1. ÜNİTE

ÇEMBERSEL HAREKET

Bu ünitede, düzgün çembersel hareket açıklanarak bu hareketin gerçekleşmesini sağlayan merkezcil kuvvetin bağlı olduğu değişkenler verilecektir. Düzgün çembersel hareket yapan cisimlerin hareketleri analiz edilerek araçların yatay, düşey ve eğimli zeminlerde emniyetli dönüş şartları üzerinde durulacaktır.

Öteleme ve dönme hareketleri karşılaştırılarak eylemsizlik momenti kavramı açıklanacaktır. Dönme ve dönerek öteleme hareketi yapan cisimlerin kinetik enerjilerinin bağlı olduğu değişkenler verilecektir.

Fiziksel bir nicelik olan açısal momentum kavramı açıklanacak, bu kavram çizgisel momentum ve torkla ilişkilendirilecektir. Açısal momentumun korunumuna yönelik günlük hayat örnekleri üzerinde durulacaktır.

Kütle çekim kuvvetinin bağlı olduğu değişkenler verilerek kütle çekim potansiyel enerjisi açıklanacaktır.

1. BÖLÜM

DÜZGÜN ÇEMBERSEL HAREKET

Konular

1.1.1. Düzgün Çembersel Hareket Nedir?

1.1.2. Düzgün Çembersel Harekette Merkezcil Kuvvetin Bağlı Olduğu Değişkenler

1.1.3. Düzgün Çembersel Hareket Yapan Cisimlerin Hareketi

1.1.4. Yatay, Düşey ve Eğimli Zeminlerde Araçların Emniyetli Dönüş Şartları

~~Anahtar Kavramlar~~

- Çizgisel hız
- Açısal hız
- Merkezcil kuvvet
- Merkezcil ivme

- **Düzgün doğrusal hareket yapan bir cisme hız vektörü doğrultusunda bir kuvvet uygulandığında cismin hareketinde nasıl bir değişiklik meydana gelir?**
- **Bu kuvvet aynı cisme, hareket düzlemine paralel ve hız vektörüne dik olarak uygulansaydı cismin hareketi bu durumdan nasıl etkilenirdi?**

Bu bölümde, düzgün çembersel hareket ile ilgili kavramlar verilerek merkezcil kuvvetin bağlı olduğu değişkenler arasındaki ilişki belirlenecektir. Yatay ve düşey düzlemde çembersel hareket yapan cisimlere ait serbest cisim diyagramları çizilerek, virajlarda emniyetli dönüş şartları üzerinde durulacaktır.

1.1.1. Düzgün Çembersel Hareket Nedir?

Görsel 1.1: *Dönme dolap*

Görsel 1.2: *Döner kavşak*

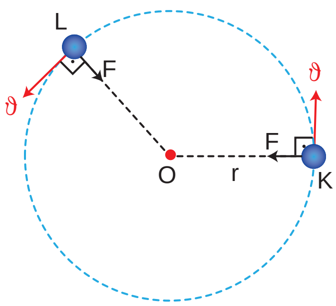
Dönme hareketi denilince akla birçok örnek gelir. Lunaparktaki bir dönme dolabın hareketi (Görsel 1.1), döner kavşağın çevresindeki araçların yaptığı hareket (Görsel 1.2), saatin akrep ve yelkovanı ile tekerleğin hareketi, elektronların çekirdek çevresindeki dolanımı, Dünya'nın Güneş, Ay'ın Dünya çevresindeki dönüş hareketleri gibi... Ancak her dönme hareketinin bir düzgün çembersel hareket olmadığını bilmek gerekir.

Bir hareketlinin sabit bir eksen etrafında, eşit zaman aralıklarında eşit yollar almasına ya da sabit bir nokta etrafında, sabit büyüklükte bir hızla dönmesine **düzgün çembersel hareket** denir.

Düzgün çembersel hareket kavramının öğrenilmesi; uyduların, gezegenlerin ve atom çekirdeği çevresindeki elektronların hareketlerinin anlaşılmasına yardımcı olur.

Düzgün Çembersel Hareketle İlgili Kavramlar

Bir cismin düzgün çembersel hareket yapabilmesi için cisme, yönü sürekli merkeze doğru ve büyüklüğü değişmeyen bir kuvvet uygulanmalıdır. O merkezli çembersel bir yörüngede dolanan cisim, yörüngesi üzerindeki K ve L noktalarından geçerken cisme etki eden F büyüklüğündeki kuvvetin gösterimi Şekil 1.1'deki gibidir.



Şekil 1.1: *Çembersel hareket yapan cisim*

Belirli zaman aralıklarında kendini tekrarlayan hareketlere **periyodik hareket** denir. Dönme, titreşim veya düzgün çembersel hareket yapan cisimlerin hareketleri de periyodik harekete örnek olarak verilebilir.

Düzgün çembersel hareketin kavramları aşağıda verilmiştir.

Periyot (T)

Düzgün çembersel hareket yapan bir cismin yörünge üzerinde bir tam tur dönebilmesi için geçen süreye **periyot** denir. Periyot T sembolüyle gösterilir, skaler bir büyüklüktür. SI (Uluslararası Birim Sistemi)'da birimi saniyedir (s).

Frekans (f)

Düzgün çembersel hareket yapan bir cismin birim zamandaki (1 saniye) tur sayısına **frekans** denir. Frekans f sembolüyle gösterilir, skaler bir büyüklüktür. SI'da birimi Hertz (Hz)'dir. 1 s^{-1} = 1 Hz'dir.

Periyot ile frekans arasındaki ilişki $\boxed{T \cdot f = 1}$ dir.

Örnek

Bir arabanın CD çaları sabit hızla 1 dakikada 180 devir yapmaktadır.

Bu CD çaların frekansını ve periyodunu hesaplayınız.

Çözüm

1 dakika 60 saniyedir. CD çalar

60 saniyede — 180 devir yaparsa
1 saniyede — f devir yapar.

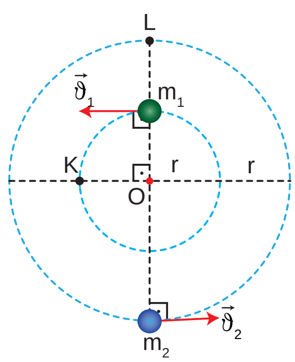
$f = \frac{180}{60} = 3s^{-1}$ olur.

$T \cdot f = 1$ bağıntısından

$3 \cdot T = 1$

$T = \frac{1}{3}$ s bulunur.

Sıra Sizde - 1



r ve 2r yarıçaplı yörüngelerde sabit büyüklükte hızlarla dolanan m_1 ve m_2 kütleli cisimler verilen konum ve yönlerden aynı anda geçtikten t süre sonra m_1 kütleli cisim K noktasından, m_2 kütleli cisim de L noktasından geçmektedir.

m_1 kütleli cismin dolanım periyodu T_1, m_2 kütleli cismin dolanım periyodu T_2 olduğuna göre $\frac{T_1}{T_2}$ oranı kaçtır?

Çözüm

Çizgisel Hız ($\vec{\vartheta}$)

Çembersel hareket yapan bir cismin yörüngesi üzerinde sahip olduğu hıza **çizgisel hız** denir. Çizgisel hız yörüngeye daima teğettir. Çizgisel hız $\vec{\vartheta}$ sembolüyle gösterilir, vektörel bir büyüklüktür. SI'da birimi $\frac{m}{s}$ dir.

Doğrusal bir yolda sabit ϑ büyüklüğünde hızla hareket eden cismin t sürede aldığı yol $x = \vartheta \cdot t$ ifadesiyle bulunur.

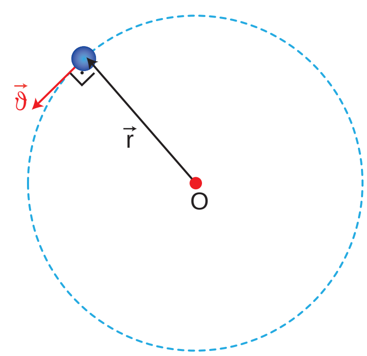
Düzgün çembersel hareket yapan cisim bir periyotluk sürede r yarıçaplı çemberin çevresi kadar yol alır. Aldığı yol $x = 2\pi \cdot r$ olur. Bu durumda

$2\pi \cdot r = \vartheta \cdot T$ olur. Buradan ϑ çekilirse çembersel harekette çizgisel hızın büyüklüğünü veren $\boxed{\vartheta = \frac{2\pi \cdot r}{T}}$ bağıntısı elde edilir.

$T = \frac{1}{f}$ ifadesi, bulunan hız bağıntısında yerine yazılırsa çizgisel hızın frekansa bağlı ifadesi

$\boxed{\vartheta = 2\pi \cdot r \cdot f}$ olarak bulunur.

Cismin herhangi bir andaki konumuna hareketin merkezinden çizilen vektöre **yarıçap vektörü** denir. Yarıçap vektörü $\vec{r}$ sembolüyle gösterilir. Düzgün çembersel harekette konum vektörü yarıçap vektörüdür (Şekil 1.2).



Şekil 1.2: *Düzgün çembersel hareket yapan cismin çizgisel hızının ve yarıçap vektörünün gösterimi*

Açısal Hız ($\vec{\omega}$)

Düzgün çembersel hareket yapan cismin yarıçap vektörünün birim zamanda taradığı açının radyan cinsinden değerine **açısal hız** denir. Açısal hız $\vec{\omega}$ sembolüyle gösterilir, vektörel bir büyüklüktür. SI'da birimi $\frac{rad}{s}$ dir.

Düzgün çembersel hareket yapan bir cismin konum vektörü bir periyotluk sürede 2π radyan açı tarar. Bu nedenle açısal hızın büyüklüğü

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$ bağıntısıyla bulunur.

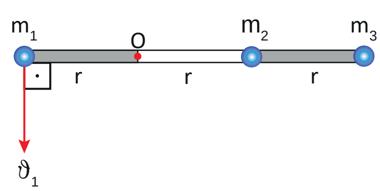
$\vartheta = \frac{2\pi}{T} \cdot r$ çizgisel hız denkleminde $\omega = \frac{2\pi}{T}$ yerine yazılırsa

$\boxed{\vartheta = \omega \cdot r}$ bağıntısı ile bulunur.

Bu bağıntı çizgisel hızla açısal hız arasındaki ilişkiyi verir.

Örnek

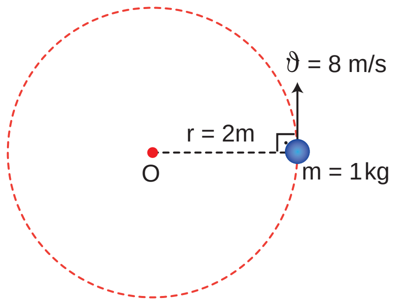
Ağırlığı önemsiz eşit bölmeli bir çubuk, O noktasından geçen eksen etrafında sabit büyüklükte açısal hızla ok yönünde döndürülmektedir.



Buna göre çubuk üzerinde sabitlenmiş m_1, m_2 ve m_3 kütleli cisimlerin çizgisel ve açısal hızlarının büyüklüklerini karşılaştırınız.

Çözüm

Cisimler aynı çubuk üzerinde birlikte döndükleri için periyotları ve frekansları eşittir. Aynı sürede eşit açı taradıklarından açısal hızları eşit olur ($\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$). Ancak çizgisel hızlarının büyüklükleri O noktasına uzaklıklarına bağlı olduğu için hızları farklıdır. Dönme eksenine uzak olanın çizgisel hızı da büyüktür. Buradan $\vartheta_3 > \vartheta_2 = \vartheta_1$ sonucuna ulaşılır.



Örnek

O noktası etrafında 1 kg kütleli bir cisim 8 $\frac{m}{s}$ sabit büyüklükte bir hızla düzgün çembersel hareket yapmaktadır.

Buna göre

a) **Cismin periyodu kaç saniyedir?**

b) **Cismin frekansı kaç s^{-1} dir?**

c) **Cismin açısal hızı kaç $\frac{rad}{s}$ dir?**
(π = 3 alınız.)

Çözüm

a) Cismin çizgisel hızı $\vartheta = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ dir.

Buradan T çekilirse $T = \frac{2\pi \cdot r}{\vartheta}$ olur.

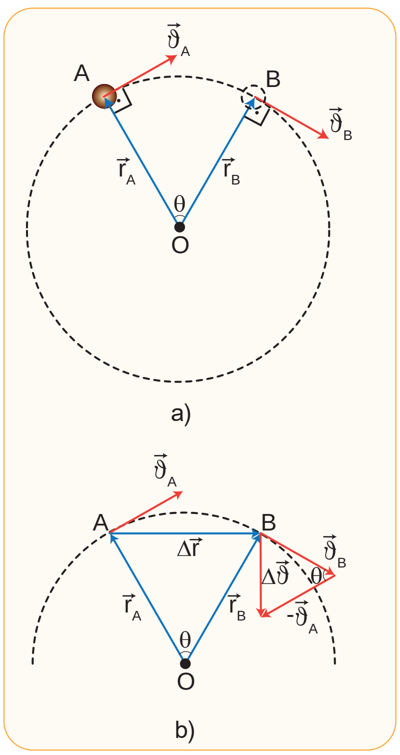
$T = \frac{2\pi \cdot r}{\vartheta} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 2}{8} = \frac{3}{2}$ s bulunur.

b) $T \cdot f = 1$ ifadesinde T yerine yazılırsa

$\frac{3}{2} \cdot f = 1$ den $f = \frac{2}{3}\, s^{-1}$ bulunur.

c) Açısal hız $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ifadesinde periyot yerine yazılırsa

$\omega = \frac{2 \cdot 3}{\frac{3}{2}} = \frac{2 \cdot \cancel{3}}{\frac{\cancel{3}}{2}} = 2 \cdot 2 = 4\, \frac{rad}{s}$ bulunur.



Şekil 1.3: *a) Düzgün çembersel hareket yapan cismin A ve B noktalarından geçerken yarıçap ve hız vektörleri b) Düzgün çembersel hareket yapan cismin hızındaki ve konumundaki değişim*

Merkezcil İvme ($\vec{a}$)

Düzgün çembersel hareket yapan bir cismin hareketi sırasında hızının büyüklüğü değişmezken yönü sürekli değişir. Bu hız değişiminden kaynaklanan ve yönü daima hareketin yörünge merkezine doğru olan ivmeye **merkezcil ivme** denir.

O merkezli yörüngede düzgün çembersel hareket yapan cisim, Δt sürede A noktasından B noktasına geldiğinde cismin hızındaki değişim $\Delta\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_B - \vec{\vartheta}_A$, konumundaki değişim $\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$ olur (Şekil 1.3: a).

Cismin A ve B noktalarındaki hızlarının büyüklükleri için $|\vec{\vartheta}_A| = |\vec{\vartheta}_B| = \vartheta$ konum vektörlerinin büyüklükleri için $|\vec{r}_A| = |\vec{r}_B| = r$ olmak üzere Şekil 1.3: b'deki ikizkenar üçgenlerin benzerliğinden $\frac{\Delta\vartheta}{\vartheta} = \frac{\Delta r}{r}$ yazılır. Buradan $\Delta\vartheta$ ifadesi çekilip $a = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t}$ bağıntısında yerine yazılırsa

$a = \frac{\vartheta \cdot \Delta r}{\Delta t \cdot r}$ olur.

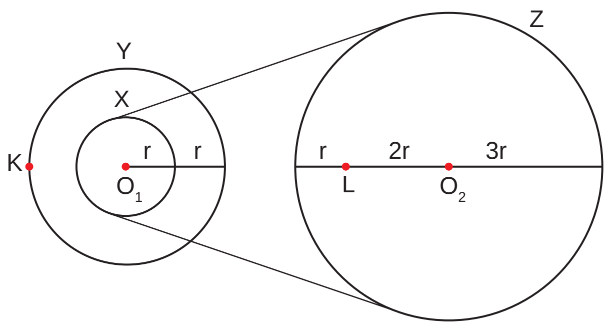
$\vartheta = \frac{\Delta r}{\Delta t}$ yerine yazıldığında merkezcil ivmenin büyüklüğünü veren

$\boxed{a_{Merkezcil} = \frac{\vartheta^2}{r} = \omega^2 \cdot r}$ bağıntısına ulaşılır.

Merkezcil ivmenin birimi SI'da $\frac{m}{s^2}$ dir. Vektörel bir büyüklüktür. Merkezcil ivme ile yarıçap vektörü aynı doğrultuda olmasına rağmen zıt yönlü olmalarından

$\boxed{\vec{a}_{Merkezcil} = -\omega^2 \cdot \vec{r}}$ şeklinde ifade edilir.

Örnek



Eş merkezli X ve Y kasnakları ile Z kasnağı O_1 ve O_2 merkezlerinden geçen eksen etrafında serbestçe dönebilmektedir. Y kasnağı üzerindeki K noktasıyla Z kasnağı üzerindeki L noktasının merkezcil ivmelerinin büyüklükleri sırasıyla a_K ve a_L dir.

Buna göre $\frac{a_K}{a_L}$ oranı nedir?

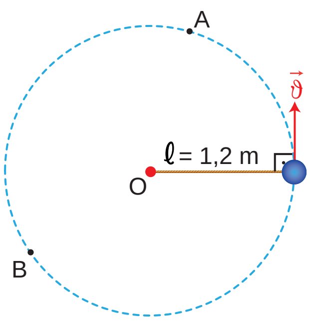
Çözüm

Z kasnağı bir tur dönerse X kasnağı 3 tur döner. X ve Y kasnakları eş merkezli olduğundan tur sayıları aynıdır. Dolayısıyla tur sayıları ile açısal hızları doğru orantılıdır. Z kasnağının açısal hızı $\omega_Z = \omega$ kabul edilirse X ve Y kasnaklarının açısal hızları $\omega_Y = \omega_X = 3\omega$ olur. Buradan

$$\frac{a_K}{a_L} = \frac{\omega_K^2 \cdot 2r}{\omega_L^2 \cdot 2r} = \frac{(3\omega)^2 \cdot 2r}{(\omega)^2 \cdot 2r} = 9 \text{ bulunur.}$$

Sıra Sizde - 2

Sürtünmelerin önemsiz olduğu yatay düzlemde 1,2 m uzunluğundaki ipin ucuna bağlı cisme düzgün çembersel hareket yaptırılıyor.



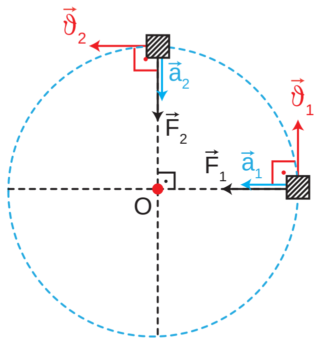
Cismin hareket periyodu 12 s olduğuna göre

a) **Cisim yörüngesi üzerindeki A ve B noktalarından geçerken hız ve ivme vektörlerinin yönlerini çiziniz.**

b) **Cismin merkezcil ivmesinin büyüklüğünü hesaplayınız.** (π = 3 alınız.)

Çözüm

1.1.2. Düzgün Çembersel Harekette Merkezcil Kuvvetin Bağlı Olduğu Değişkenler



Şekil 1.4: *Düzgün çembersel harekette merkezcil ivme ve merkezcil kuvvetin gösterimi*

Sabit büyüklükteki hızla ($|\vec{\vartheta}_1| = |\vec{\vartheta}_2|$) çembersel yörüngede hareket eden cismin (Şekil 1.4) hız vektörünün yönü sürekli değişir. Bu değişimden sabit büyüklükte ve yönü daima hareketin merkezine doğru bir ivme meydana gelir ($|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2|$). İvmenin varlığı, yönü ivme vektörüyle aynı yönde sabit büyüklükte ($|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$) bir net kuvvet olduğunu gösterir. Yönü hareketin merkezine doğru ve daima hız vektörüne dik bu net kuvvete **merkezcil kuvvet** denir. Merkezcil kuvvet $\vec{F}_{Merkezcil}$ sembolüyle gösterilir.

Newton'ın ikinci hareket yasasına göre m kütleli cisme etki eden net kuvvet $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ ifadesiyle bulunur.

Bu bağıntıda merkezcil ivme ifadesi $a = \omega^2 \cdot r = \frac{\vartheta^2}{r}$ yerine yazılırsa merkezcil kuvvetin büyüklüğünü veren ifade

$\boxed{F_{Merkezcil} = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot \frac{\vartheta^2}{r}}$ şeklinde bulunur.

Merkezcil kuvvet ($\vec{F}$), konum vektörü ($\vec{r}$) ile zıt yönlü olduğundan

$\boxed{\vec{F}_{Merkezcil} = -m \cdot \omega^2 \cdot \vec{r}}$ bağıntısı yazılır.

Merkezcil kuvvetin bağlı olduğu değişkenleri daha iyi anlayabilmek için "Merkezcil kuvvet" deneyini yapınız.

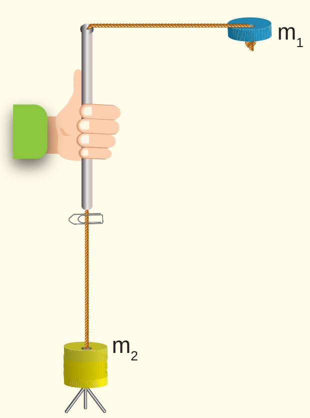
DENEY

1. DENEY

Deneyin Adı	Merkezcil kuvvet
Deneyin Amacı	Düzgün çembersel harekette merkezcil kuvvetin bağlı olduğu değişkenleri kavramak
Deneyde Kullanılan Araçlar	• Kronometre • Terazi • Merkezcil kuvvet takımı (esnemeyen ip, ataş, metal boru, kendi içlerinde özdeş m_1 ve m_2 kütleli metal pullar)

Deney Düzeneğinin Hazırlanışı

Esnemeyen ipi metal borudan geçirerek m_1 kütleli 1 adet pulu ipin üstteki ucuna, m_2 kütleli 4 adet pulu ipin alttaki ucuna, atacı da şekildeki gibi borunun altındaki ipe takınız. Deney düzeneğini hazırladıktan sonra aşağıdaki adımları sırasıyla uygulayınız.



Deneyin Yapılışı

1. Adım: m_1 kütleli cismin bağlı olduğu ipi, borunun üst ucundan 60 cm olacak şekilde ayarlayarak ataşı takınız. İpin alt ucuna toplamda 4 adet m_2 kütleli metal pulu takınız. m_1 kütleli cisme ölçülebilir bir hızla düzgün çembersel hareket yaptırınız. 5 tur için geçen zamanı kronometreyle ölçünüz. Ölçülen süreyi tur sayısına bölerek bulduğunuz periyot değerini Tablo 1'de yerine yazınız. Yarıçap ve m_1 kütleli cismi sabit tutarak m_2 kütleli pul sayısını 9 tane olacak şekilde bağlayarak deneyi tekrarlayınız. Ölçülen periyot değerini Tablo 1'de yerine yazınız.

Tablo 1: *Merkezcil Kuvvetin Periyoda Bağlı Değişimi*

Pul sayısına göre ağırlık ($m_2 \cdot g$)	T (s)	T^2 (s^2)
4 adet metal pul		
9 adet metal pul		

2. Adım: Yarıçapı ve periyodu sabit tutarak m_1 kütleli pul sayısını sırasıyla 1, 2 ve 3 tane olacak şekilde artırınız. m_1 kütleli pul sayısındaki artışa karşılık sistemi dengeleyen m_2 kütleli pul sayılarını belirleyiniz ve Tablo 2'yi doldurunuz.

Tablo 2: *Merkezcil Kuvvetin Kütleye Bağlı Değişimi*

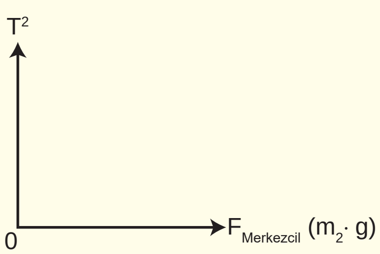
Çembersel hareket yaptırılan cismin kütlesine göre (m_1)	($m_2 \cdot g$)
1 adet m_1	
2 adet m_1	
3 adet m_1	

3. Adım: m_1 kütleli pul sayısını ve hareketin periyodunu sabit tutarak m_1 kütleli pulun yörünge yarıçapını artırınız. Aynı işlemleri yarıçapı 80 cm ve 1 metre olacak şekilde değiştirip deneyi tekrarlayarak Tablo 3'ü doldurunuz.

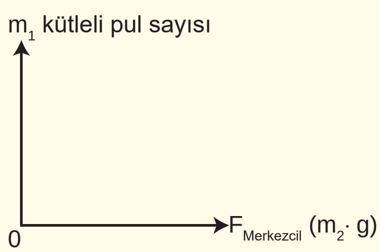
Tablo 3: *Merkezcil Kuvvetin Yarıçapa Bağlı Değişimi*

r (m) yörünge yarıçapı	m_2 kütleli pul sayısı
0,8	
1	

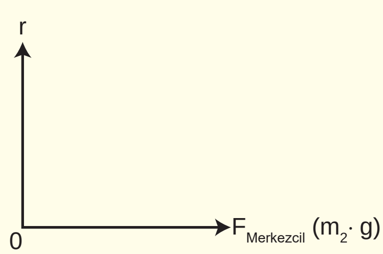
Tablo 1, 2 ve 3'te bulunan değerleri kullanarak aşağıdaki grafikleri çiziniz.



Tablo 1 için



Tablo 2 için



Tablo 3 için

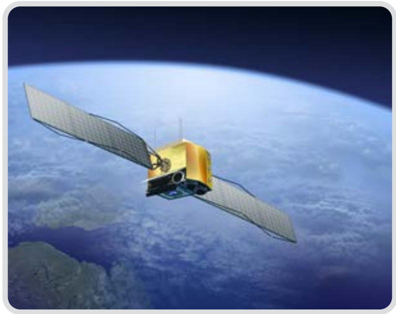
Sonuç ve değerlendirme

1. Çizdiğiniz merkezcil kuvvetin periyodun karesine bağlı değişim grafiğine göre merkezcil kuvvet ile periyodun karesi arasındaki ilişki nedir? Açıklayınız.
2. Çizdiğiniz merkezcil kuvvetin m_1 kütleli pul sayısına bağlı değişim grafiğine göre merkezcil kuvvet ile m_1 kütleli pul sayısı arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.
3. Çizdiğiniz merkezcil kuvvetin yarıçapa bağlı değişim grafiğine göre merkezcil kuvvet ile yarıçap arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

1.1.3. Düzgün Çembersel Hareket Yapan Cisimlerin Hareketi

Lunaparklardaki eğlence treninin çembersel bir yörünge izlemesi, Dünya çevresinde Ay ve yapay uyduların yörüngelerinde dolanımına devam etmesi, yatay yolda virajı dönen bir aracın virajı güvenle dönebilmesi gibi olayların nedeni merkezcil kuvvettir (Görsel 1.3: a, b, c).

a)



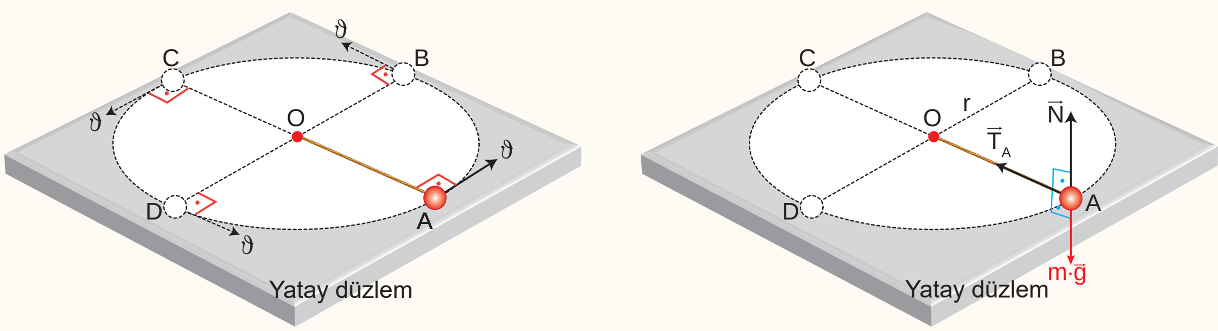
b)

c)

Görsel 1.3: *Merkezcil kuvvet örnekleri: a) Eğlence treni b) Yapay uydu c) Yatay virajı dönen araç*

Merkezcil kuvvet yeni bir kuvvet çeşidi değildir. Merkezcil kuvvet, çembersel yörüngede hareket eden cisme, hareketin merkezine doğru etki eden ve hız vektörüne dik olan net kuvvetin adıdır.

A) Yatay Düzlemde Düzgün Çembersel Hareket



a) b)

Şekil 1.5: *a) Sürtünmesiz yatay düzlemde çembersel yörüngede dönen cisim*
b) A noktasındaki cismin serbest cisim diyagramı

Sürtünmenin önemsiz olduğu yatay bir düzlemde r uzunluğundaki bir ipin ucuna bağlı m kütleli cisme ϑ büyüklüğünde sabit bir hızla çembersel hareket yaptırılsın (Şekil 1.5: a). Cismin A noktasından geçişi sırasında cisme etki eden kuvvetlerin gösterildiği serbest cisim diyagramı Şekil 1.5: b'deki gibidir.

$\vec{N}$: Yatay düzlemin tepki kuvveti

$m \cdot \vec{g}$: Yer çekimi kuvveti

$\vec{T}_A$: İpte meydana gelen gerilme kuvveti

Araştırınız

Günlük hayatta karşılaştığınız sebebi merkezcil kuvvet olan hareket örneklerini araştırınız. Sonucunu arkadaşlarınızla paylaşınız.

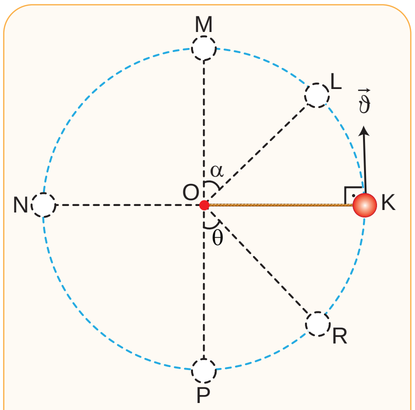
Cisim A noktasından geçerken yatay düzlemin tepki kuvveti yer çekimi kuvvetine eşittir. İpte meydana gelen gerilme kuvveti de cismi, hareketin yörünge merkezine doğru çeken merkezcil kuvvettir. Bu nedenle ipte oluşan gerilme kuvvetinin büyüklüğü $T_A = m \cdot \frac{\vartheta^2}{r}$ dir.

Sürtünmesiz yatay düzlemde düzgün çembersel hareket yapan bu cisme A, B, C ve D noktalarından geçerken etki eden ip gerilmeleri eşit büyüklüktedir.

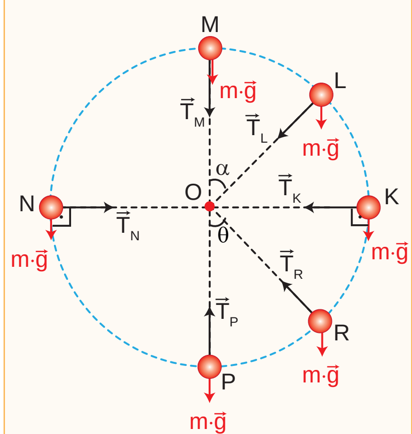
B) Düşey Düzlemde Düzgün Çembersel Hareket

Bir ipin ucuna bağlı ve düşey düzlemde çembersel hareket yapan cisme (Şekil 1.6: a), yörüngesi üzerinde seçilen noktalardan geçerken serbest cisim diyagramları Şekil 1.6: b'de verilmiştir. Bu noktalarda cisme etki eden merkezcil kuvvetler incelenirse

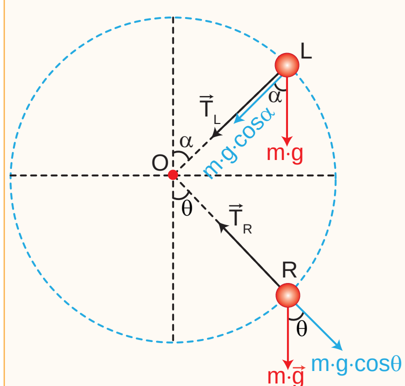
- Cisim K noktasından geçerken cismi, hareketin merkezine doğru çeken net kuvvetin büyüklüğü $F_{Net} = T_K$ ipteki gerilme kuvvetinin büyüklüğüne eşittir. Çembersel yörüngede cisme hareketin merkezine doğru etki eden net kuvvet aynı zamanda merkezcil kuvvet olduğundan $F_{Merkezcil} = T_K$ olur.
- Cisim L noktasından geçerken cismi, hareketin merkezine doğru çeken net kuvvetin büyüklüğü $F_{Net} = T_L + m \cdot g \cdot \cos\alpha$ dır (Şekil 1.6: c). $\vec{F}_{Net} = \vec{F}_{Merkezcil}$ olduğundan merkezcil kuvvetin büyüklüğü $F_{Merkezcil} = T_L + m \cdot g \cdot \cos\alpha$ dır.
- Cisim M noktasından geçerken cismi, merkeze doğru çeken net kuvvetin büyüklüğü bir başka ifadeyle merkezcil kuvvetin büyüklüğü $F_{Merkezcil} = T_M + m \cdot g$ dir. Cisim bu noktadan geçerken ipte oluşan gerilme kuvveti en küçük değerini alır.
- Cisim N noktasından geçerken cismi, merkeze doğru çeken net kuvvet K noktasında olduğu gibi sadece ip gerilmesine eşittir.
  $F_{Merkezcil} = T_N$ dir.
- Cisim P noktasından geçerken cismi, merkeze doğru çeken net kuvvetin büyüklüğü $F_{Net} = T_P - m \cdot g$ olur. Bu nedenle merkezcil kuvvetin büyüklüğü $F_{Merkezcil} = T_P - m \cdot g$ dir. Bu noktadan geçerken ipteki gerilim kuvveti en büyük değerini alır.
- Cisim R noktasından geçerken cismi, merkeze doğru çeken net kuvvet $F_{Net} = T_R - m \cdot g \cdot \cos\theta$ dır (Şekil 1.6: c).
  $F_{Merkezcil} = T_R - m \cdot g \cdot \cos\theta$ olur.



Şekil 1.6: *a) Düşey düzlemde düzgün çembersel hareket yapan cisim*



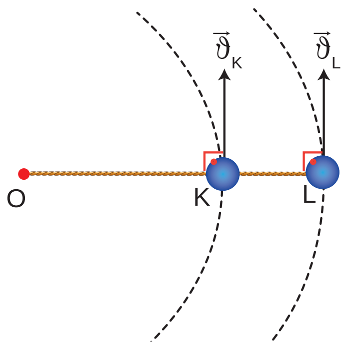
Şekil 1.6: *b) Cismin yörüngesi üzerindeki bazı noktalarda serbest cisim diyagramları*



Şekil 1.6: *c) L ve R noktalarında ağırlığın ip doğrultusundaki bileşenleri*

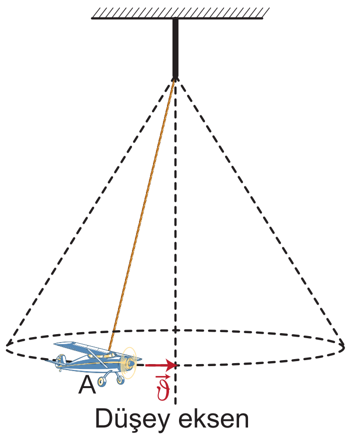
Sıra Sizde - 3

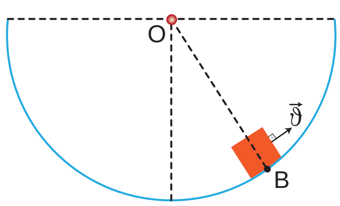
Sürtünmelerin önemsiz olduğu düzlemlerde çembersel hareket yapan cisimlerin şekillerde verilen konumlardan geçerken serbest cisim diyagramlarını kare düzlemlerine çizerek gösteriniz.



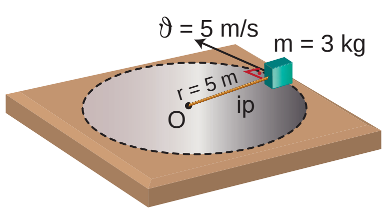
K cismine etki eden

L cismine etki eden





Örnek



3 kg kütleli bir cisim, sürtünmesiz yatay düzlemde 5 m uzunluğundaki ipin ucuna bağlanarak sabit büyüklükteki 5 m/s'lik hızla O noktası etrafında düzgün çembersel hareket yaptırılmaktadır.

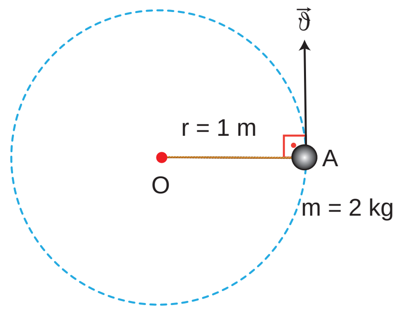
Buna göre ipteki gerilme kuvveti kaç N'dır?

Çözüm

Yatay düzlemde çembersel hareket yapan cisimlerde ip gerilmesi merkezcil kuvvettir. Buna göre

$$T = F_{Merkezcil} = m \cdot \frac{\vartheta^2}{r} = 3 \cdot \frac{25}{5} = \frac{75}{5} = 15\,N$$ bulunur.

Örnek



1 m uzunluğundaki ipin ucuna bağlanmış 2 kg kütleli cisme O merkezli sürtünmesiz yatay düzlemde düzgün çembersel hareket yaptırılıyor. Cisim dakikada 20 tur attığına göre

a) **Cismin periyot ve frekansını bulunuz.**

b) **Cismin A noktasından geçtikten 1 s sonraki yer değiştirmesini bulunuz.**

c) **Cismin çizgisel ve açısal hızlarını hesaplayınız.**

ç) **İpte meydana gelen gerilme kuvvetinin büyüklüğünü bulunuz.** (π = 3 alınız.)

Çözüm

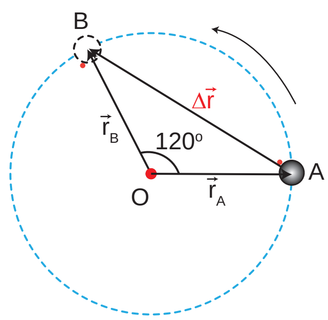
a) Cismin bir saniyede attığı tur sayısına frekans denildiği ifade edilmişti. Buradan cismin frekansı (f)

60 s — 20 tur atarsa
1 s — f kadar tur atar.

$60 \cdot f = 20$

$f = \frac{1}{3}\ s^{-1}$ bulunur.

$f \cdot T = 1$ olduğundan periyot $T = \frac{1}{f}$ den $T = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$ s'dir.

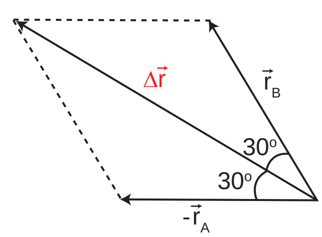


b) Yarıçap vektörü bir turu (360° lik açı) 3 saniyede taradığına göre yarıçap vektörünün 1 saniyede taradığı açı

3 s — 360° tararsa
1 s — θ kadar açı tarar.

$3\theta = 360°$

$\theta = 120°$ dir.



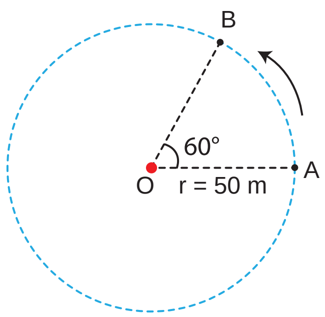
Yarıçap vektörü 120° lik açı taradığında cisim, A noktasından B noktasına ulaşmış olsun. Cismin yer değiştirmesi $\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$ dır. Eşit büyüklükteki iki vektör arasındaki açı 60° ise kosinüs teoremine göre bileşke vektörünün büyüklüğü, vektörlerden birinin büyüklüğünün $\sqrt{3}$ katı olur. $\vec{r}_A$ ve $\vec{r}_B$ nin büyüklüğü 1 m olduğuna göre $\Delta\vec{r}$ nin büyüklüğü $\Delta r = \sqrt{3}$ m olur.

c) Çizgisel hız $\vartheta = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 1}{3} = 2\ \frac{m}{s}$

Açısal hız $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3}{3} = 2\ \frac{rad}{s}$ dir.

ç) Herhangi bir noktadan geçerken cismi hareketin merkezine doğru çeken net kuvvetin büyüklüğü, ipte meydana gelen gerilme kuvvetine eşittir.

Bir başka ifadeyle $T = F_M = m \cdot \frac{\vartheta^2}{r}$ dir. $T = 2 \cdot \frac{2^2}{1} = 8$ N bulunur.



Örnek

Yarıçapı 50 m olan çembersel bir pistte sabit büyüklükte hızla koşan koşucu ok yönünde hareket ederek A noktasından B noktasına 10 saniyede ulaşıyor.

Buna göre

a) **Koşucunun çizgisel hızının büyüklüğü kaç $\frac{m}{s}$ dir?**

b) **Koşucunun A ve B noktaları arasındaki yer değiştirmesi kaç metredir?**

c) **Koşucunun A ve B noktaları arasındaki çizgisel hız değişiminin büyüklüğü kaç $\frac{m}{s}$ dir?**

ç) **Koşucuyu etkileyen merkezcil ivmenin büyüklüğü kaç $\frac{m}{s^2}$ dir?**

(π = 3 alınız.)

Çözüm

a) Koşucu, A dan B ye 60° lik yayı 10 saniyede koştuğuna göre koşucunun periyodu

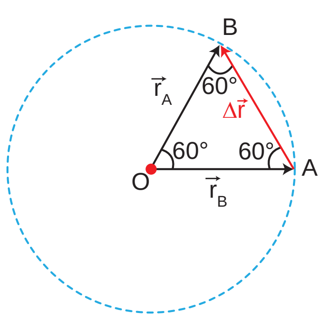
$$\begin{array}{ll} 60° & 10 \text{ s de} \\ 360° & T \text{ s de} \end{array}$$

$$60° \cdot T = 10 \cdot 360°$$

$$T = \frac{360}{6} = 60 \text{ saniyedir.}$$

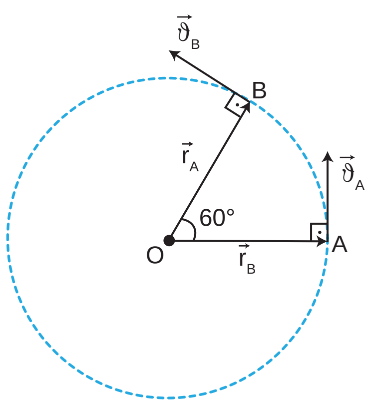
$$\vartheta = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 50}{60} = 5\ \frac{m}{s} \text{ bulunur.}$$

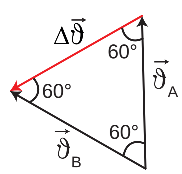
b) $\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$ dır.



Bu ifade sonucunda kenar uzunluğu r kadar olan eşkenar üçgen oluşur. $|\Delta\vec{r}| = |\vec{r}_A| = |\vec{r}_B|$ dir. Yarıçap 50 m olduğuna göre Δr = 50 m bulunur.

c) Hız vektörü daima konum vektörüne diktir.





$\Delta\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_B - \vec{\vartheta}_A$ daha önceden çizgisel hızın büyüklüğü $5\ \frac{m}{s}$ bulunmuştu. Buradan

$|\Delta\vec{\vartheta}| = |\Delta\vec{\vartheta}_A| = |\vec{\vartheta}_B| = 5\ \frac{m}{s}$ bulunur.

ç) Merkezcil ivme formülünden $a = \frac{\vartheta^2}{r} = \frac{5^2}{50} = \frac{1}{2}\ \frac{m}{s^2}$ bulunur.

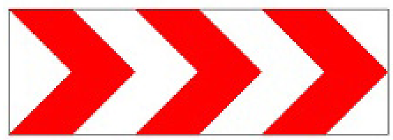
1.1.4. Yatay, Düşey ve Eğimli Zeminlerde Araçların Emniyetli Dönüş Şartları

Kara yollarında virajlardan hemen önce hız limiti levhası yerleştirilmesinin sebebi nedir (Görsel 1.4)?

Görsel 1.4: *Sağa tehlikeli viraj ve uyarı levhaları*

Görsel 1.5: *a) Sola tehlikeli viraj levhası*

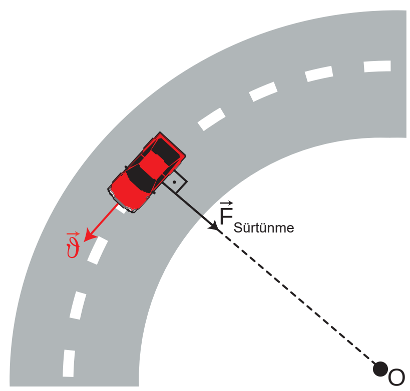
Kara yollarındaki trafik uyarı levhaları sürücülere yolun özellikleri ve uyulması gereken hız limitleri hakkında bilgiler vermektedir. Sola tehlikeli viraj levhası, yolun sola dönen bir kısmına yaklaşıldığını gösterirken (Görsel 1.5: a) sağa tehlikeli viraj yön levhası ise görüş mesafesi kısa, yarıçapı dar olan sağa doğru viraja yaklaşıldığı bilgisini verir (Görsel 1.5: b).



Görsel 1.5: *b) Sağa tehlikeli viraj yön levhası*

Yatay Virajda Hareket

Bir araç virajı dönerken araca, virajın merkezine doğru merkezcil bir kuvvet etki eder (Şekil 1.7).



Şekil 1.7: *Yatay virajı dönen araba*

Araç, viraja girdiğinde aracın hareketine dik doğrultuda ve tekerlekler ile zemin arasında ve yönü virajın merkezine doğru olan bir sürtünme kuvveti oluşur. Aracın virajı güvenle dönebilmesi için merkezcil kuvvet, statik sürtünme kuvvetinin en büyük değerinden küçük ya da bu değere eşit olmalıdır.

$$F_{\text{Sürtünme}} \geq F_{\text{Merkezcil}}$$

$$k \cdot m \cdot g \geq m \cdot \frac{\vartheta^2}{r}$$

eşitliğinden aracın virajı güvenle dönebilmesi için gereken hız

$\boxed{\vartheta \leq \sqrt{k \cdot g \cdot r}}$ dir.

Aracın hızı sınır değerden büyükse araç virajda savrulur. Bağıntıda yer alan

k : Yüzeyle aracın tekerlekleri arasındaki sürtünme katsayısı

g : Yer çekim ivmesi

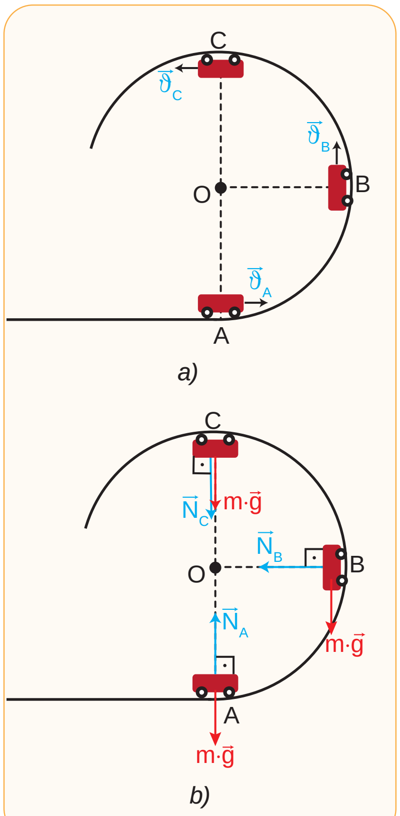
r : Virajın yarıçapıdır.

Düşey Virajda Hareket

Roller coasterın (Rolır kostır) düşey virajı güvenle dönebilmesi için viraja belirli bir hız büyüklüğüyle girmesi gerekir (Görsel 1.6).

Görsel 1.6: *Roller coaster sistemi*

Kütlesi m olan bir araç düşey virajda hareket ederken (Şekil 1.8: a) aracın yörüngesi üzerinde seçilen noktalardan geçişi sırasında etki eden kuvvetlerin gösterildiği serbest cisim diyagramı Şekil 1.8: b'deki gibidir.



Şekil 1.8: *a) Düşey virajı dönen araba b) Düşey virajı dönen arabanın seçilen noktalardan geçerken serbest cisim diyagramları*

Araç, A noktasından $\vec{\vartheta}_A$ hızıyla geçerken virajın merkezine doğru araca etki eden net kuvvetin (merkezcil kuvvet) büyüklüğü, araca etki eden tepki kuvvetiyle yer çekimi kuvvetinin büyüklüklerinin farkına eşittir.

$$F_{Net} = F_{Merkezcil} = N_A - m \cdot g$$

Araç, B noktasından $\vec{\vartheta}_B$ hızıyla geçerken merkeze doğru etki eden net kuvvetin büyüklüğü, yüzeyin tepki kuvvetinin büyüklüğüne eşittir.

$$F_{Net} = F_{Merkezcil} = N_B \text{ dir.}$$

Araç, C noktasından $\vec{\vartheta}_C$ hızıyla geçerken aracı virajın merkezine doğru çeken net kuvvetin büyüklüğü, araca etki eden yer çekimi kuvvetiyle yüzeyin tepki kuvvetinin büyüklüklerinin toplamına eşit olduğundan

$$F_{Net} = F_{Merkezcil} = N_C + m \cdot g \text{ dir.}$$

Aracın C noktasından geçerken güvenli dönüş yapabilmesi için merkezcil kuvvetin büyüklüğü, en az yer çekimi kuvvetinin büyüklüğüne eşit olmalıdır.

$$F_{Merkezcil} = m \cdot g$$

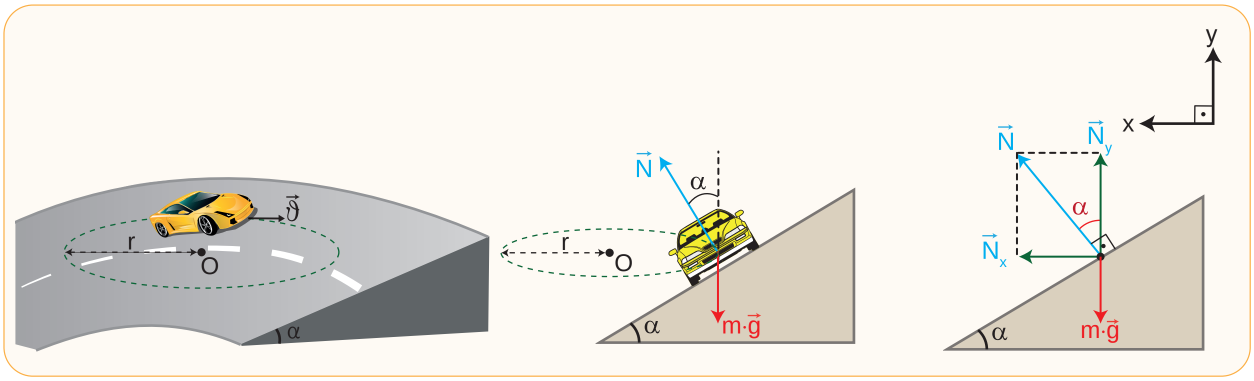
$m \cdot \frac{\vartheta^2}{r} = m \cdot g$ eşitliğinden aracın güvenli dönüş yapabilmesi için gerekli olan en düşük hız değeri

$\vartheta = \sqrt{g \cdot r}$ olarak bulunur.

Eğimli Virajda Hareket

Otomobillerin eğimli bir virajı güvenle dönebilmesi için gerekli olan en küçük hız değeri nasıl bulunur (Görsel 1.7)?

Görsel 1.7: *Eğimli virajı dönen otomobiller*



Şekil 1.9: *a) Sürtünmesiz eğimli virajda hareket eden araç*

Şekil 1.9: *b) Aracın serbest cisim diyagramı*

Şekil 1.9: *c) Araca etki eden kuvvetlerin x-y eksenindeki bileşenleri*

Ağırlığı $m \cdot \vec{g}$ kadar olan bir araç, sürtünmesiz eğimli virajı ϑ büyüklüğünde hızla dönerken (Şekil 1.9: a) aracın yatay eksende çizdiği çembersel yörüngenin yarıçapı r olsun. Araç, virajı dönerken Şekil 1.9: b'deki serbest cisim diyagramında görüldüğü gibi yüzeyin gösterdiği tepki kuvvetinin ve kendi ağırlığının etkisinde kalır. Aracın virajı dönebilmesi için merkeze yönelen bir merkezcil kuvvet olmalıdır. Bu kuvvet Şekil 1.9: c'de gösterildiği gibi hareketin merkezine yönelen tepki kuvvetinin x eksenindeki bileşenidir. Bu nedenle merkezcil kuvvet tepki kuvvetinin x eksenindeki bileşeni N_x e eşittir. N_y ise aracın ağırlığına eşit olur.

$N_x = N \cdot \sin\alpha = F_{Merkezcil}$

$N_y = N \cdot \cos\alpha = m \cdot g$ dir.

İki denklem oranlanırsa

$$\frac{\cancel{N} \cdot \sin\alpha}{\cancel{N} \cdot \cos\alpha} = \frac{F_{Merkezcil}}{m \cdot g}$$

$\tan\alpha = \dfrac{F_{Merkezcil}}{m \cdot g}$ den $\boxed{F_{Merkezcil} = m \cdot g \cdot \tan\alpha \text{ olur.}}$

Aracın eğimli virajı dönebilmesi için gerekli hız

$m \cdot \frac{\vartheta^2}{r} = m \cdot g \cdot \tan\alpha$ dan $\boxed{\vartheta = \sqrt{g \cdot r \cdot \tan\alpha}}$ ifadesiyle bulunur.

Viraj, yatay ya da eğimli olduğunda virajın güvenle dönülebilmesi için gerekli hız limitlerine uyulmalıdır. Aracın hızı güvenli hız limitine düşürülmediğinde hakimiyeti yitirilir. Bu durumda hem sürücünün hem de trafikteki yayaların güvenliği tehlikeye atılmış olur.

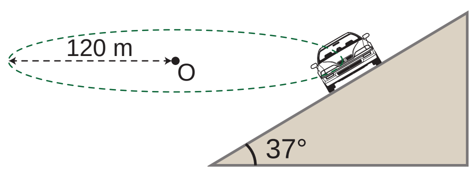
Sıra Sizde - 4

Otomobil yarışlarında araçların savrulmadan virajlara daha hızlı girebilmesi için neler yapılabilir? Açıklayınız.

Çözüm

Örnek

Dik kesiti verilen sürtünmesi önemsiz eğimli viraja giren aracın izlediği çembersel yörüngenin yarıçapı 120 metredir.



Aracın virajı güvenle dönebilmesi için viraja girmesi gereken hızın büyüklüğü en fazla kaç $\frac{m}{s}$ olmalıdır?

($\sin 37^\circ = 0{,}6$; $\cos 37^\circ = 0{,}8$ ve $g = 10 \frac{N}{kg}$)

Çözüm

Aracın virajı güvenle dönebilmesi için gerekli en büyük hız değeri

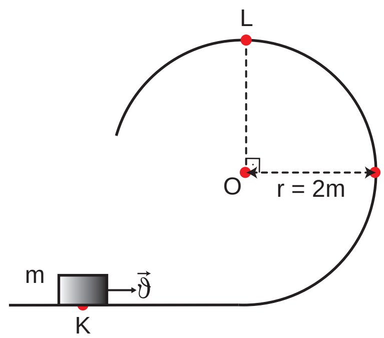
$\vartheta = \sqrt{g \cdot r \cdot \tan\alpha}$ ile bulunur.

$\tan 37^\circ = \frac{\sin 37^\circ}{\cos 37^\circ} = \frac{0{,}6}{0{,}8} = \frac{3}{4}$ tür.

$\vartheta = \sqrt{10 \cdot 120 \cdot \frac{3}{4}} = 30 \frac{m}{s}$ bulunur.

Örnek

m kütleli bir cisim, sürtünmesi önemsiz ray üzerindeki K noktasından ϑ büyüklüğünde bir hızla atılıyor.



Cisim, yarıçapı r = 2 m olan çembersel yörünge üzerindeki L noktasından ancak geçebildiğine göre ϑ kaç $\frac{m}{s}$ dir? (g = 10 $\frac{N}{kg}$)

Çözüm

Cismin L noktasından geçerken hızının büyüklüğü ϑ_L olsun. L noktasından ancak geçebilmesi için bu noktada yüzeyin tepki kuvvetinin sıfır olması gerekir. Bu durumda merkezcil kuvvetin büyüklüğü yer çekimi kuvvetinin büyüklüğüne eşittir.

$$\cancel{m} \cdot \frac{\vartheta_L^2}{r} = \cancel{m} \cdot g$$

$$\vartheta_L = \sqrt{g \cdot r} \text{ den}$$

$$\vartheta_L = \sqrt{10 \cdot 2} = \sqrt{20}\ \frac{m}{s} \text{ olur.}$$

Enerjinin korunumuna göre K ve L noktalarında m kütleli cismin sahip olduğu toplam enerji eşittir. Bu eşitlikten

$$\frac{1}{2}\cancel{m} \cdot \vartheta^2 = \frac{1}{2}\cancel{m} \cdot \vartheta_L^2 + \cancel{m} \cdot g \cdot 2r$$

$$\frac{\vartheta^2}{2} = \frac{20}{2} + 10 \cdot 2 \cdot 2$$

$$\vartheta^2 = 100$$

$$\vartheta = 10\ \frac{m}{s} \text{ bulunur.}$$

Sıra Sizde - 5

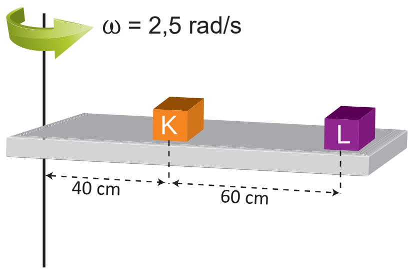
250 cm uzunluğundaki bir ipin ucuna bağlanan m kütleli bir cisme düşey düzlemde düzgün çembersel hareket yaptırılmak isteniyor.

Cismin düzgün çembersel hareket yapabilmesi için sahip olması gereken en küçük hız değeri kaç $\frac{m}{s}$ olmalıdır? (g = 10 $\frac{N}{kg}$)

Çözüm

Örnek

Sürtünme katsayısı k = 0,5 olan sürtünmeli tabla, düşey eksen etrafında $\omega = 2{,}5\ \frac{rad}{s}$ lik açısal hızla şekildeki gibi döndürülmektedir.



Buna göre tabla üzerine bırakılmış m kütleli türdeş K ve L cisimlerinin hareketleri için ne söylenebilir? ($g = 10\ \frac{N}{kg}$)

Çözüm

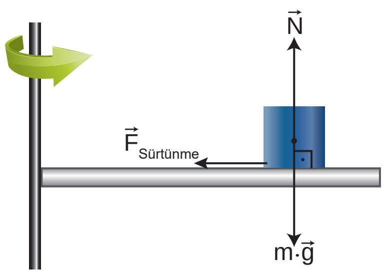
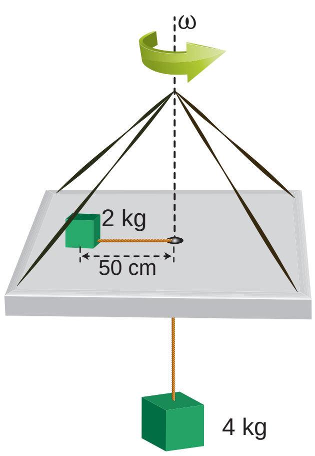


Tabla üzerine bırakılan herhangi bir cismin kaymadan dönebilmesi için cisme etki eden merkezcil kuvvet, cisimle yatay düzlem arasındaki sürtünme kuvvetine eşit ya da statik sürtünme kuvvetinin en büyük değerinden küçük olmalıdır. Tabla üzerine bırakılan cismin $2{,}5\ \frac{rad}{s}$ lik çembersel hareket yapabilmesi için öncelikle sahip olması gereken en büyük yarıçapı hesaplanmalıdır.

$$F_{Sürtünme} = k \cdot N = k \cdot m \cdot g$$
$$F_{Sürtünme} \geq F_M$$
$$k \cdot \cancel{m} \cdot g \geq \cancel{m} \cdot \omega^2 \cdot r$$
$$0{,}5 \cdot 10 \geq 2{,}5^2 \cdot r$$
$$5 \geq 6{,}25 \cdot r$$
$$\frac{5}{6{,}25} \geq r$$
$$\frac{20}{25} \geq r$$
$$0{,}8\ m \geq r \text{ olmalıdır.}$$

Buradan anlaşılan tabla üzerindeki cisimlerin kaymadan düzgün çembersel hareket yapabilmesi için yörünge yarıçapları en fazla 80 cm olmalıdır.

K cismi kaymadan düzgün çembersel hareketine devam ederken L cisminin yarıçapı 100 cm olduğu için cisim dışa doğru kayar.



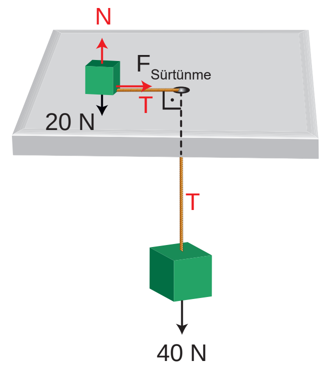
Örnek

Sürtünme katsayısı 0,5 olan şekildeki tabla, düşey eksen etrafında ω açısal hızıyla döndürülüyor. Tabla üzerinde 2 kg kütleli cisim, kaymadan dönerken aynı zamanda ipin diğer ucundaki 4 kg kütleli cismi dengelemektedir.

Buna göre cisimlerin dengede kalabilmesi için tablanın açısal hızı en fazla kaç $\frac{rad}{s}$ olmalıdır? ($g = 10\ \frac{N}{kg}$)

Çözüm

4 kg kütleli cisim dengede olduğuna göre ipteki gerilme kuvveti T = 40 N'dır. Açısal hızın en büyük değerde olabilmesi için



$F_{Merkezcil} = T + F_{Sürtünme}$ olmalıdır.

$F_{Sürtünme} = k \cdot N = 0,5 \cdot 20 = 10$ N

$F_{Merkezcil} = m \cdot \omega^2 \cdot r = 2 \cdot \omega^2 \cdot 0,5 = \omega^2$

$F_{Merkezcil} = T + F_{Sürtünme}$

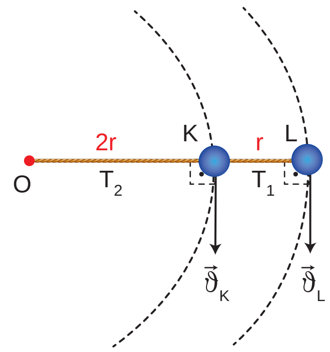
$\omega^2 = 40 + 10$

$\omega^2 = 50$

$\omega = 5\sqrt{2}\ \frac{rad}{s}$ olmalıdır.

Örnek

Aynı ip üzerindeki m kütleli K ve L cisimlerine sürtünmesiz yatay düzlemde düzgün çembersel hareket yaptırılıyor.



Buna göre

a) **Cisimlerin çizgisel hızlarının büyüklükleri oranı $\frac{\vartheta_K}{\vartheta_L}$ yi bulunuz?**

b) **İplerdeki gerilme kuvvetlerinin oranı $\frac{T_1}{T_2}$ yi bulunuz?**

Çözüm

a) Cisimler O merkezi etrafında döndükleri için açısal hızları eşittir. Çizgisel hızla açısal hız arasındaki $\vartheta = \omega \cdot r$ bağıntısından yola çıkarak

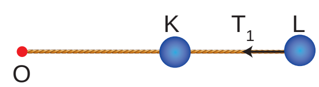
$\vartheta_K = \omega \cdot 2r$

$\vartheta_L = \omega \cdot 3r$ olur.

$$\frac{\vartheta_K}{\vartheta_L} = \frac{\omega \cdot 2r}{\omega \cdot 3r}$$

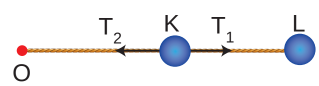
$\frac{\vartheta_K}{\vartheta_L} = \frac{2}{3}$ bulunur.

b) L cismini hareketin merkezine doğru çeken net kuvvet (merkezcil kuvvet) $F_L = T_1$ dir.



$T_1 = m \cdot \omega^2 \cdot 3r$ bulunur.

K cismini hareketin merkezine doğru çeken net kuvvet (cisme etki eden merkezcil kuvvet) $F_K = T_2 - T_1$ dir. Buradan $T_2 = F_K + T_1$ olur.

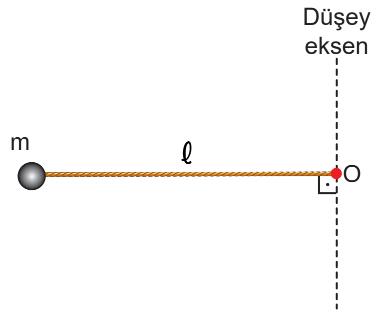


$T_2 = m \cdot \omega^2 \cdot 2r + m \cdot \omega^2 \cdot 3r = 5m \cdot \omega^2 \cdot r$ olur.

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{3m \cdot \omega^2 \cdot r}{5m \cdot \omega^2 \cdot r} = \frac{3}{5}$$ bulunur.

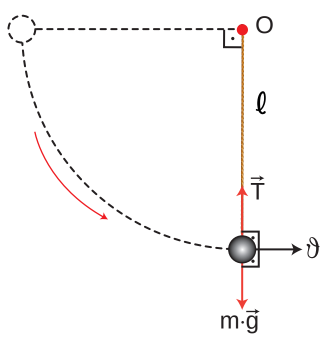
Örnek

O noktasına sabitlenmiş esnemesiz ℓ uzunluğundaki ipin ucuna bağlanmış m kütleli cisim şekildeki gibi tutuluyor.



Serbest bırakılan cisim düşey eksenden geçerken ipteki gerilme kuvvetinin büyüklüğü kaç m·g olur? (g: Gezegenin çekim ivmesidir.)

Çözüm



Serbest bırakılan cismin düşey eksenden geçerken hızının büyüklüğü ϑ olsun.

Enerjinin korunumu yasasına göre

$\cancel{m}\cdot g\cdot \ell = \frac{1}{2}\cdot \cancel{m}\cdot \vartheta^2$ dir.

$\vartheta^2 = 2\cdot g\cdot \ell$ olur.

Düşey konumdan geçerken merkeze yönelmiş net kuvvetin (merkezcil kuvvet) büyüklüğü T - m·g kadardır.

$F_{Merkezcil} = T - m\cdot g$

$\frac{m\cdot \vartheta^2}{r} = T - m\cdot g$

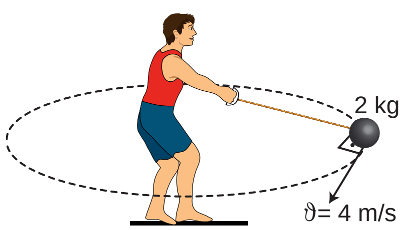
$\vartheta^2 = 2\cdot g\cdot \ell$ yerine yazılırsa

$m\cdot \frac{2\cdot g\cdot \ell}{\ell} = T - m\cdot g$

$T = 3m\cdot g$ bulunur.

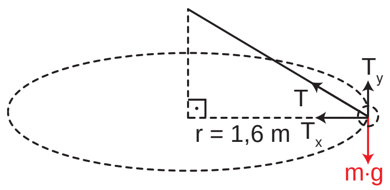
Örnek

Mete ℓ uzunluğundaki ipin ucuna bağladığı 2 kg kütleli cisme $4\ \frac{m}{s}$ lik sabit hız büyüklüğüyle yarıçapı 1,6 m olan düzgün çembersel hareket yaptırıyor.



Buna göre ipte oluşan gerilme kuvveti kaç N olur? (g = 10 $\frac{N}{kg}$)

Çözüm



İpteki gerilme kuvveti, dik koordinat sisteminde yatay ve düşey bileşenlerine ayrıldığında cismi merkeze doğru çeken T_X bileşeni merkezcil kuvvete eşit olurken T_Y bileşeni cisme etki eden yer çekimi kuvvetine eşit olur.

$$T_x = m\frac{\vartheta^2}{r} = \frac{2\cdot 4^2}{1,6} = 20\ \text{N}$$

$$T_y = m\cdot g = 2\cdot 10 = 20\ \text{N}$$

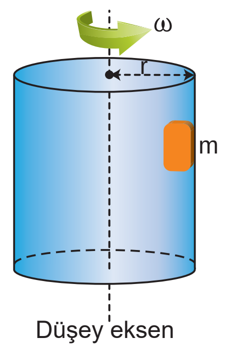
$$T^2 = T_x^2 + T_y^2$$

$$T = \sqrt{20^2 + 20^2}$$

$$T = 20\sqrt{2}\ \text{N bulunur.}$$

Örnek

Yarıçapı r = 1 m olan içi boş silindir, merkezinden geçen düşey eksen çevresinde ω açısal hızıyla döndürülürken kütlesi m = 0,5 kg olan cisim de silindirin iç yüzeyinde kaymadan döndürülüyor.

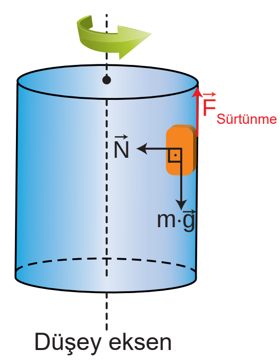


Cisimle yüzey arasındaki sürtünme katsayısı k = 0,5 olduğuna göre silindirin açısal hızı en az kaç $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ olur?

Çözüm

Cismin kayması için statik sürtünme kuvveti $F_{\text{Sürtünme}} = m\cdot g$ olmalıdır. Cismin hareketi sırasında cisme etki eden merkezcil kuvvet silindirin yan yüzeyinin cisme uyguladığı tepki kuvvetine eşittir.

$F_{\text{Merkezcil}} = N$ dir. Sürtünme kuvveti $F_{\text{Sürtünme}} = k\cdot N = k\cdot F_{\text{Merkezcil}}$ bulunur.



$$k\cdot \cancel{m}\cdot \omega^2\cdot r = \cancel{m}\cdot g$$

$$k\cdot \omega^2\cdot r = g$$

$$0,5\cdot \omega^2\cdot 1 = 10$$

$$\omega^2 = 20$$

$$\omega = 2\sqrt{5}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\ \text{bulunur.}$$

Cismin açısal hızının küçük değeri $\omega = 2\sqrt{5}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ olmalıdır.