

3. BÖLÜM

AÇISAL MOMENTUM

Konular

- 1.3.1. Fiziksel Bir Nicelik Olarak Açısal Momentum
- 1.3.2. Açısal Momentum ve Çizgisel Momentum Arasındaki İlişki
- 1.3.3. Açısal İvme, Tork ve Eylemsizlik Momenti Arasındaki İlişki
- 1.3.4. Açısal Momentumun Korunumunun Günlük Hayattaki Yeri

Anahtar Kavramlar

- Açısal momentum

- Kendi ekseninde dönme hareketi yapan bir buz pateni sporcusu kollarını vücuduna yaklaştırdığında hızı nasıl değişir?
- Güneş etrafında eliptik yörüngelerde dolaan gezegenlerin çizgisel momentumlarının büyüklükleri yörüngelerinin her noktasında aynı mıdır?

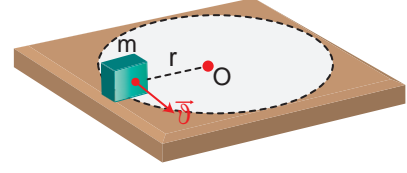
Bu bölümde, atomik boyutta da fiziksel bir nicelik olan açısal momentum kavramı açıklanarak, çizgisel momentumla ilişkilendirilecektir. Eylemsizlik momenti ve açısal hız kavramları kullanılarak açısal momentumun; eylemsizlik momenti ve açısal ivme kavramları kullanılarak da torkun matematiksel modeli elde edilecektir. Açısal momentumun korunumuna günlük hayattan örnekler verilecektir.



Örnek

Sürtünmelerin önemsiz olduğu yatay bir düzlemde, 0,5 kg kütleli cisim O noktası etrafında 3 m yarıçaplı yörüngede düzgün çembersel hareket yapmaktadır.

Cismin çizgisel hızının büyüklüğü $10 \frac{m}{s}$ olduğuna göre cismin açısal momentumunu hesaplayınız.



Çözüm

Sabit bir eksen etrafında dönen cisimler için açısal momentum

$$L = P \cdot r \text{ ve } P = m \cdot v \text{ dir.}$$

$$L = m \cdot v \cdot r \text{ olur.}$$

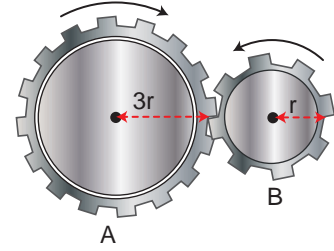
$$L = 0,5 \cdot 10 \cdot 3$$

$$L = 15 \text{ kg} \frac{m^2}{s} \text{ bulunur.}$$

Örnek

Birlikte dönen A ve B dişlilerinin açısal momentumlarının büyüklükleri eşittir.

Dişlilerin eylemsizlik momentleri I_A ve I_B olduğuna göre $\frac{I_A}{I_B}$ oranını hesaplayınız.



Çözüm

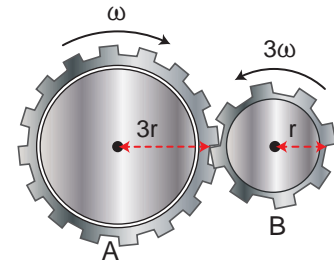
Dişlilerin tur sayıları, yarıçapları ile ters orantılıdır. A dişlisi 1 tur attığında B dişlisi 3 tur atar. Dolayısıyla A dişlisinin açısal hızı $\omega_A = \omega$, B dişlisinin açısal hızı $\omega_B = 3\omega$ olur. Açısal momentumlarının büyüklükleri eşit olduğundan

$$L_A = L_B$$

$$\omega_A \cdot I_A = \omega_B \cdot I_B$$

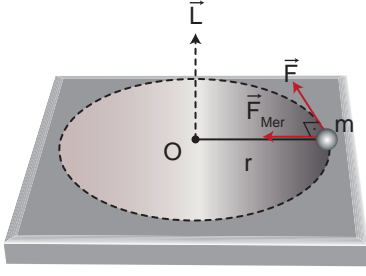
$$\omega \cdot I_A = 3\omega \cdot I_B$$

$$\frac{I_A}{I_B} = 3 \text{ bulunur.}$$



1.3.3. Açısal İvme, Tork ve Eylemsizlik Momenti Arasındaki İlişki

Dönen cisimlere çizgisel hız vektörü doğrultusunda bir kuvvet uygulanırsa cisimlerin çizgisel ve açısal hızlarında bir değişim olur. Çizgisel hızın birim zamandaki değişimine **çizgisel ivme**, açısal hızın birim zamandaki değişimine ise **açısal ivme** denir. Açısal ivme α sembolüyle gösterilir. $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_{\text{son}} - \omega_{\text{ilk}}}{t_{\text{son}} - t_{\text{ilk}}}$ SI'da birimi $\frac{rad}{s^2}$ veya $\frac{1}{s^2}$ dir.



Şekil 1.21: Dönen bir dairesel levhanın açısal momentumu

Düzgün çembersel hareket yapan cisimde açısal hız değişimi olmadığından açısal bir ivmeden de bahsedilemez.

“Kuvvet ve Hareket” ünitesinde bir cisme uygulanan kuvvetin cismi dik bir eksen etrafında döndürme etkisine tork (τ) denildiği öğrenilmişti. Düzgün çembersel hareket yapan m kütleli bir cisme Şekil 1.21’deki gibi \vec{F} kuvveti uygulanırsa uygulanan kuvvetin O noktasına göre oluşturduğu tork, cismin açısal hızında bir değişiklik meydana getirir. Bunun sonucunda da açısal ivme oluşur. Çembersel harekette oluşan merkezci kuvvetin uzantısı dönme ekseninden (O noktasından) geçtiği için merkezci kuvvetin torku sıfırdır.

Cismin çizgisel hızında meydana gelen değişimden dolayı oluşan çizgisel ivme büyüklüğüyle açısal ivme büyüklüğü arasındaki ilişki

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta \omega \cdot r}{\Delta t} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \cdot r$$

$$a = \alpha \cdot r \text{ bağıntısıyla elde edilir.}$$

Çizgisel hızıyla aynı doğrultudaki kuvvetin O noktasına göre oluşturduğu tork

$$\tau = F \cdot r \text{ dir.}$$

Buradaki kuvvet yerine $F = m \cdot a$ ifadesi yazılırsa τ denklemi

$$\tau = m \cdot a \cdot r \text{ şekline dönüşür.}$$

Çizgisel ivme yerine de $a = \alpha \cdot r$ ifadesi yazıldığında

$$\tau = m \cdot \alpha \cdot r \cdot r = \alpha \cdot m \cdot r^2 \text{ elde edilir.}$$

Denklemdaki $m \cdot r^2$ ifadesi noktasal bir cismin eylemsizlik momenti (I) olduğundan

$$\tau = I \cdot \alpha \text{ bulunur. Böylece torkun eylemsizlik momenti ve açısal ivme cinsinden ifadesine ulaşılmış olur.}$$

Tablo 1.2: Öteleme Hareketinin ve Çembersel Hareketin Bazı Kavramları

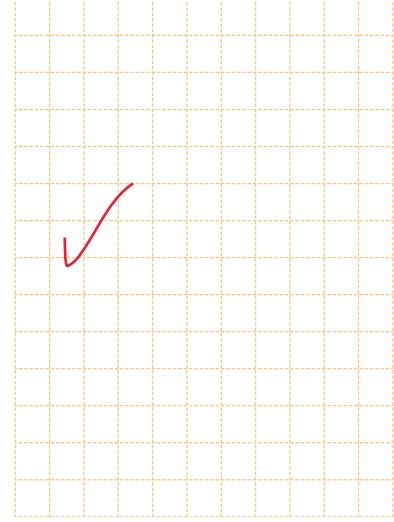
	Öteleme Hareketi	Çembersel Hareket
Kinetik Enerji	$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	$E_k = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$
Harekete Karşı Gösterilen Direnç	Kütle (m)	Eylemsizlik Momenti (I)
Momentum	$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$	$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$
İvme	Çizgisel İvme ($\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$)	Açısal İvme ($\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$)
İvmeye Değişiklik Meydana Getiren Etki	$\vec{F}_{\text{Net}} = m \cdot \vec{a}$	$\vec{\tau} = I \cdot \vec{\alpha}$

Sıra Sizde - 11

Kendi eksenini etrafında ω açısal hızıyla dönen m kütleli noktasal bir parçacığın eylemsizlik momenti $I = m \cdot r^2$ dir.

Buna göre açısal hızı ve eylemsizlik momentini kullanarak cismin açısal momentumunu çizgisel hız cinsinden veren ifadeyi bulunuz.

Çözüm

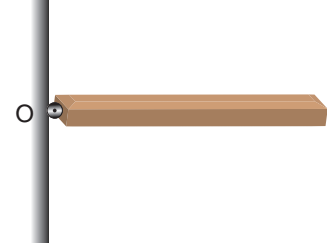


Örnek

Düşey düzlemde O noktası etrafında dönebilen şekildeki homojen çubuk serbest bırakıldığı anda açısal ivmesinin büyüklüğü α ve cismin eylemsizlik momenti I olmaktadır.

Yalnız çubuğun kütlesi artırılırsa α ve I için aşağıdakilerden hangisi söylenebilir?

- | α | I |
|--------------|-----------|
| A) Değişmez. | Artar. |
| B) Değişmez. | Değişmez. |
| C) Azalır. | Artar. |
| D) Artar. | Artar. |
| E) Artar. | Azalır. |



Çözüm

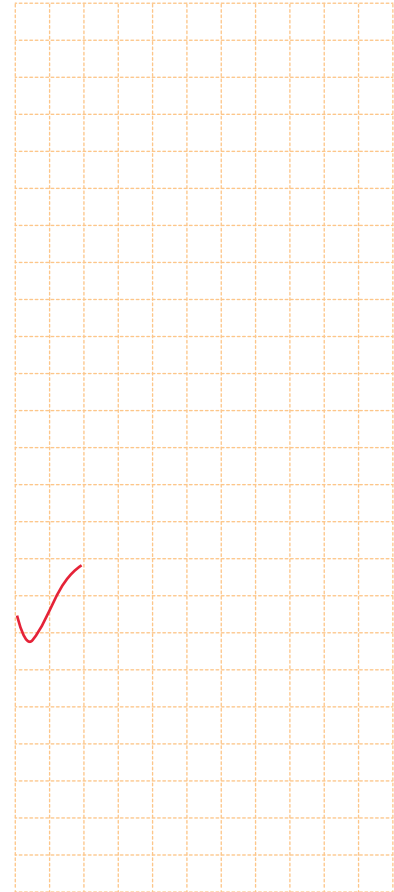
Açısal ivme $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ olduğu için cismin kütlesine bağlı değildir. Eylemsizlik momenti cismin kütlesine ve dönme eksenine olan uzaklığına bağlı olduğu için kütle arttıkça eylemsizlik momenti de artar. Doğru cevap A seçeneğidir.

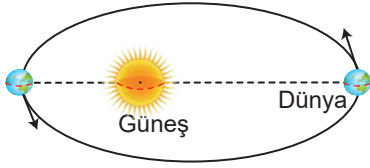
Sıra Sizde - 12

Kuvvetin döndürme etkisine tork denir. Torkun büyüklüğü uygulanan kuvvetin şiddetine ve uygulanma noktasının dönme noktasına dik uzaklığına bağlıdır.

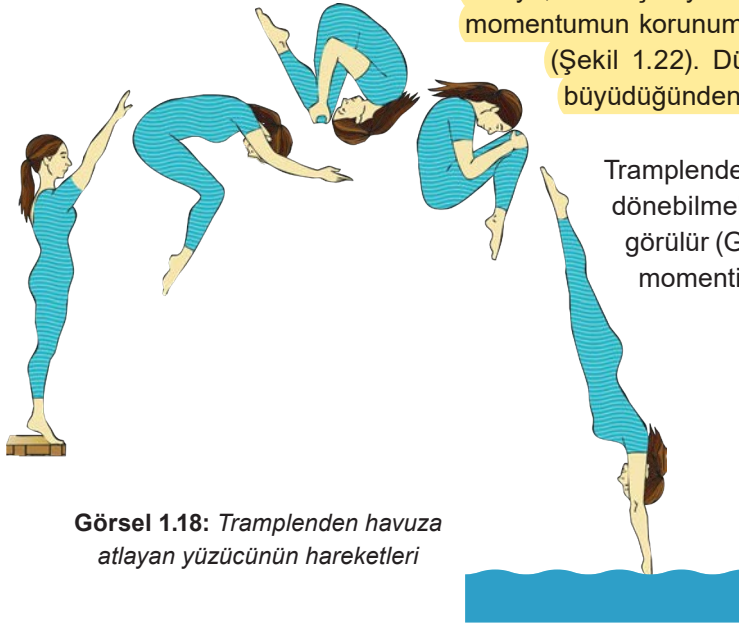
Kendi eksenini etrafında dönen m kütleli noktasal parçacığın eylemsizlik momenti $I = m \cdot r^2$, açısal ivmesi $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ olduğuna göre cisme etki eden torku, eylemsizlik ve açısal ivme kavramlarını kullanarak bulunuz.

Çözüm





Şekil 1.22: Dünya'nın Güneş etrafındaki yörüngesi



Görsel 1.18: Trampleden havuza atlayan yüzücünün hareketleri



Görsel 1.20: Düşen kedinin hareketleri

1.3.4. Açısal Momentumun Korunumunun Günlük Hayattaki Yeri

Bir sisteme dış bir kuvvet etki etmediği sürece momentumun sabit kalacağı ifade edilmişti. Benzer şekilde sisteme etki eden herhangi bir dış tork yoksa sistemin açısal momentumu korunur. Bu ifadeye **açısal momentumun korunumu yasası** denir.

Dünya, Güneş'e yaklaştığında yörünge yarıçapı küçülür. Açısal momentumun korunumu yasasına göre Dünya'nın çizgisel hızı artar (Şekil 1.22). Dünya, Güneş'ten uzaklaştığında ise yarıçapı büyüdüğünden Dünya'nın çizgisel hızı azalır.

Trampleden havuza atlayan yüzücünün daha seri şekilde dönebilmek için havada kendisini toplayarak küçüldüğü görülür (Görsel 1.18). Yüzücünün bu hareketi eylemsizlik momentini azalttığından dönme hızını artırır.



Görsel 1.19: Buz pateni yapan sporcu

Buz pateni sporcusu kolları açık dönmeye başlar (Görsel 1.19). Dışarıdan bir tork etki etmediği sürece sporcu hızlanmak için kollarını kendine doğru çekerek dönme eksenine yaklaştırır. Kütle dönme eksenine yaklaştırıldığında eylemsizlik momenti azalır açısal hızı artar.

Açısal momentumun korunumu yasasına verilebilecek en iyi örneklerden biri de belirli bir yükseklikten düşen kedinin düşme esnasında yapmış olduğu hareketleridir (Görsel 1.20).

Düşmeye başlamadan önce açısal momentumu sıfır olan kedinin tüm hareketi süresince açısal momentumu korunur. Kedi düşerken vücudunun farklı bölümlerini farklı yönlerde bükmesi sonucunda vücudunda burulmalar meydana gelir. Kedinin vücudunda burulmalar olmasına rağmen organların toplam açısal momentumu sıfır kalır. Bunun sonucunda kedi ayakları üzerine düşer.

Dış kuvvetlerin etkisinde olmayan bir sistemde iç kuvvetlerin oluşturduğu torklar, sistemin toplam açısal momentumunu değiştirmez.

Sıra Sizde - 13

Duran bisiklet üzerinde ayaklar yerden kaldırıldığında denge sağlamak zor olurken hareketli bisiklet üzerinde pedal çevirmeden dengede kalmak kolaydır. Bunun sebebi nedir?

Çözüm

Örnek

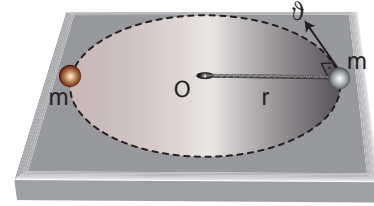
Sürtünmesiz yatay düzlem üzerinde m kütleli cisim O noktası etrafında r yarıçaplı yörüngede dönmektedir. Cisim, yörüngesi üzerine konulan durgun hâldeki özdeş cisim ile esnek olmayan bir çarpışma yaparak yapışıyor.

Buna göre

- I. Açısal momentumu değişmez.
- II. Çizgisel hızı azalır.
- III. Periyodu artar.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III



Çözüm

Sisteme etki eden bir dış tork olmadığından açısal momentum korunur (I doğru).

İki cisim birbirine yapıştığında açısal momentumun korunumu yasasına göre kütle arttığı için çizgisel hızı azalır (II doğru).

$T = \frac{2\pi \cdot r}{\vartheta}$ bağıntısında çizgisel hız (ϑ) azaldığından periyot artar (III doğru).

Doğru cevap E seçeneğidir.

Açısal momentumun korunumu yasasını daha iyi anlayabilmek için "Açısal momentumun korunumu" etkinliğini yapınız.

1. ETKİNLİK

Etkinliğin Adı	Açısal momentumun korunumu
Etkinliğin Amacı	Açısal momentumun korunumunun incelenmesi
Kullanılan Malzemeler	<ul style="list-style-type: none"> • Döner sandalye • 2 adet 1 kg'lık ağırlık

Etkinliğin Hazırlanışı ve Yapılışı



Görsel I: Kollar açıkken



Görsel II: Kollar kapalıyken

- 1. Adım:** Döner sandalyeye oturunuz.
- 2. Adım:** Ağırlıkların her birini bir elinize alarak kollarınızı Görsel I'deki gibi açınız.
- 3. Adım:** Bir arkadaşınız sandalyeyi döndürüp bıraksın.
- 4. Adım:** Dönme esnasında Görsel II'de gösterildiği gibi ağırlıkları bedeninize doğru çekiniz.

Etkinliğin Sonuçlandırılması

Ağırlıkları bedeninize doğru çektiğinizde dönme hızınızda bir değişiklik oldu mu? Nedenini arkadaşlarınızla paylaşınız.

Verilen örneklerde ve "Açısal momentumun korunumu" etkinliğinde bir sisteme dışarıdan tork uygulanmadığı sürece açısal momentumun korunduğu ve bu korunumdan yola çıkılarak sistemlerin eylemsizlik torkları değiştiğinde hızlarının da değiştiği görülür.