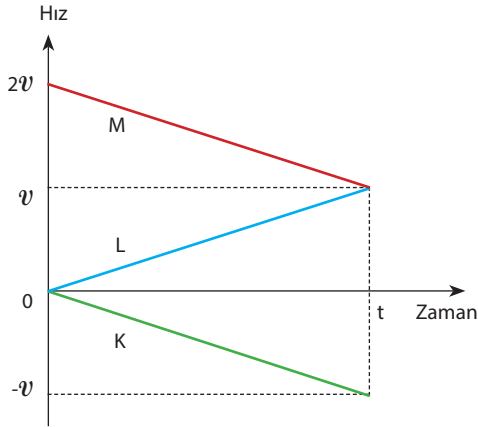
Buna göre

- I. Asansör yukarıya doğru hızlanmaktadır.
- II. Asansör yukarıya doğru yavaşlamaktadır.
- III. Asansör aşağıya doğru yavaşlamaktadır.

ifadelerinden hangileri doğru olabilir?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
D) I ve III      E) I, II ve III

35.  $t = 0$  anında yan yana olan K, L ve M araçlarına ait hız-zaman grafiği şekildeki gibidir.



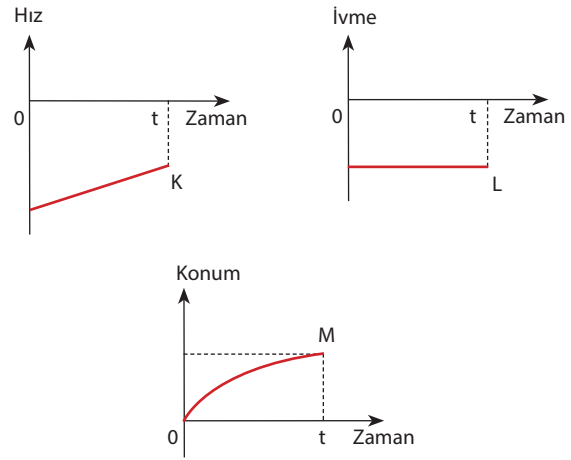
Araçlar aynı doğrultuda hareket ettiğine göre

- I. Araçların ivmelerinin büyüklükleri eşittir.
- II.  $t$  sürede L ve M araçlarının yer değiştirmeleri eşittir.
- III.  $t$  anında K ile L arasındaki uzaklık, L ile M arasındaki uzaklığa eşittir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) I ve II  
D) I ve III      E) I, II ve III

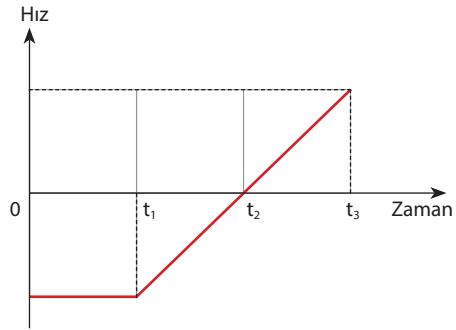
36. Doğrusal yolda hareket eden araçlardan K aracının hız-zaman, L aracının ivme-zaman ve M aracının konum-zaman grafikleri verilmiştir.



Buna göre araçlardan hangileri hızlanmış olabilir?

- A) Yalnız K      B) Yalnız L      C) K ve L  
D) K ve M      E) K, L ve M

37. Doğrusal bir yolda hareket eden bir aracın hız-zaman grafiği verilmiştir.



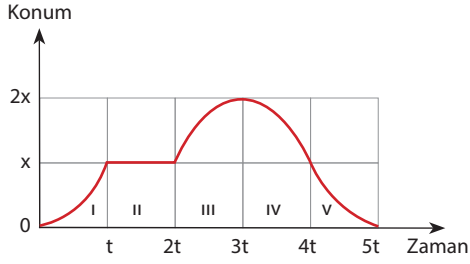
Buna göre

- I. Araç  $t_2$  anında yön değiştirmiştir.
- II.  $0-t_1$  zaman aralığında aracın sabit bir ivmesi vardır.
- III. Araç  $t_1-t_3$  zaman aralığında sürekli hızlanmıştır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
D) II ve III      E) I, II ve III

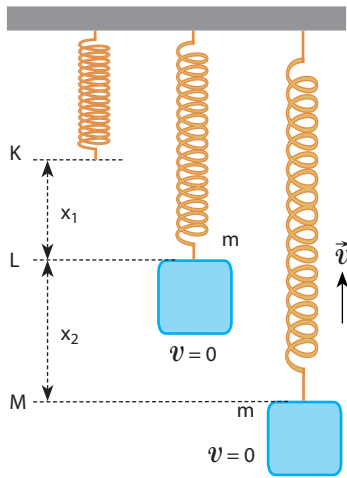
38. Doğrusal yolda hareket eden bir cismin konum-zaman grafiği şekildeki gibidir.



Buna göre hangi aralıklarda cismin hız vektörüyle ivme vektörü ters yönlüdür?

- A) I ve III      B) I ve IV      C) II ve III  
D) III ve V      E) IV ve V

39. Serbest hâlde iken K seviyesinde olan ve ağırlığı ihmal edilen yayın ucuna m kütleli bir cisim asılıp serbest bırakıldığında yay L seviyesinde dengede kalmaktadır.



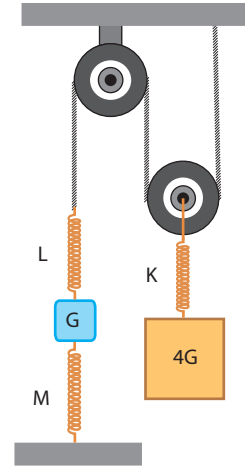
Yay, M seviyesine kadar çekilip bırakıldığında L seviyesinden  $v$  hızıyla geçtiğine göre

- I.  $m \cdot g = k \cdot x_1$   
II.  $\frac{1}{2} k (x_1^2 + x_2^2) = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} k \cdot x_1^2 + m \cdot g \cdot x_2$   
III.  $\frac{1}{2} k \cdot x_2^2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

eşitliklerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) I ve III  
D) II ve III      E) I, II ve III

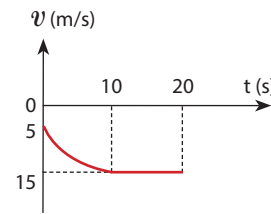
40. Ağırlıklarının büyüklüğü G ve 4G olan cisimler özdeş K, L ve M yayları ile şekildeki gibi dengelenmiştir.



Buna göre yaylarda depolanan esneklik potansiyel enerjiler  $E_K$ ,  $E_L$  ve  $E_M$  arasında nasıl bir ilişki vardır? (Makara ve yay ağırlıkları ihmal edilecektir.)

- A)  $E_K > E_L > E_M$       B)  $E_K = E_L > E_M$       C)  $E_M > E_K = E_L$   
D)  $E_M > E_L > E_K$       E)  $E_K = E_L = E_M$

41. Hava ortamındaki yüksek bir yerden düşey doğrultuda aşağı yönde atılan cismin hız-zaman grafiği şekildeki gibidir.



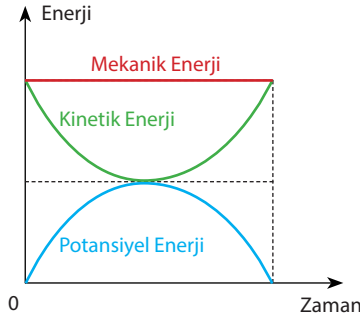
Buna göre

- I. Cisim 15 m/s büyüklüğünde hızla atılmıştır.  
II. Cisim 0-10 s aralığında sabit ivmeli hareket yapmıştır.  
III. 10-20 s arasında cisme etki eden net kuvvet sıfırdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
D) II ve III      E) I, II ve III

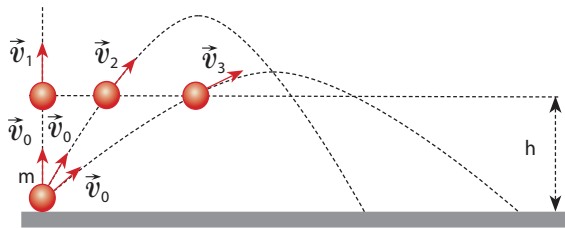
42. Hava direncinin ihmal edildiği ortamda bir cisme ait potansiyel enerji, kinetik enerji ve mekanik enerjinin zamanla değişim grafikleri şekildeki gibidir.



Buna göre cismin yaptığı hareket hangisidir?

- A) Serbest düşme hareketi  
B) Yatay atış hareketi  
C) Eğik atış hareketi  
D) Düzgün hızlanan hareket  
E) Yukarıdan aşağıya düşey atış hareketi

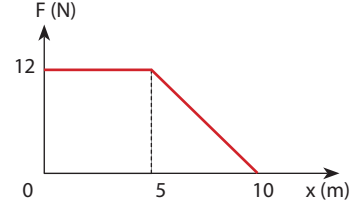
43. Hava sürtünmesinin önemsenmediği bir ortamda şekildeki gibi aynı yerden  $v_0$  büyüklüğündeki hızla atılan  $m$  kütleli cisimlerin yerden  $h$  kadar yükseklikteki hızlarının büyüklükleri  $v_1$ ,  $v_2$  ve  $v_3$  olmaktadır.



Buna göre cisimlerin hızları arasındaki büyüklük ilişkisi nedir?

- A)  $v_1 > v_2 > v_3$    B)  $v_1 > v_2 = v_3$    C)  $v_1 = v_2 > v_3$   
D)  $v_2 = v_3 > v_1$    E)  $v_1 = v_2 = v_3$

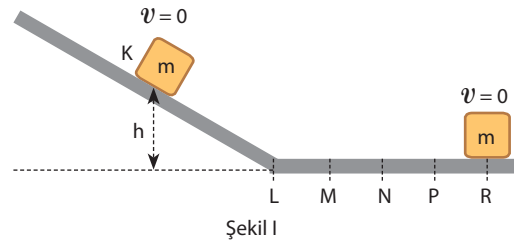
44. Doğrusal bir yolda hareket eden cisme etki eden net kuvvetin yola bağlı değişim grafiği verilmiştir.



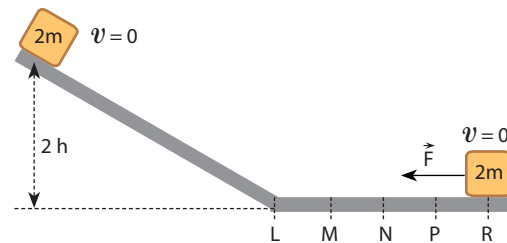
Buna göre cismin 0-10 metre arasındaki kinetik enerji değişimi kaç joule olur?

- A) 30   B) 60   C) 90   D) 120   E) 150

45. Şekil I'de  $m$  kütleli bir cisim, sürtünmelerin ihmal edildiği eğik düzlemin K noktasından serbest bırakıldığında sabit sürtülmeli L-R yolunun R noktasında durmaktadır. Şekil II'de  $2m$  kütleli bir cisim, aynı sistemin R noktasından  $\vec{F}$  kuvveti ile L noktasına kadar çekilerek bırakıldığında  $2h$  yüksekliğine kadar çıkabilmektedir.



Şekil I

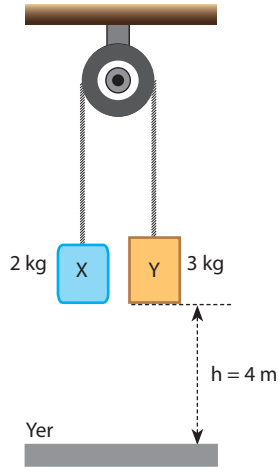


Şekil II

Buna göre  $\vec{F}$  kuvvetinin yaptığı iş kaç  $m \cdot g \cdot h$  olur?

- A) 1   B) 2   C) 4   D) 5   E) 6

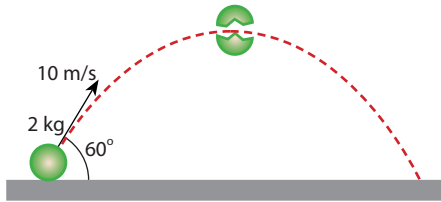
46. Şekildeki sürtünmelerin ihmal edildiği sistemde 2 kg kütleli X cismi ile 3 kg kütleli Y cismi yerden 4 m yüksekten yan yana tutulmaktadır.



Buna göre cisimler serbest bırakılırsa Y cisminin yere çarpma hızının büyüklüğü kaç m/s olur? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)

- A) 1,5 B) 2 C)  $5\sqrt{2}$  D) 4 E)  $4\sqrt{5}$

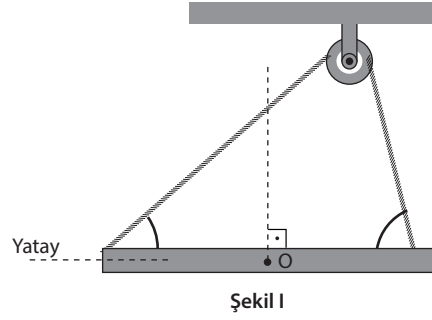
47. Sürtünmelerin ihmal edildiği bir ortamda yatayla  $60^\circ$  açı yapacak şekilde 10 m/s büyüklüğünde hızla atılan 2 kg kütleli cisim yörüngesinin tepe noktasında iç patlama sonucunda eşit iki parçaya ayrılmıştır.



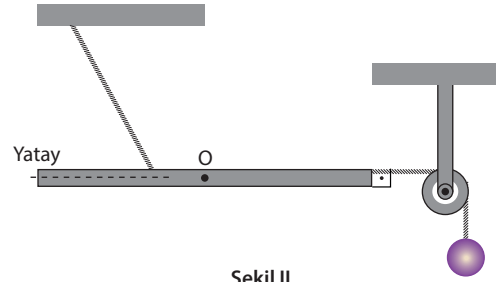
Parçalardan biri serbest düşme hareketi yaptığını göre diğer parçanın hızının büyüklüğü kaç m/s olur? ( $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$  alınınız.)

- A) 10 B)  $10\sqrt{2}$  C) 20 D)  $20\sqrt{2}$  E) 5

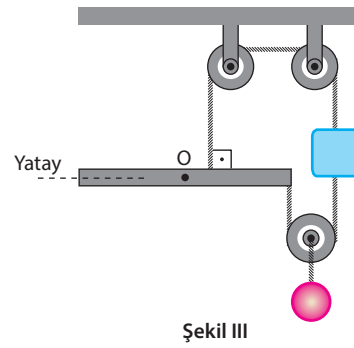
48. Şekillerdeki türdeş çubukların ağırlık merkezleri O noktasıdır.



Şekil I



Şekil II



Şekil III

Buna göre hangi çubuklar gösterilen şekliyle dengede kalabilir?

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II  
D) II ve III E) I, II ve III

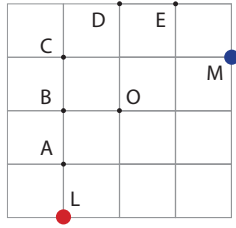
49. Bir cisim, hava direncinin ihmal edildiği ortamda yerden yüksek bir noktadan düşey aşağı doğru 30 m/s büyüklüğünde hızla atıldığında yere 50 m/s büyüklüğünde hızla çarpmaktadır.

Buna göre cisim aynı yükseklikten serbest düşmeye bırakıldıktan kaç s sonra yere çarpar? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  alınınız.)

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 8



50. K, L ve M cisimlerinin kütle merkezi O noktasıdır. M ve L cisimlerinin yeri şekilde gösterilmiş, K cisminin ise gösterilmemiştir.



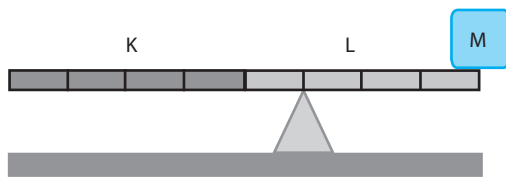
Buna göre

- I. K cisimi, E ve A noktalarında bulunamaz.
- II. K cisimi C noktasında ise kütleler arasındaki ilişki  $m_K = m_L = m_M$  olmalıdır.
- III. K cisimi B noktasında ise kütleler arasındaki ilişki  $m_K > m_M > m_L$  olmalıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız III      C) I ve II  
D) I ve III      E) I, II ve III

51. Birbirine yapışık aynı kalınlıkta kendi içinde homojen K ve L çubukları, türdeş M cismi yardımıyla şekildeki gibi dengededir.



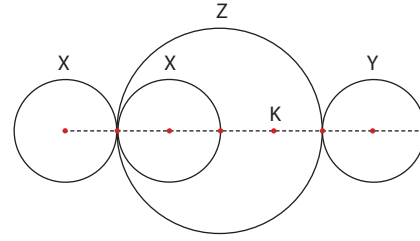
Buna göre

- I. K çubuğu L'den ağırdır.
- II. L çubuğu K'den ağırdır.
- III. L çubuğu ve M cismi eşit ağırlıktadır.
- IV. L çubuğu K'nin 4 katı ağırlıktadır.

ifadelerinden hangileri doğru olabilir?

- A) I, II ve III      B) II, III ve IV      C) I ve III  
D) II ve IV      E) I ve II

52. Aynı kalınlıkta homojen X, Y ve Z telleriyle oluşturulan şekildeki sistemin ağırlık merkezi K noktasındadır.



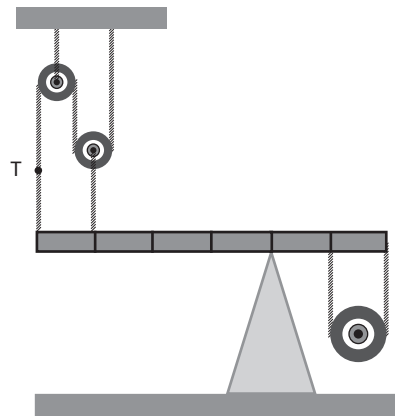
Noktalar arası uzaklık eşit olduğuna göre

- I. Y'nin özkütlesi X'in 3 katıdır.
- II. Y ve Z'nin özkütleri eşittir.
- III. X ve Z'nin özkütleri eşittir.

ifadelerinden hangileri doğru olabilir?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
D) I ve III      E) I, II ve III

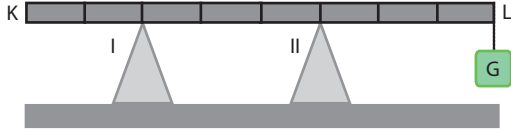
53. Şekildeki makaraların ve eşit bölmelendirilmiş türdeş çubuğun ağırlığının büyüklüğü G'dir.



Sistem dengede olduğuna göre ip gerilme kuvvetinin büyüklüğü T, kaç G'dir?

- A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{2}$       C)  $\frac{5}{4}$       D)  $\frac{3}{2}$       E)  $\frac{5}{2}$

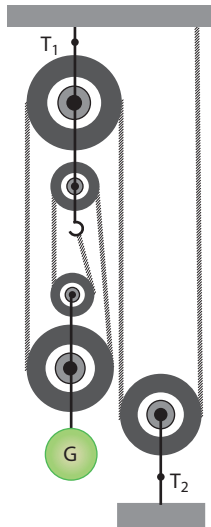
54. Ağırlığı  $\vec{G}$  olan türdeş KL çubuğu, I ve II destekleri üzerinde dengededir.



Buna göre L ucuna  $\vec{G}$  ağırlıklı cisim şekildeki gibi asıldığında çubuğun dengesinin bozulmaması için K ucuna asılabilecek en büyük ağırlığın en küçük ağırlığa oranı kaçtır?

- A) 2    B) 4    C) 5    D) 10    E) 20

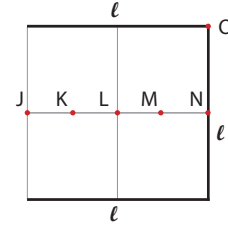
55. Ağırlığı ihmal edilen makaralar ve  $\vec{G}$  ağırlıklı cisim ile oluşturulan sistem dengededir.



Buna göre iplerdeki gerilme kuvvetlerinin büyüklükleri  $\frac{T_1}{T_2}$  oranı kaçtır?

- A) 1    B)  $\frac{3}{2}$     C)  $\frac{5}{2}$     D)  $\frac{9}{2}$     E) 5

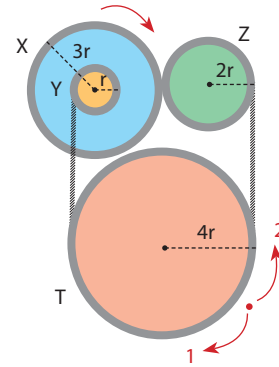
56. Uzunluğu  $3\ell$  olan homojen tel şekildeki gibi bükülmüştür.



Buna göre tel O noktasından ipe asıldığında ipin uzantısı nereden geçer? (Noktalar eşit aralıktır.)

- A) K'den    B) M'den    C) K ve L arasında  
D) M ve N arasında    E) L ve M arasında

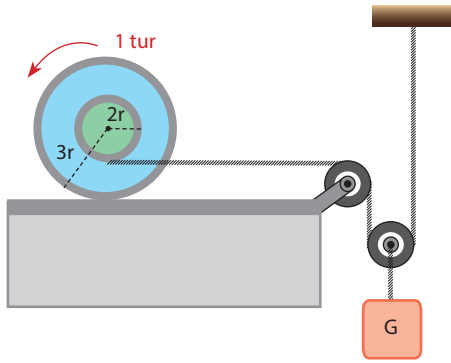
57. Şekildeki X, Y, Z ve T makaralarının yarıçapları sırasıyla  $3r$ ,  $r$ ,  $2r$  ve  $4r$ 'dir.



Buna göre X makarası ok yönünde 2 tur dönerse T makarası hangi yönde kaç tur döner? (X ve Z makaraları kaymadan dönmektedir.)

- A) 1 yönünde  $\frac{1}{2}$  tur  
B) 2 yönünde  $\frac{1}{2}$  tur  
C) 1 yönünde 1 tur  
D) 2 yönünde 1 tur  
E) 2 yönünde 2 tur

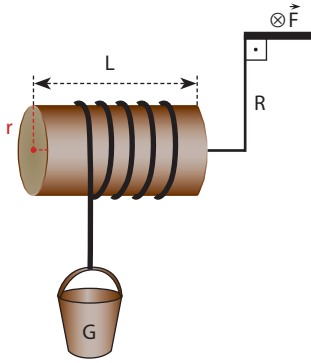
58.  $3r$  ve  $2r$  yarıçaplı makaraların eksenleri çakışmıştır.



Buna göre makara ok yönünde 1 tam tur dönerek kaymadan ilerlediğinde ağırlığının büyüklüğü  $G$  olan cismin potansiyel enerjisi kaç  $G \cdot r$  artar? ( $\pi = 3$  alınız.)

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 5    E) 6

59. Çıkrık  $\vec{F}$  kuvveti uygulanarak  $n$  tur çevrilince  $\vec{G}$  yükü  $h$  kadar yükseldiğine göre  $h$  yüksekliği

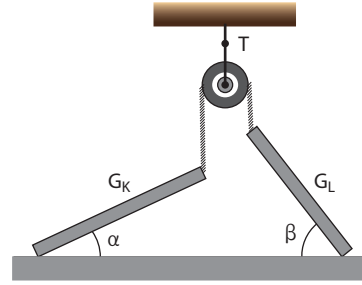


- I. Uygulanan kuvvetin büyüklüğü ( $F$ )
- II. Çıkrık kolunun uzunluğu ( $R$ )
- III. Silindirin yarıçapı ( $r$ )
- IV. Tur sayısı ( $n$ )
- V. Cismin ağırlığının büyüklüğü ( $G$ )

niceliklerinden hangilerine bağlıdır?

- A)  $F, R$  ve  $r$     B)  $F, R, r$  ve  $G$     C)  $n$  ve  $r$   
D)  $F, R, r, n$  ve  $G$     E)  $R, r, n$  ve  $G$

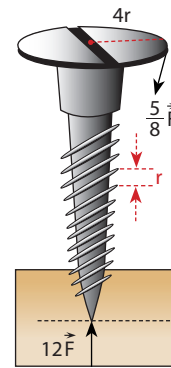
60. Aynı kalınlıkta ve homojen  $\vec{G}_K$  ve  $\vec{G}_L$  ağırlıklı çubuklar şekildeki sistemde dengededir. Makarayı taşıyan ipteki gerilme kuvvetinin büyüklüğü  $T$ 'dir.



Buna göre  $T, G_K$  ve  $G_L$  büyüklükleri arasındaki ilişki nedir? ( $\alpha < \beta$ )

- A)  $T > G_K > G_L$     B)  $T > G_L > G_K$     C)  $T > G_K = G_L$   
D)  $T = G_K = G_L$     E)  $G_K = G_L > T$

61. Yüzey direnç kuvvetinin büyüklüğü  $12F$  olan zeminde vida adımı  $r$  olan vidayı ancak  $\frac{5F}{8}$  büyüklüğündeki kuvvet çevirebilmektedir.



Buna göre vidanın verimi % kaçtır? ( $\pi = 3$  alınız.)

- A) 60    B) 75    C) 80    D) 90    E) 100